P. FLEURY et J. P. MATHIEU

ÉLECTROSTATIQUE
COURANTS CONTINUS
MAGNÉTISME

Eyrolles
ÉDITEUR – PARIS

PHYSIQUE GÉNÉRALE ET EXPÉRIMENTALE

(en 8 volumes)

par MM. *Fleury* et *Mathieu*.

Parus :

— Mécanique physique.
— Chaleur. Thermodynamique. États de la matière.
— Vibrations mécaniques. Acoustique.
— Images optiques.

A paraître :

— Lumière.
— Courants alternatifs. Ondes électromagnétiques.
— Structures atomiques et moléculaires. Transmutations.

N° 5620

© 1957
by Marc Eyrolles

PHYSIQUE
GÉNÉRALE ET EXPÉRIMENTALE

D'APRÈS LE TRAITÉ
DE J. LEMOINE ET A. BLANC

● ● ● ● ● ●

ÉLECTROSTATIQUE
COURANTS CONTINUS
MAGNÉTISME

PAR

Pierre FLEURY
Professeur au
Conservatoire National des Arts et Métiers.

Jean-Paul MATHIEU
Professeur à la
Faculté des Sciences de Paris.

ÉDITIONS EYROLLES
61, Boulevard Saint-Germain-PARIS Ve
1957
Tous droits réservés.

PRÉFACE

Bien des motifs nécessitent actuellement un renouvellement de l'enseignement de l'Électricité. Sans doute cet enseignement doit-il toujours reposer sur un examen des forces intervenant en électrostatique et en magnétisme, et des effets mécaniques, thermiques, lumineux, chimiques... des courants électriques. Mais il doit aussi faire place à des connaissances de plus en plus nombreuses sur les particules atomiques électrisées, sur les diélectriques, sur les semi-conducteurs. Il doit renoncer à la confusion établie autrefois, dans le vide, entre le champ et le déplacement électriques, comme entre le champ et l'induction magnétiques. L'interprétation actuelle des phénomènes d'aimantation conduit à éliminer ou à n'utiliser qu'à titre auxiliaire la notion, jugée naguère fondamentale, de masse magnétique, et la loi de COULOMB *dans laquelle cette notion intervenait.*

L'introduction, recommandée par la Commission Électrotechnique Internationale, d'une forme rationalisée de certaines équations peut justifier un plan très différent de ceux adoptés jusqu'ici. Enfin, l'emploi exclusif (ou presque) du système d'unités GIORGI *(basé sur le mètre, le kilogramme masse, la seconde et l'ampère), doit être préconisé.*

Il convient toutefois de faciliter la tâche du lecteur déjà habitué aux définitions anciennes ou appelé à lire des auteurs qui les utilisent. Nous nous sommes donc appliqués, dans le présent ouvrage, à conserver autant que possible les modes de présentation habituels, et à les rappeler, lorsqu'un changement a paru indispensable.

Après l'étude de l'électrostatique, que l'on s'accorde aujourd'hui à considérer comme devant être traitée en premier lieu, viendront celles de l'électromagnétisme, des phénomènes d'induction et de l'aimantation. Les conditions de passage des courants dans le vide, les gaz, les électrolytes, les métaux et les semi-conducteurs pourront alors être examinées en détail. Un second volume sur l'Électricité

sera consacré aux courants alternatifs de basse et haute fréquences, aux ondes électromagnétiques et aux instruments de mesure électriques, ainsi qu'à une étude rapide des phénomènes électriques et magnétiques intervenant en géophysique et en astrophysique.

Les dénominations et symboles sur lesquels un accord quasi général a pu être établi ont naturellement été adoptés, même lorsqu'ils peuvent prêter à certaines critiques. Dans d'autres cas, un choix plus ou moins arbitraire a dû être fait : l'attention est attirée sur les confusions pouvant résulter de l'emploi, par divers physiciens, d'un même vocable ou d'un même symbole avec des significations différentes.

Tel est le cas, par exemple, du moment magnétique, *qu'on peut définir comme quotient d'un couple soit par un champ magnétique, soit par une induction magnétique. La première acception, dite « coulombienne », facilite grandement, par des analogies avec l'électrostatique, certains raisonnements et certains calculs; la seconde, dite « ampérienne », se rattache mieux aux théories modernes du magnétisme. On peut trouver avantage à employer tantôt l'un, tantôt l'autre de ces deux concepts (en veillant à les distinguer nettement), plutôt qu'à se limiter au premier, comme on le faisait autrefois, ou au second, comme dans certains ouvrages récents.*

Comme dans tout ce traité, on a insisté sur les bases expérimentales et les applications pratiques des notions et des lois étudiées[1]. *Leur expression et leur utilisation sont toutefois, en Électricité, grandement facilitées par un langage et des théorèmes mathématiques, se rattachant au calcul vectoriel, dont il serait déraisonnable de ne pas tirer parti : on les trouvera introduits au fur et à mesure des besoins.*

P. F. — J.-P. M.

1. Le caractère —o— annonce la description d'une expérience d'illustration ou de vérification.

CONVENTIONS TYPOGRAPHIQUES

*1. **Les symboles d'unités*** et préfixes d'unités sont imprimés en *caractères romains* (à l'exception de μ : micro ou micron, et de δ : dioptrie), ils ne comportent pas la marque du pluriel. Ils ne sont pas suivis d'un point (sauf en fin de phrase), et lorsqu'ils comprennent plusieurs lettres, celles-ci ne sont pas séparées par des points.

EXEMPLE : millimètre a pour symbole mm et non mms ni m.m ni m/m.

En ce qui concerne les symboles d'*unités composées*, relatives à une grandeur *produit* de plusieurs autres, ils sont, si l'unité n'a pas de nom spécial, figurés par le produit des symboles des unités composantes, indiqué par l'un des signes de la multiplication. On ne supprime le signe ($\times$) ou (.) du produit arithmétique ou scalaire, en accolant simplement entre eux les symboles successifs, que si aucune confusion ne peut en résulter.

EXEMPLES : mètre-newton (unité de couple) a pour symbole m $\times$ N ou m.N; ne pas confondre avec mN (millinewton);

kilowattheure (unité d'énergie) a pour symbole kw $\times$ h ou kw.h ou kwh, mais non kw/h (ne pas dire kilowatt par heure!).

Lorsqu'une grandeur est le *quotient* de deux autres, le symbole de son unité, si elle n'a pas de nom spécial, est figuré par le quotient des symboles des unités correspondantes; des exposants négatifs sont éventuellement utilisés.

EXEMPLES : mètre par seconde (unité de vitesse) a pour symbole m/s ou $\frac{m}{s}$ ou m : s ou $m.s^{-1}$ (mais non m.s);

kilogramme mètre par seconde (unité de quantité de mouvement) a pour symbole $\frac{kg.m}{s}$ ou $kg.m.s^{-1}$.

2. Sont également imprimés en caractères *romains* les symboles des *éléments chimiques*, ceux des *opérations mathématiques* et ceux des *dimensions* de grandeurs.

*3. **Les symboles de grandeurs physiques*** sont imprimés en *italique*, en grec ou en majuscules rondes.

Ne pas confondre, par exemple, *m* (masse) et m (mètre), ni *W* (travail) et W (watt, unité de puissance).

4. Écriture des nombres : chiffres droits, la virgule est utilisée seulement pour séparer les parties entières des parties décimales; les grands nombres sont partagés en tranches de trois chiffres, de part et d'autre de la virgule, sans que ces tranches soient séparées par des points.

5. Symboles algébriques et géométriques : En plus des symboles universellement connus, nous utilisons les suivants :

$\simeq$ signifiant : égal environ à;
$\ll$ — très inférieur à;
$\gg$ — très supérieur à;
$\exp x$ ou e^x — exponentielle de x;
$\log x$ — logarithme décimal de x;
$\ln x$ — logarithme népérien de x;

$\overline{x}$ désigne la valeur moyenne de x, dans un domaine indiqué.

$\vec{v}$ désigne un vecteur polaire (voir tome I par. 1-5);

$\overset{\frown}{v}$ — — axial (voir tome I par. 4-9);

$\overline{AB}$ désigne la mesure algébrique du vecteur $\overrightarrow{AB}$ ou $\overset{\frown}{AB}$.

$\oint$ désigne une intégrale prise le long d'un contour fermé.

$\oiint$ — — — sur une surface fermée.

Le symbole $j = \sqrt{-1}$ est un caractère droit.

Les symboles de nombres complexes associés à des fonctions sinusoïdales sont en caractères gras.

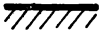
REPRÉSENTATIONS CONVENTIONNELLES

(L'astérisque indique celles recommandées par la Commission Électrotechnique Internationale.)

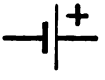
Isolant.

Conducteur.

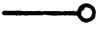
Matière ferromagnétique.


Sol ou paroi de la salle.

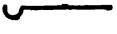
* Prise de terre.

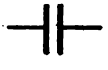

Pile ou accumulateur.

Machine rotative (générateur ou moteur).


*Borne.

Interrupteur.


*Contact nobile à curseur.


*Condensateur (capacité).

Électroscope ou électromètre.

*Voltmètre.

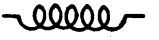
*Ampèremètre.

*Wattmètre.

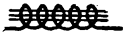
*Shunt pour instrument de mesure.

*Résistance.

*Résistance non inductive.


*Inductance.

*Inductance variable de façon continue.


*Inductance à noyau de fer.

*Capacité variable de façon continue.

PRINCIPAUX SYMBOLES DE GRANDEURS UTILISÉS DANS LE PRÉSENT VOLUME

A masse (ou poids) atomique; potentiel vecteur.
a masse magnétique ampérienne.
$\overset{\curvearrowright}{B}$ induction.
C capacité.
c vitesse de la lumière (dans le vide); masse magnétique coulombienne.
$\vec{D}$ déplacement électrique.
$\vec{E}$ champ électrique.
e épaisseur; charge élémentaire.
F force.
$\mathcal{F}$ force magnétomotrice.
f (force); fréquence.
G conductance.
g accélération de la pesanteur.
$\overset{\curvearrowright}{H}$ champ magnétique.
I, i[1] intensité de courant.
$\vec{i}$ densité de courant.
$\overset{\curvearrowright}{J}$ polarisation magnétique.
$\overset{\curvearrowright}{j}$ moment magnétique (coulombien).
K moment d'inertie.
k constante de BOLTZMANN.
k_e, k_m constantes des lois de COULOMB.
L self-inductance.
l longueur.
M masse; masse moléculaire; inductance mutuelle.
$\overset{\curvearrowright}{M}$ aimantation.
m masse. $\overset{\curvearrowright}{m}$ moment électromagnétique (ampérien).
$\mathcal{N}$ nombre d'AVOGADRO.
$\vec{P}$ polarisation électrique.
$\mathcal{P}$ puissance.
p pression. $\vec{p}$ moment d'un dipôle électrique.
Q, q quantité d'électricité.
$\mathcal{Q}$ quantité de chaleur; nombre de FARADAY.
R rayon; résistance électrique.
$\mathcal{R}$ rigidité diélectrique; reluctance.
r rayon; distance.
S surface.
$\mathcal{S}$ scalaire quelconque.
s parcours.
T température absolue.
$\mathcal{T}$ travail.
t temps.
U force électromotrice.
u[1] vitesse.
V potentiel électrique.
$\vec{\mathcal{V}}$, $\overset{\curvearrowright}{\mathcal{V}}$ vecteur.
v[1] volume; vitesse.
W énergie; circulation.
w densité volumique d'énergie; vitesse.
x, y, z coordonnées.

Lettres grecques.

α (alpha) angle; coefficient de recombinaison.
β (beta) angle.
Γ (grand gamma) moment d'un couple.
γ (gamma) conductivité.
ε (epsilonn) permittivité.
ε_r permittivité relative.
η (èta) moment coulombien élémentaire.
ϑ (théta) température CELSIUS; angle.
$\varkappa$ (kappa) susceptibilité massique.
λ (lambda) densité linéaire de charges.
μ (mu) perméabilité.
μ_r perméabilité relative.
ϖ (pi) coefficient de l'effet PELTIER.
ϖ_e, ϖ_m moment dipolaire par unité de surface (électrique, magnétique).
ρ (rô) masse volumique; densité volumique de charges; résistivité.
σ (sigma) densité superficielle de charges.
τ (tau) coefficient de l'effet THOMSON.
Φ (grand phi), φ (phi) flux magnétique.
χ_e, χ_m (chi) susceptibilité électrique, magnétique.
Ψ (grand psi) flux électrique.
Ω (grand oméga) angle solide.
ω (oméga) vitesse angulaire, angle solide.

1. Les minuscules i, u, v sont également utilisées à la place de I, U, V lorsque ces grandeurs varient en fonction du temps.

INTRODUCTION

a) Les phénomènes qui seront décrits dans ce volume sont relatifs à l'existence d'états spéciaux dans lesquels la matière est dite *électrisée* et *aimantée*, et de forces, dite électriques et magnétiques, pouvant mettre ces états en évidence[1]. L'*électrostatique* étudie principalement les actions mécaniques entre corps électrisés; l'*électrodynamique*, les conditions de déplacement de l'électricité, sous forme de *courants*; le *magnétisme*, les propriétés des aimants; l'*électromagnétisme*, les cas où les courants produisent ou subissent des effets analogues à ceux produits ou subis par les aimants.

L'étude de ces phénomènes ne peut être entreprise utilement sans une connaissance des définitions et des lois essentielles de la Mécanique, relatives aux forces et couples, à leur composition, à leurs effets statiques (équilibres) et dynamiques (mouvements), aux travaux effectués, etc... Le lecteur se reportera au besoin au tome I de cet ouvrage (en utilisant les références indiquées) ou à tout traité analogue. Il sera conduit, comme en Mécanique, à des interprétations atomistiques et à des interprétations énergétiques des phénomènes, les premières fondées sur des représentations concrètes de la structure de la matière, les secondes sur les principes de la Thermodynamique, en particulier sur celui de conservation de l'énergie.

b) Nous introduirons, dès le chapitre I, la notion fondamentale de *charges électriques*; ces charges sont de deux espèces différentes, dites respectivement positives et négatives, et peuvent être évaluées comme des grandeurs algébriques. Un principe spécial leur est applicable, celui de conservation de l'électricité.

Les découvertes faites depuis quelques dizaines d'années et dont il sera fait état dans la suite de cet ouvrage ont montré que, de même que la matière possède une structure atomique, discontinue (tome I, par. 1-2), de même l'électricité a une structure granulaire : les charges distinctes sont toujours des multiples entiers (généralement extrêmement grands) d'une même *charge élémentaire* extrêmement petite (voir par. 3-17), qui est celle d'un électron.

Les *électrons* sont des corpuscules tous identiques, de masse très faible (9.10^{-31} kg), chargés négativement[2], qu'on a reconnus comme des constituants universels de la matière. Chaque atome, à l'état normal *neutre*, c'est-

1. En plus de certains ouvrages spécialisés, qui seront signalés en temps utile, les traités généraux suivants pourront utilement être consultés :
G. Bruhat. Electricité (6e édition, remaniée par G. Goudet), Masson, éd., 1956.
E. Dubois. Electromagnétisme, t. I (1953) et II (1955), Delagrave, éd.
E. Durand. Electrostatique et magnétostatique, Masson, éd., 1953.

2. L'existence très temporaire d'électrons positifs (*positons*) a également été établie. Dans le présent volume, le mot électron, sans autre indication, désignera toujours une particule négative (*négaton*).

à-dire non électrisé, est formé d'un noyau central, chargé positivement, et d'un nombre déterminé d'électrons (variable selon son espèce chimique), gravitant autour du noyau comme les planètes autour du Soleil (sans que cette comparaison ait une valeur rigoureuse); la charge du noyau est égale en valeur absolue à la somme des charges des électrons périphériques, de telle façon que les forces électriques que toutes ces charges exercent à grande distance se compensent.

L'état de la matière électrisée résulte d'une séparation des charges négatives et positives normalement associées; les courants correspondent à des mouvements d'ensemble de telles charges. L'aimantation s'interprète, nous le verrons, comme liée à des mouvements de rotation des électrons, équivalant à des courants moléculaires.

c) L'étude de l'électricité et du magnétisme est, jusqu'ici, alourdie par l'emploi possible d'*unités* diverses pour une même grandeur. Ces unités se rattachent pour la plupart à deux des systèmes métriques étudiés au tome I, chapitre 2 (voir *tableau* A, page 16) : le système M.K.S., dit aussi pratique, dont les unités fondamentales sont le mètre, le kilogramme (masse) et la seconde, et le système C.G.S. (centimètre, gramme-masse, seconde).

Il y a, en fait, deux systèmes C.G.S., l'un dit « électrostatique » (en abrégé C.G.S.E.S.), l'autre « électromagnétique » (C.G.S.E.M.). Mais c'est le système d'unités électriques *pratiques* qu'on utilise le plus couramment. Celles de ses unités non mécaniques ayant reçu un nom indépendant (c'est-à-dire non formé à l'aide des noms d'autres unités) sont indiquées dans le *tableau* B. Ce système comporte, en outre, les mêmes unités de temps (seconde), de force (newton), d'énergie (joule) et de puissance (watt) que le système mécanique M.K.S., ce qui a conduit à grouper ces deux systèmes en un même ensemble, qu'on peut appeler système M.K.S.A. (mètre, kilogramme-masse, seconde, ampère), ou encore *système* Giorgi, du nom du savant qui l'a préconisé. C'est ce système que nous emploierons, sauf indication contraire.

On peut espérer qu'il sera un jour le seul en usage, mais il est actuellement nécessaire de bien connaître les deux systèmes C.G.S., encore employés dans beaucoup de traités théoriques. Les définitions des unités des trois systèmes seront données dans la suite de cet ouvrage; leurs abréviations, ainsi que les rapports entre unités diverses concernant une même grandeur, ont été rassemblés dans le *tableau* C.

Le *tableau* D permettra de retrouver rapidement les valeurs des constantes intervenant fréquemment en Électricité.

d) Une complication supplémentaire tient à ce qu'il a paru avantageux, dans un but de « *rationalisation* », de simplifier un certain nombre de formules par la suppression d'un facteur numérique, tel que 4π, qui y figurait antérieurement (et qu'il faut d'ailleurs introduire alors dans d'autres formules où il n'apparaissait pas). La *Commission électrotechnique internationale* ayant recommandé une telle rationalisation, nous l'appliquerons, avec l'espoir qu'à l'avenir son emploi sera universel. Mais comme le langage non rationalisé est employé dans de très nombreux ouvrages ou articles, anciens et même récents, nous devrons aussi le signaler.

De nombreux électriciens admettent que la « rationalisation » des formules de l'électricité et du magnétisme résulte d'un changement de certaines unités. Nous croyons, conformément aux décisions de l'Union internationale de Physique, qu'il vaut mieux la considérer comme un changement de certaines grandeurs et qu'il est alors indispensable de distinguer, lorsque le doute est possible, entre grandeurs rationalisées ou non[1].

A défaut de noms différents, ce qui eût été préférable, nous utiliserons (voir le *tableau* C) pour celles des grandeurs non rationalisées qui sont 4π fois plus grandes que les grandeurs rationalisées correspondantes, des symboles tels que $\hat{D}$, $\hat{\Psi}$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{H}$... (que l'on peut énoncer hyper D, hyper Ψ, etc...) et pour les grandeurs non rationalisées 4π fois plus petites que les grandeurs rationalisées, des symboles tels que $\check{\mu}$, $\check{j}$, (que l'on peut énoncer hypo μ, hypo j, etc...). Ces symboles ne sont, à notre connaissance, employés jusqu'ici que dans notre enseignement; ils nous ont paru très commodes.

e) Les grandeurs mesurables que nous aurons à considérer sont les unes *scalaires*, c'est-à-dire non dirigées (c'est le cas des charges électriques), les autres *vectorielles*, c'est-à-dire caractérisées, comme les forces, par une direction et un sens (cf tome I, par. 1-5 et 4-9). Rappelons que deux grandeurs vectorielles de même espèce, existant en un même point, se composent (s'ajoutent) comme des forces : le vecteur représentant leur résultante (somme géométrique) est la diagonale du parallélogramme ayant pour côtés les vecteurs représentant les deux grandeurs considérées (composantes). Un espace dans lequel un vecteur $\mathfrak{V}$ est partout bien déterminé est un « champ de vecteurs $\mathfrak{V}$ »[2].

Les tableaux E et F rassemblent les définitions et relations importantes du calcul vectoriel intervenant en électrostatique et en magnétisme.

1. Pour faire apparaître la différence de points de vue, prenons comme exemple la relation qui sera établie (par. 2-10, théorème de GAUSS) entre le flux électrique ψ qui traverse une surface fermée et la somme Q des charges électriques intérieures. Elle s'écrit $\psi = Q$ en langage rationalisé, $\psi = 4\pi Q$ en langage non rationalisé; en conservant toujours la même unité de charge, on peut admettre que dans le second cas, ψ est évalué à l'aide d'une unité 4π fois plus faible que dans le premier, ou bien qu'il représente une grandeur 4π fois plus grande. De même, les relations $S = R^2$ et $S = \pi R^2$ peuvent ou bien concerner une même aire mesurée dans le second cas avec une unité π fois plus faible, ou bien concerner des aires différentes, la seconde π fois plus grande que la première, mesurées avec la même unité. Le fait que la rationalisation, en électromagnétisme, affecte les grandeurs et non les unités, apparaît nettement, nous semble-t-il, dans le cas de la susceptibilité électrique (voir note du par. 4-5).

2. Pour une étude approfondie, consulter : Ed. BAUER « Champs de vecteurs et de tenseurs; introduction à l'électromagnétisme », Masson, éd. 1955.

TABLEAU A.

Principales grandeurs géométriques et mécaniques intervenant en électromagnétisme : symboles et unités.

GRANDEUR	SYMBOLE	UNITÉ PRATIQUE (M.K.S.)	VALEUR EN C.G.S.
Longueur	l	mètre (m)	$= 10^2$ cm.
Masse	M, m	kilogramme (kg)	$= 10^3$ g.
Temps	t	seconde (s)	$= 1$ s.
Force	F	newton (N)	$= 10^5$ dynes.
Travail, énergie	W	joule (J)	$= 10^7$ ergs.
Puissance	$\mathfrak{P}$	watt (W)	$= 10^7$ ergs/s.

TABLEAU C. — **Grandeurs électriques et**

VOIR PAR.	GRANDEUR	SYMBOLE[2]	UNITÉ PRATIQUE	VALEUR EN C.G.S.E.S.	OBSERVATIONS
1-3; 1-7	Charge électrique	Q, q	C	$= 3.10^9$ franklins	Loi de COULOMB : $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ'}{r^2}$.
2-1; 3-1; 4-4	Champ électrique	E	V/m = N/C	$= 1/300\,00$ E.S.	
6-13	Conductivité	γ	Ω/m	$= 9.10^9$ E.S.	Densité de courant $\vec{i} = \gamma\vec{E}$ Résistivité $\rho = \frac{1}{\gamma}$
2-5; 2-7	Potentiel électrique Force électromotrice	V U	V	$= 1/300$ E.S.	
2-2; 3-1; 4-4	Déplacement (électrique)	D ($\hat{D}$)	C/m^2	$= 3.10^5$ franklins/cm^2	$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$.
2-9; 4-4	Flux électrique	Ψ ($\hat{\Psi}$)	C	$= 3.10^9$ franklins	
4-1	Permittivité	ε ($\hat{\varepsilon}$)	F/m	$= 9.10^9$ E.S.	Dans le vide, $\varepsilon_0 \simeq \frac{1}{4\pi \times 9\,10^9}$ F/m
4-1	Permittivité relative	ε_r	1	1	$\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0 = \hat{\varepsilon}/\hat{\varepsilon}_0$.
2-17	Moment d'un dipôle (électrique)	p	C.m	$= 3.10^9$ franklins/cm	$\Gamma = p.E.\sin\theta$.
4-7	Polarisation électrique	P	C/m^2	$= 3.10^5$ franklins/cm^2	$P = \frac{dp}{dv}$.
4-5	Susceptibilité électrique	χ_e ($\check{\chi}_e$)	1	1	$\chi_e = P/\varepsilon_0 E = \varepsilon_r - 1$.

1. Voir aussi tableau B.
Les symboles de ces tableaux sont ceux recommandés par l'Union internationale de Physique, à l'exception de $\mathfrak{P}$, U, c, $\mathfrak{F}$, j, J, m et des signes $\hat{}$ et $\check{}$.

TABLEAU B.

Unités électromagnétiques pratiques désignées par un nom simple.

GRANDEUR	SYMBOLE	UNITÉ PRATIQUE	DÉFINITION DE CETTE UNITÉ	VALEUR EN C.G.S.	
				E.S.	E.M.
Intensité de courant . .	I	ampère (A)		$= 3.10^9$ E.S.	$= 10^{-1}$ biot.
Quantité d'électricité. .	Q, q	coulomb (C)	= A.s	$= 3.10^9$ franklins	$= 10^{-1}$ E.M.
Potentiel électrique . . .	V	volt (V)	= W/A = J/C.	= 1/300 E.S.	$= 10^8$ E.M.
Résistance électrique. .	R	ohm (Ω)	= V/A	$= 1/(9.10^{11})$ E.S.	$= 10^9$ E.M.
Flux magnétique. . . .	Φ	wéber (Wb)	= V.s	= 1/300 E.S.	$= 10^8$ maxwells.
Capacité	C	farad (F)	= C/V	$= 9.10^{11}$ E.S.	$= 10^{-9}$ E.M.
Self-inductance	L	henry (H)	= Wb/A	$= 1/(9.10^{11})$ E.S.	$= 10^9$ E.M.

magnétiques : symboles et unités[1].

VOIR PAR.	GRANDEUR	SYMBOLE[2]	UNITÉ PRATIQUE	VALEUR EN C.G.S.E.M.	OBSERVATIONS
8-11	Masse magnétique (fictive, coulombienne)	c ($\check{c}$)	Wb	$= 10^8$ maxwells	Loi de COULOMB : $\left(F = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{cc'}{r^2}\right)$.
8-3; 8-7	Champ magnétique	H ($\hat{H}$)	A/m	$= 10^{-3}$ œrsted	
9-8	Force magnétomotrice	$\mathcal{F}$ ($\hat{\mathcal{F}}$)	A	$= 10^{-1}$ gilbert	$\mathcal{F} = N.I$
10-3; 10-4	Induction (magnétique)	B	Wb/m²	$= 10^4$ gauss	$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \vec{J} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$.
10-3; 10-4	Flux magnétique	Φ	Wb	$= 10^8$ maxwells	
10-3; 10-4	Perméabilité (magnétique)	μ ($\check{\mu}$)	H/m	$= 10^7$ gauss/œrsted	Dans le vide, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m.
10-3	Perméabilité relative	μ_r	1	1	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \check{\mu}/\check{\mu}_0$.
8-3; 8-7	Moment coulombien	j ($\check{j}$)	Wb.m	$= 10^{10}$ maxwell.cm	$\Gamma = jH\sin\theta$.
14-2	Polarisation magnétique	J ($\check{J}$)	Wb/m²	$= 10^4$ gauss	$J = \mathrm{d}j/\mathrm{d}v$.
14-2	Susceptibilité magnétique	χ_m ($\check{\chi}_m$)	1	1	$\chi_m = J/\mu_0 H = \mu_r - 1$.
12-9	Moment ampérien	m	A.m²	$= 10^3$ biot. cm²	$\Gamma = mB\sin\theta$.
14-2	Aimantation	M	A/m	$= 10^{-3}$ œrsted	$M = \mathrm{d}m/\mathrm{d}v = J/\mu_0$.
15-13	Réluctance	$\mathcal{R}$ ($\hat{\mathcal{R}}$)			$\Phi = \mathcal{F}/\mathcal{R}$.

2. Lorsqu'une grandeur est affectée par la rationalisation, le premier symbole indiqué, soit G, correspond à la grandeur rationalisée, le second (entre parenthèses) à la grandeur non rationalisée ($\hat{G} = 4\pi G$ ou $\check{G} = G/4\pi$, selon le cas).

TABLEAU D.

Quelques constantes importantes.

VOIR PAR.		
1-7	Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}854.10^{-12} \simeq \frac{1}{4\pi \times 9.10^9}$ F/m.
. . . . .	Perméabilité du vide.	$\mu_0 = 1{,}257.10^{-6} = 4\pi 10^{-7}$ H/m.
	Vitesse de la lumière dans le vide . . .	$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2{,}998\ 10^8$ m/s.
	Charge élémentaire.	$e = 1{,}602.10^{-19}$ C.
3-17	Masse de l'électron au repos.	$m_0 = 0{,}911.10^{-30}$ kg.
16-6. . . .	Charge massique de l'électron	$\frac{e}{m_0} = 1{,}759.10^{11}$ C/kg.
	Rapport de la masse de l'électron à la masse de l'atome d'hydrogène. . . .	$\frac{m_0}{m_H} = \frac{1}{1\,836}$.
	Nombre d'AVOGADRO.	$\mathcal{N} = 6{,}024.10^{26}$ par kilomole.
18-3. . . .	Nombre de FARADAY.	$\mathcal{Q} = 96{,}50.10^6$ C/kilomole.
18-3. . . .	Equivalent électrochimique de l'argent .	$1{,}118.10^{-6}$ kg/C.
16-22 . . .	Constante de PLANCK.	$h = 6{,}624.10^{-34}$ J.s.
16-22 . . .	Produit de la tension accélératrice d'un électron par la longueur d'onde minimum du photon qu'il peut produire .	$V.\lambda = 1{,}240\,\mathrm{V}.\mu = 1{,}240.10^{-6}\,\mathrm{V}.\mathrm{m}$

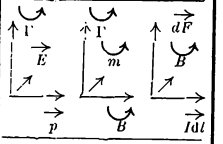
TABLEAU F.

Comparaison entre diverses grandeurs vectorielles de l'électrostatique et du magnétisme.

VOIR PAR.	ÉLECTROSTATIQUE	MAGNÉTISME	VOIR PAR.
2-1; 3-1; 4-4 .	*Champ électrique* $\vec{E} = \vec{F}/q$	*Champ magnétique* $\overset{\curvearrowright}{H}$.	8-3; 8-6
2-17.	$\vec{l} = \vec{p} \Lambda \vec{E}$	$\vec{l} = j \Lambda \overset{\curvearrowright}{H}$.	8-10
2-8; 4-4 . . .	$\overset{\curvearrowright}{\mathrm{rot}}\ \vec{E} = 0$	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \overset{\curvearrowright}{H} = \vec{i}$ / Circulation conservative	9-8
2-5	$\oint_\Gamma \vec{E}.\mathrm{d}\vec{s} = 0$ / Circulation toujours conservative	$\int_\Gamma \overset{\curvearrowright}{H}.\mathrm{d}\vec{s} = NI$ / lorsque $\vec{i} = 0$ (Théorème d'AMPÈRE).	9-8
2-7; 4-4 . . .	$\vec{E} = -\ \mathrm{grad}\ V$	*Induction* magnétique $\overset{\curvearrowright}{B}$ . . .	10-3
2-13; 4-4. . .	Equ. de POISSON $\mathrm{div}\ \vec{E} \equiv -\Delta V = \frac{\rho + \rho'}{\varepsilon_0}$	Loi de LAPLACE $\vec{f} = q u \Lambda \overset{\curvearrowright}{B}$. .	12-2
		$\vec{l} = m \Lambda \overset{\curvearrowright}{B}$.	12-9
2-2; 3-1; 4-4 .	*Déplacement* électrique $\vec{D}$	$\overset{\curvearrowright}{B} = \mu_0 \overset{\curvearrowright}{H} + \vec{J} = \mu_0 (\overset{\curvearrowright}{H} + \vec{M})$	14-1
4-4	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$		
2-12; 4-4. . .	$\mathrm{div}\ \vec{D} = \rho$. (Flux conservatif lorsque $\rho = 0$)	$\mathrm{div}\ \overset{\curvearrowright}{B} = 0$ (Flux toujours conservatif)	10-5
2-10.	$\oiint_\Sigma \vec{D}\, n^0\, \mathrm{d}S = \Sigma Q_i$ (Th. de GAUSS)	$\oiint_\Sigma \overset{\curvearrowright}{B}.n^0 \mathrm{d}S = 0$	
		$\overset{\curvearrowright}{B} = \overset{\curvearrowright}{\mathrm{rot}}\ \vec{A}$ avec $A = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_\Gamma \frac{\overrightarrow{\mathrm{d}l}}{r}$.	12-4
		$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \overset{\curvearrowright}{B} = \mu_0 \vec{i}$ (Maxwell-Ampère) dans le vide.	12-4

TABLEAU E.

Définitions et relations importantes en calcul vectoriel.

VOIR PAR.	DÉSIGNATION ET SYMBOLES GÉNÉRAUX	EXEMPLES	OBSERVATIONS
	Scalaires $\mathcal{G}$	Coordonnées x, y, z. Potentiel électrique V	
8-9	*Vecteurs polaires* $\vec{\mathcal{V}}$	$\vec{dl}$, $\vec{r^o}$, $\vec{F}$; $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{p}$, $\vec{P}$	
8-9	*Vecteurs axiaux* $\overset{\curvearrowright}{\mathcal{V}}$	$\overset{\curvearrowright}{\Gamma}$, $\overset{\curvearrowright}{H}$, $\overset{\curvearrowright}{B}$, $\overset{\curvearrowright}{j}$, $\overset{\curvearrowright}{J}$, $\overset{\curvearrowright}{m}$, $\overset{\curvearrowright}{M}$	Convention sur le sens des vecteurs axiaux : voir par. 8-10
2-4	*Produit scalaire* de deux vecteurs[1] $\mathcal{V}.\mathcal{V}' = \mathcal{V}_x\mathcal{V}'_x + \mathcal{V}_y\mathcal{V}'_y + \mathcal{V}_z\mathcal{V}'_z$	$dW = \vec{F}.\vec{dl}$; $dW_H = \overset{\curvearrowright}{H}.\vec{dl}$; $d\Psi = \vec{D}.n_0.dS$; $d\Phi = \vec{B}.n^o.dS$	[1]Polaires ou axiaux
8-10	*Produit vectoriel* de deux vecteurs $(\mathcal{V}\Lambda\mathcal{V}')_x = \mathcal{V}_y\mathcal{V}'_z - \mathcal{V}_z\mathcal{V}'_y$, etc.	$\overset{\curvearrowright}{\Gamma} = \vec{p}\Lambda\vec{E}$; $\overset{\curvearrowright}{\Gamma} = \overset{\curvearrowright}{j}\Lambda\overset{\curvearrowright}{H} = \overset{\curvearrowright}{m}\Lambda\vec{B}$; $\vec{dF} = I\vec{dl}\Lambda\vec{B}$.	
2-7	*Gradient* d'un scalaire $(\text{grad}\ \mathcal{G})_x = \frac{\partial}{\partial x}$, etc.	$\vec{E} = -\text{grad}\ V$	V est le potentiel scalaire de $\vec{E}$.
2-12	*Divergence* d'un vecteur[1] $\text{div}\ \mathcal{V} = \frac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial z}$		[1]Polaire ou axial.
2-8	*Rotationnel* d'un vecteur[1] $(\text{rot}\ \mathcal{V})_x = \frac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial z}$, etc.	$\overset{\curvearrowright}{B} = \text{rot}\ \vec{A}$	[1]Polaire ou axial. $\vec{A}$ est le potentiel vecteur de $\overset{\curvearrowright}{B}$.
2-13	*Laplacien* d'un scalaire ou d'un vecteur $\Delta\mathcal{G} = \frac{\partial^2\mathcal{G}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathcal{G}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\mathcal{G}}{\partial z^2}$ $(\Delta\mathcal{V})_x = \frac{\partial^2\mathcal{V}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathcal{V}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\mathcal{V}_x}{\partial z^2}$, etc.		
2-8. 2-13 2-12	*Identités importantes :* rot (grad $\mathcal{G}$) $\equiv 0$; div (grad $\mathcal{G}$) $\equiv \Delta\mathcal{G}$; div (rot $\mathcal{V}$) $\equiv 0$; rot (rot $\mathcal{V}$) $\equiv$ grad div $\mathcal{V} - \Delta\mathcal{V}$		
2-12	*Théorème de* GREEN $\oiint_\Sigma \mathcal{V}.n_0.dS = \iiint_v \text{div}\ \mathcal{V}.dv$		Σ représente une surface fermée ; v un volume limité à cette surface
9-10	*Théorème de* STOKES $\oint_\Gamma \mathcal{V}.ds = \iint_S \text{rot}\ \mathcal{V}\ n^o\ dS$		Γ représente un contour fermé, S une surface limitée à ce contour.

ÉLECTROSTATIQUE

CHAPITRE PREMIER

CHARGES ET FORCES ÉLECTROSTATIQUES (DANS LE VIDE)

1-1. — Électrisation. Isolants et conducteurs.

a) Certains corps[1], frottés contre un tissu ou un autre corps convenable, peuvent attirer des objets légers (ou soumis à des liaisons telles que de faibles forces suffisent à les déplacer). On dit que ces corps sont alors *électrisés*, et l'on appelle neutre l'état de non électrisation.

—o— Une planche AB repose, en équilibre peu stable, sur la table T par l'intermédiaire du coin arrondi S (*fig. 1-1*). La baguette de verre C, bien sèche, électrisée par le frottement d'une étoffe de laine, attire l'extrémité B de la planche. Il en est de même quand on remplace la baguette de verre par un bâton de résine, ou d'ambre, ou d'ébonite, électrisé par frottement d'une peau de chat ou d'une étoffe. On peut attirer de la même façon de petits morceaux de papier, une boule légère (moelle de sureau) formant pendule à l'extrémité d'un fil, etc...

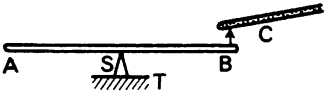


FIG. 1-1. — La planche AB est attirée par la tige électrisée C.

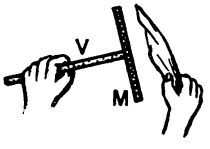


FIG. 1-2. — Électrisation de la plaque métallique M, tenue par la tige isolante V.

L'attraction n'a plus lieu si l'on remplace le verre par un métal tenu à la main; mais elle se produit, si pendant toute l'opération, on tient ce métal par l'intermédiaire d'un support convenable.

—o— Une plaque de métal M, tenue par une tige de verre propre et sèche, est frappée avec une peau de chat (*fig. 1-2*) : elle peut produire les mêmes effets attractifs que la tige C du cas précédent. Elle ne les produit plus si on la touche du doigt pendant ou après le frottement par la peau de chat.

Ces expériences, complétées par beaucoup d'autres, ont conduit à admettre que le frottement fait apparaître des *charges électriques*, comparables à un

1. L'expérience fut réalisée dans l'antiquité avec de l'*ambre*, en grec *électron*, d'où le nom donné à l'électricité.

fluide, qui reste en place sur un corps *mauvais conducteur* de l'électricité, dit encore *isolant* ou diélectrique, tel que le verre, et s'écoule à travers un métal ou autre corps *conducteur*, sauf si ce dernier est *isolé* : le corps humain est lui-même conducteur, ainsi que (le plus souvent), le sol sur lequel il repose.

L'ambre, le soufre, le caoutchouc, l'ébonite, le verre, les résines, les matières plastiques et les fibres artificielles (tome II, par. 13-17), lorsqu'ils sont bien secs, sont des isolants. Les métaux, les alliages, le graphite, le bois, les tiges végétales, le corps humain, tous les objets mouillés d'eau sont des conducteurs.

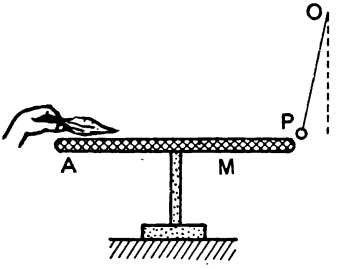


FIG. 1-3. — Attraction du pendule P par la tige métallique M, solée, frottée en A.

—o— On frotte une extrémité d'une baguette de verre tenue par le milieu. Seule l'extrémité frottée exerce une force sur un pendule électrique.

—o— Même expérience avec une tige métallique M (*fig. 1-3*) tenue par un manche isolant. L'extrémité opposée au bout frotté A attire immédiatement le pendule P.

b) D'après ce qui précède, l'électrisation peut se communiquer *par contact* d'un conducteur électrisé à un autre conducteur qui le touche : après séparation, les deux corps sont électrisés. Mais si l'un des corps a des dimensions beaucoup plus petites que l'autre, l'électrisation qu'il conserve après contact est relativement faible.

—o— Deux sphères métalliques S_1 et S_2 (*fig. 1-4*) tenues par l'intermédiaire de supports isolants, et dont l'une a été électrisée, sont mises en contact, puis séparées : si elles ont même rayon, elles agissent de la même façon sur un pendule; sinon, la sphère la plus grosse attire le pendule plus que l'autre (à la même distance).

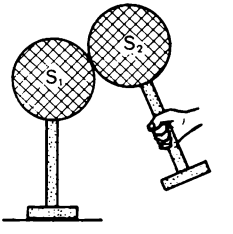


FIG. 1-4. — Exemple de partage des charges par contact.

Si l'on ne peut électriser un conducteur tenu à la main, c'est que l'électrisation se répand dans le corps de l'opérateur et même dans le sol, de sorte qu'il n'en reste plus qu'une fraction insignifiante sur l'objet frotté.

Un isolant, mis au contact d'un corps électrisé, ne se charge que localement (là où il y a eu contact) et relativement peu.

—o— On le montre en recommençant l'expérience précédente avec une sphère S_1 métallique chargée et une sphère S_2 isolante.

c) Le fait de permettre ou non le passage des charges électriques conduit à classer les liquides, comme les solides, en conducteurs et isolants; les alcools, les solutions aqueuses de nombreux corps chimiques (acides, bases, sels) et même l'eau ordinaire appartiennent au premier groupe; les huiles minérales, les carbures d'hydrogène au second. Les gaz, l'air en particulier, sont isolants, sauf dans des cas spéciaux que nous aurons à étudier (chapitre 17).

En réalité, tous les corps sont plus ou moins conducteurs; l'électricité s'y transmet toujours, mais avec une grande lenteur pour les meilleurs isolants. Il existe, à cet égard, tous les intermédiaires entre ces isolants et les très bons conducteurs comme les métaux.

d) Nous verrons que des effets d'électrisation peuvent être obtenus non seulement par frottement, mais encore par simple contact entre corps différents (chapitre 20), par compression ou échauffement de certains cristaux (par. 4-9 et 4-10), etc. Beaucoup d'expériences décrites ci-après feront intervenir des sources d'électricité, notamment des « machines électrostatiques », dont le principe sera exposé ultérieurement (chapitre 21).

1-2. — Charges positives et négatives.

a) Les forces électriques ne sont pas toujours attractives.

—o— La boule métallisée B (*fig. 1-5*), suspendue par un fil isolant en soie et primitivement à l'état neutre, est d'abord attirée par la tige de verre frottée C : elle vient en B′ et prend, par contact, une partie de la charge de C : elle est alors repoussée jusqu'en B″.

—o— Un bâton d'ébonite et le morceau de drap qui a servi à le frotter exercent l'un une répulsion, l'autre une attraction sur un même corps électrisé (*fig. 1-6*).

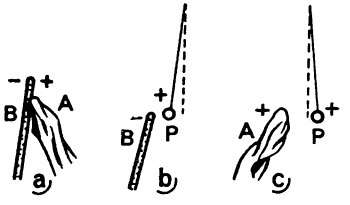


FIG. 1-6. — Le bâton B et le chiffon A, électrisés par frottement l'un contre l'autre, exercent des forces de signes contraires sur un même pendule *électrisé* P.

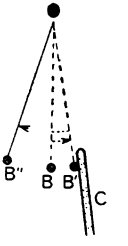


FIG. 1-5. — Attraction et répulsion électrique d'un pendule.

b) Toutes les expériences sur les forces électrostatiques peuvent s'interpréter en admettant qu'il existe deux espèces de charges électriques et deux seulement (les unes sont dites *positives* et les autres *négatives*), et qu'il y a attraction entre charges de signes contraires, répulsion entre charges de même signe. On peut ainsi, moyennant certaines précautions (cf. par. 1-5-d) déterminer le signe d'une charge quelconque, par exemple d'après son action sur un pendule isolé portant une charge de signe connu. La convention fixant le signe de chacune des deux espèces de charges est arbitraire, mais universelle (voir note du par. 6-2).

c) On constate que lorsqu'on frotte l'un sur l'autre deux corps, isolants ou isolés, et d'abord neutres, ils prennent toujours des charges de signes contraires, comme dans le cas de l'expérience de la *figure 1-6*.

On peut en outre classer chaque ensemble de corps dans un ordre tel que lorsqu'on frotte l'un sur l'autre deux d'entre eux, celui qui précède l'autre sur la liste s'électrise positivement. De telles séries, qu'on appelle *triboélectriques*[1], peuvent différer un peu suivant l'état des surfaces; voici l'une d'elles :

1. Du grec *tribein*, frotter.

Poil de lapin; verre; mica; laine; poil de chat; soie; bois; ambre; résine; soufre; ébonite; celluloïd.

On voit, par exemple, que frottés sur de la laine ou de la soie, le verre s'électrise positivement, l'ébonite négativement.

Les métaux se classent dans cette série entre le bois et le celluloïd, les moins oxydables étant les plus proches de la fin de la liste.

1-3. — Quantités d'électricité. Principe de conservation de l'électricité.

a) Les forces entre corps électrisés peuvent être évaluées par leurs effets statiques : déviation d'un pendule de gravité (expérience de la *fig. 1-3*), ou d'une balance de torsion (voir par. 1-6), ou par leurs effets dynamiques (voir, par exemple, par. 3-17 et chap. 16).

Deux charges sont dites égales quand elles produisent sur une même autre charge, à la même distance, des forces égales en grandeur et signe; elles sont opposées quand ces forces sont égales et de sens contraires. Une charge est égale à la somme algébrique de deux autres quand la force qu'elle produit est la résultante de celles que produisent séparément ces deux dernières, placées au même endroit. En particulier, deux charges opposées ainsi placées simultanément se neutralisent.

Les définitions précédentes ne conduisent jamais à des conséquences contraires à l'expérience : les charges électriques sont donc des grandeurs mesurables. On les appelle aussi *quantités d'électricité* (symboles Q et q). Nous indiquerons ultérieurement (par. 3-4 et 3-11) comment on peut les mesurer avec précision à l'aide d'un cylindre de FARADAY, ou encore (par. 10-9) en leur faisant traverser assez rapidement un appareil convenable (*galvanomètre balistique*), dont le système mobile dévie proportionnellement à Q.

L'unité pratique utilisée pour les évaluer s'appelle le *coulomb* (abréviation C); elle sera définie au par. 12-13; les charges intervenant en électrostatique sont de très petites fractions de coulomb, bien qu'elles représentent, le plus souvent, un très grand nombre de fois la charge la plus petite connue, qui est celle d'un électron (voir par. 3-17).

b) L'expérience montre que l'apparition d'une charge d'un certain signe est toujours accompagnée de celle d'une charge de signe opposé, égale en valeur absolue. La *somme algébrique des charges existantes est donc constante*; c'est là le *principe de conservation de l'électricité*, énoncé par FRANKLIN dès 1750, et qui s'est révélé toujours rigoureusement valable. (On a signalé, au tome II, par. 5-8, qu'au contraire le principe de conservation de la masse ne représente qu'une première approximation.) Une vérification directe grossière en sera donnée au par. 3-11-c.

c) On peut aussi considérer la proposition précédente comme résultant de ce que les phénomènes d'électrisation ou de neutralisation mettent toujours en jeu des nombres égaux de ces charges élémentaires positives et négatives, égales en valeur absolue, qui, ainsi qu'on l'a signalé dans l'Introduction, sont portées par les éléments constitutifs de la matière : électrons et noyaux atomiques.

Nous verrons qu'on peut interpréter comme suit les déplacements de charges : les électrons des métaux ne sont pas retenus chacun au voisinage d'un noyau déterminé, mais sont en état d'agitation continuelle, ce qui explique le transport facile des charges dans les conducteurs; on dit que ce sont des électrons « libres », et l'on appelle *charges libres* celles qui se manifestent notamment lors d'une électrisation par frottement ou par contact.

Dans un isolant, au contraire, les déplacements des constituants atomiques sont, sauf cas exceptionnels, très limités ce qui les fait considérer comme des *charges liées*. Mais il peut arriver aussi que dans le vide, dans un gaz, et même dans certains liquides (électrolytes) et solides (semi-conducteurs), l'électricité soit transportée par des électrons libres, par des *ions positifs*, c'est-à-dire des atomes ou molécules ayant temporairement perdu un ou plusieurs de leurs électrons, ou des *ions négatifs* (atomes ou molécules auxquels sont associés temporairement des électrons supplémentaires).

1-4. — Électrisation par influence[1].

a) Un corps *conducteur* placé au voisinage d'un corps électrisé s'électrise. Il revient à l'état neutre lorsqu'on l'éloigne du corps *influençant*.

On rapproche de l'une des extrémités A d'un conducteur isolé allongé M (*fig. 1-7-a*) non chargé un corps électrisé C. Un pendule léger P, placé au voisinage de l'autre extrémité B (trop loin de C pour en subir une attraction directe appréciable), est attiré vers B; il retombe dès que l'on retire C.

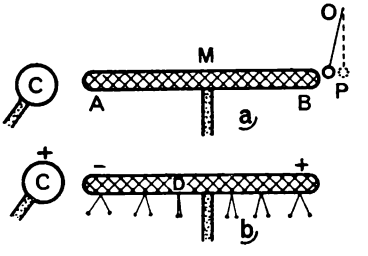


FIG. 1-7. — Électrisation par influence.

Lorsque l'on approche le corps influençant, chargé positivement par exemple, l'extrémité A se charge négativement et l'extrémité B positivement, comme si les charges négatives de M étaient attirées par la charge de C et les charges positives repoussées; mais, en fait, ce sont les électrons libres (voir ci-dessus) qui sont seuls déplacés. On peut montrer cette apparition de charges de plusieurs manières.

—o— Des pendules doubles avec fils conducteurs en lin (*fig. 1-7-b*) étant suspendus en A et B, les balles de sureau électrisées se repoussent mutuellement, ce qui montre l'existence de charges dans ces régions. Il existe une région intermédiaire D où le double pendule reste au repos. On peut vérifier par la méthode du plan d'épreuve, qui sera décrite au par. 3-6, que cette région limite celles où apparaissent des charges de signes opposés.

—o— On peut aussi projeter sur C et sur AB un mélange de minium et de soufre en poudre, à l'aide d'un petit soufflet, d'où ces deux substances sortent électrisées avec des signes contraires. Le minium rouge se fixe sur C et B, et le soufre jaune sur A, ou inversement, selon les signes des charges dans ces régions.

1. On dit aussi *par induction*, mais ce terme est plus souvent employé dans des sens différents.

—o— On influence (*fig. 1-8-a*) un ensemble de deux sphères métalliques S_1S_2 au contact (S_2 étant plus éloignée que S_1 du corps influençant C) et on les sépare en présence de C (*fig. 1-8-b*). Elles emportent des charges, qu'elles conservent lorsqu'elles sont éloignées de tout autre corps (*fig. 1-8-c*). On peut constater, par leur action sur un pendule électrisé, que S_1 et S_2 ont des charges de signes contraires, celle de S_2 ayant même signe que celle de C.

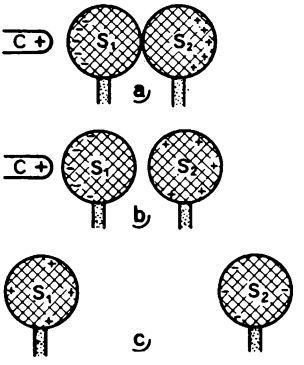


FIG. 1-8. — Séparation de charges par influence électrostatique.

b) L'électrisation par influence explique l'attraction d'un corps neutre tel que la balle conductrice isolée B, par un corps électrisé C (*fig. 1-5*). C étant chargé positivement, par exemple, B s'électrise par influence de façon à présenter une charge négative du côté de C et une charge positive du côté opposé; la première est attirée par C, la deuxième repoussée, mais plus faiblement, parce qu'elle est plus éloignée, et au total, B subit une attraction. Mais si la boule B parvient à toucher C, sa charge négative va neutraliser une partie de la charge de C, et la boule restant chargée positivement est alors repoussée par C.

Lorsque la balle conductrice est suspendue à un fil conducteur qui la met en relation avec le sol, la charge positive produite par influence s'en va dans le sol; la balle B est attirée par C plus énergiquement que lorsque le fil est isolé.

Remarques. — 1° Si le pendule est fait d'une matière parfaitement isolante, des effets d'attraction (beaucoup moins marqués) sont encore observables. Ils seront expliqués au paragraphe 5-10.

2° Si l'on approche d'un pendule isolé électrisé un conducteur relié au sol, la main de l'opérateur, par exemple, il y a attraction du pendule par les charges produites dans la main par influence.

1-5. — Électroscope à feuilles.

a) Les parties voisines d'un même conducteur électrisé, portant des charges de même signe, se repoussent mutuellement.

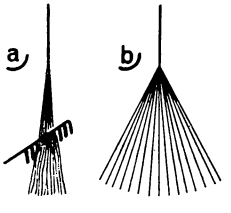


FIG. 1-9. — Écheveau de soie : *a*) neutre; *b*) électrisé.

—o— Un écheveau de soie, suspendu à un fil quelconque, s'électrise positivement quand on le peigne de haut en bas avec un peigne d'ébonite ou de celluloïd. Les fils, tous chargés positivement, se repoussent (*fig. 1-9*).

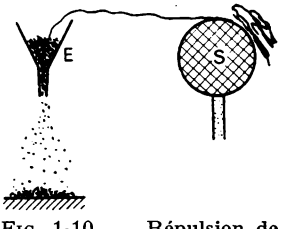


FIG. 1-10. — Répulsion de grains métalliques électrisés.

—o— Un entonnoir effilé E (*fig. 1-10*) est rempli de poudre d'aluminium que l'on fait communiquer

par un fil métallique avec une sphère métallique isolée S. Lorsqu'on électrise la sphère, la poudre tombe en gerbe épanouie par suite de la répulsion mutuelle des grains.

—o— Les cheveux d'un homme monté sur un tabouret isolant se dressent sur sa tête quand on l'électrise fortement à l'aide d'une machine électrostatique (Expérience de l'Abbé NOLLET, 1745).

b) Sur ce principe est basé l'électroscope à feuilles, qui sert à déceler l'électrisation avec beaucoup plus de sensibilité que le pendule électrique, et avec lequel on peut répéter les expériences décrites plus haut.

Il se compose (*fig. 1-11*) d'une tige métallique T isolée par un support S et portant à sa partie inférieure deux feuilles conductrices très minces (d'or ou d'aluminium) F_1F_2. Ces feuilles pendent verticalement sous l'influence de leur poids lorsque le conducteur TF_1F_2 est neutre. A l'exception de la partie supérieure de T, que termine un bouton B, l'ensemble est enfermé dans une cage métallique C, dans laquelle est fixé S, et qui protège les feuilles contre certaines actions perturbatrices, ainsi qu'on le verra plus tard (Écran électrique, par. 3-3); des fenêtres de verre et un dispositif d'observation à viseur, ou à projection, muni d'une échelle graduée, permettent de mesurer l'écart angulaire α des feuilles.

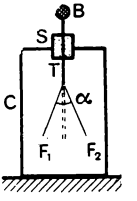


FIG. 1-11. Électroscope à feuilles.

—o— Un frottement léger du bouton B à l'aide d'une étoffe ou d'une fourrure provoque un écart des feuilles.

—o— Le contact d'un corps chargé avec B l'électrise par contact et les feuilles dévient.

—o— Monté sur un tabouret à pieds de verre, un homme touche la boule de l'électroscope à feuilles. Il s'électrise quand on le frappe avec une peau de chat, et les feuilles divergent. Les feuilles retombent quand un opérateur en communication avec le sol vient à toucher du doigt la personne placée sur le tabouret isolant.

c) Les phénomènes d'influence permettent de communiquer aux feuilles d'un électroscope une charge de signe déterminé et de valeur convenable.

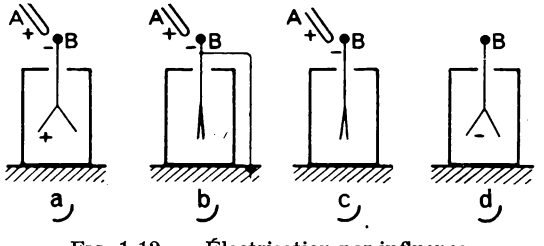


FIG. 1-12. — Électrisation par influence d'un électroscope à feuilles.

—o— On approche de B (sans le toucher) un corps électrisé A de signe connu, positif par exemple (*fig. 1-12*) : B se charge négativement, les feuilles positivement. Si l'on met B au sol (*fig. 1-12-b*), l'électricité positive disparaît de l'électroscope et les feuilles retombent. Si l'on isole ensuite B (*fig. 1-12-c*) et que l'on éloigne A, l'électricité négative se répand jusqu'aux feuilles F, qui dévient de nouveau (*fig. 1-12-d*).

d) L'électroscope chargé permet de reconnaître le signe de la charge d'un corps.

—o— L'électroscope étant chargé négativement par exemple, si de la boule B on approche un corps électrisé négativement, des charges négatives sont repoussées dans les feuilles, et la divergence augmente. Si l'on approche un corps électrisé positivement, des charges négatives sont attirées dans la boule, et la divergence diminue.

Si toutefois le corps que l'on approche possède une charge positive suffisante, les feuilles peuvent, lorsqu'on le rapproche de plus en plus, diverger à nouveau après être retombées; la première phase de leur mouvement risque de n'être pas perceptible, si l'on opère trop rapidement.

1-6. — Loi de Coulomb.

a) Lorsqu'on connaît la répartition des charges électriques, les forces qu'elles exercent les unes sur les autres peuvent être calculées par application d'une loi découverte en 1785 par COULOMB. Ce physicien, guidé par l'analogie avec la loi de NEWTON sur l'attraction universelle (tome I, par. 16-1), émit l'hypothèse que toute particule assimilable à un point P, et portant une charge électrique Q, subit de la part de toute autre particule P', portant une charge Q', une force F, répulsive ou attractive (selon que Q et Q' sont ou non de mêmes signes), de module :

$$[1,1] \qquad F = k_e \frac{QQ'}{r^2},$$

r étant la distance PP', et k_e une constante qui dépend des unités choisies, on convient de rendre k_e positive, la force F étant ainsi positive dans le cas d'une répulsion.

D'après l'égalité de l'action et de la réaction (tome I, par. 3-8), P exerce sur P' une force F' égale et opposée à F, ces deux forces étant dirigées suivant la droite PP' (*fig. 1-13*). Le fait qu'elles soient proportionnelles à Q et à Q', et par suite au produit QQ', résulte de la règle des effets des charges énoncée au par. 1-3-a.

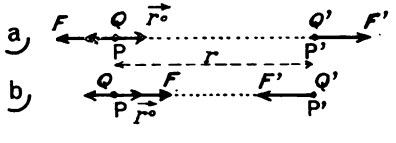


FIG. 1-13. — Loi de COULOMB,
$F = -F' = k_e \frac{QQ'}{r^2}$;
a) $QQ' > 0$; *b)* $QQ' < 0$.

b) Les actions électrostatiques entre corps de petites dimensions sont en pratique toujours très faibles (10^{-6} à 10^{-8} N). COULOMB employa, pour mesurer les forces répulsives, le dynamomètre de torsion (tome I, par. 7-8) qu'il inventa à cette occasion.

L'appareil (balance de COULOMB) est représenté schématiquement par la *figure 1-14*. Les deux corps électrisés sont constitués par des petites sphères conductrices identiques (en sureau doré), de quelques millimètres de diamètre, portées par des supports isolants. L'une P' est fixe, l'autre P est à l'extrémité d'une aiguille horizontale, à l'autre bout de laquelle une palette verticale Q sert de contrepoids et d'amortisseur. L'aiguille est suspendue

en son milieu O par un fil de torsion F (de quelques décimètres de long et quelques centièmes de millimètre de diamètre), dont l'extrémité supérieure est portée par le bouton B, qui peut tourner d'un angle réglable, mesuré par les déplacements de l'index I devant le tambour gradué T. L'ensemble est enfermé dans une cage de verre; une graduation circulaire G permet de mesurer les angles dont tourne l'aiguille.

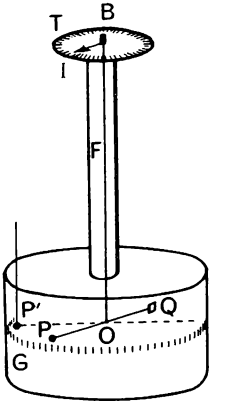


FIG. 1-14. — Balance de COULOMB.

On règle l'appareil de façon que P et P', étant neutres, soient exactement au contact sans que le fil F soit tordu. On retire P', on l'électrise et on le replace. P s'électrise par contact et, par raison de symétrie, prend la moitié de la charge initiale de P'. La répulsion écarte P, qui prend une position d'équilibre dans laquelle le moment de la force répulsive par rapport à OB est égal au moment du couple de torsion du fil.

Représentons (*fig. 1-15*) l'état d'équilibre dans un plan horizontal passant par O. Le moment par rapport à OB (tome I, par. 4-12) de la force répulsive F appliquée à P est :

$$F \times \mathrm{OH} = F.l.\cos\frac{\alpha}{2},$$

l étant la distance OP, et α l'angle $\widehat{P'OP}$; le moment du couple de torsion (tome I, par. 7-8) est $\Gamma = C\alpha$, C désignant le couple de torsion par radian, et l'on a

$$[1,2] \qquad C\alpha = Fl\cos\frac{\alpha}{2}.$$

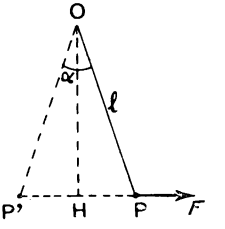


FIG. 1-15. — Équilibre de la balance de COULOMB.

Retirons alors de l'appareil P' toujours isolée, faisons-lui toucher une sphère auxiliaire identique neutre : sa charge diminue de moitié. Lorsqu'on replace P', il faut, pour rétablir entre P et P' la même distance que précédemment, tourner B d'un angle β, dans le sens de la rotation α. La torsion du fil n'est plus que $\alpha - \beta$, et :

$$[1,3] \qquad C(\alpha - \beta) = F'l\cos\frac{\alpha}{2},$$

F' étant la nouvelle force exercée par P' sur P.

On constate que $\beta = \alpha/2$, d'où $F' = F/2$, ce qui vérifie la proportionnalité de la force répulsive à la charge Q' de P'.

c) Voici maintenant un exemple de vérification de la loi suivant laquelle la force F varie en fonction de la distance r des charges ponctuelles. Dans une expérience conduite comme celle décrite plus haut, et dont le résultat s'exprime par l'équation [1,2], COULOMB trouvait un angle $\alpha = 36°$. En tournant B d'un angle $\beta = 126°$ en sens opposé à α, on donnait à ce dernier angle la valeur $\alpha' = 18°$. La torsion du fil était $\alpha' + \beta = 144°$, la force ayant pris la valeur F'.

De [1,2], l'on déduit :

$$\frac{36}{144} = \frac{F \cos 18^\circ}{F' \cos 9^\circ},$$

d'où

$$\frac{F'}{F} = \frac{144}{36} \times \frac{0{,}951}{0{,}987} = 3{,}88.$$

Le rapport des distances est :

$$\frac{r}{r'} = \frac{l \sin \alpha/2}{l \sin \alpha'/2} = \frac{0{,}309}{0{,}156} = 1{,}98.$$

dont le carré est 3,92.

On trouve donc très sensiblement

$$\frac{F'}{F} \simeq \left(\frac{r}{r'}\right)^2.$$

Remarques. — 1° La méthode précédente s'applique à l'étude des forces répulsives. Dans le cas des attractions, on rencontre des positions d'équilibre instable qui n'en permettent pas l'emploi.

2° Les expériences de COULOMB ont une précision médiocre, pour diverses causes : l'isolement n'est pas parfait, les sphères ne peuvent être regardées ni comme ponctuelles, ni comme parfaitement identiques.

d) Mais toutes les conséquences que la théorie déduit de la loi de COULOMB sont d'accord avec l'expérience, ce qui conduit à considérer cette loi fondamentale comme *absolument rigoureuse.* Elle s'applique même à des charges portées par un même corps, ou entre lesquelles sont interposés d'autres corps, supposés conducteurs.

Lorsqu'il existe entre P et P' un *diélectrique* (autre que le vide), celui-ci subit une modification (*polarisation*) équivalente à l'apparition de charges supplémentaires sur sa surface, et même souvent dans son volume : il y a lieu de tenir compte de ces charges dans l'application de la loi de COULOMB (voir par. 4-2). Toutefois si ce diélectrique est l'air, les charges de polarisation sont très faibles, et la loi de COULOMB s'applique (moyennant, au besoin, une très légère modification du coefficient k_e) comme si elles n'existaient pas, ce qui justifie les expériences décrites ci-dessus.

e) On peut écrire, en notation vectorielle :

[1,4] $$\vec{F} = k_e \frac{QQ'}{r^2} \cdot \vec{r^0},$$

$\vec{r^0}$ étant un *vecteur unitaire* (c'est-à-dire de longueur égale à l'unité), de direction PP' et dont le sens va vers la charge sur laquelle s'exerce la force considérée. Cette notation permet d'indiquer à la fois le module de $\vec{F}$ et sa direction.

La loi de NEWTON, relative à la gravitation (tome I, par. 16-1) pourrait s'écrire de même :

$$[1,5] \qquad \vec{F} = \mathcal{G}\frac{mm'}{r^2}\cdot\vec{r^0},$$

$\vec{F}$ étant la force qui s'exerce entre deux masses matérielles ponctuelles m et m' distantes de r.

1-7. — Unités de quantité d'électricité. Loi de Coulomb rationalisée.

a) La loi de COULOMB permet de fixer l'unité de quantité d'électricité. Deux systèmes (voir l'Introduction) sont principalement utilisés.

Dans le système appelé électrostatique C. G. S., on exprime F en dynes, r en centimètres et l'unité de quantité d'électricité, ou *franklin*[1], est choisie telle que deux particules ponctuelles qui la portent se repoussent dans le vide avec une force de 1 dyne lorsqu'elles sont distantes de 1 cm. On a, par suite :

$$[1,6] \qquad k_e = 1\,\frac{\text{dyne.cm}^2}{\text{franklin}^2}.$$

Dans le système pratique, l'unité de quantité d'électricité n'est pas définie à partir de la loi de COULOMB, mais à partir de celle d'intensité de courant, comme on le verra plus tard (par. 12-13). Cette unité est le *coulomb* (symbole C), les unités mécaniques fondamentales du système étant le mètre, le kilogramme-masse et la seconde. Dans ces conditions, la valeur de la constante k_e est fixée par l'expérience. On trouve, dans le vide (et, à très peu près, dans l'air) :

$$[1,6\ bis] \qquad k_e = 8{,}987\ 10^9\,\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \simeq 9.10^9\ \text{Nm}^2\,\text{C}^{-2}.$$

Comme 1 N $= 10^5$ dynes et 1 m $= 10^2$ cm, on en déduit :

$$[1,7] \qquad 1\ \text{coulomb} = 2{,}997.10^9\ \text{franklins} \simeq 3.10^9\ \text{franklins}.$$

b) *Remarques.* — 1° Une simplification analogue à celle que traduit la formule [1,6] aurait pu se présenter à propos de la loi de gravitation exprimée par la formule [1,5], si l'on avait jugé bon de définir l'unité de force en fonction de l'unité de masse (ou inversement) par la convention $\mathcal{G} = 1$. On sait que l'on a préféré rendre égal à l'unité le coefficient de la loi fondamentale de la dynamique, et que la constante $\mathcal{G}$ a alors la valeur $6{,}7.10^{-11}\ \text{N.m}^2/\text{kg}^2$.

2° La formule [1,4] indique que, si l'on pouvait placer à un mètre de distance deux charges ponctuelles de un coulomb chacune, elles exerceraient

1. Dénomination proposée, mais non officiellement adoptée jusqu'ici. Nous l'utiliserons, par commodité.

l'une sur l'autre une force de 9.10^9 newtons, soit près de 10^6 tonnes-forces. Mais les charges qu'il est possible d'immobiliser sont toujours beaucoup plus petites.

c) Il se trouve que dans de nombreuses formules de l'électrostatique, plus usuelles que la formule de COULOMB, apparaît le facteur $4\pi k_e$. Pour éviter ce « déluge de π », comme disait HEAVISIDE, et aussi pour des raisons théoriques, on a été conduit à écrire, en langage *rationalisé*, la constante k_e sous la forme :

[1,8] $$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

ε_0 étant appelé (voir par. 4-1) permittivité du vide. Sa valeur est donc, dans le système pratique[1] :

[1,9] $$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e} = 8{,}85\ 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2},$$

et la formule [1,4] devient :

[1,10] $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ'}{r^2}\vec{r^0}.$$

Mais beaucoup d'auteurs emploient encore un langage non rationalisé, dans lequel la permittivité du vide est

[1,9*] $$\hat{\varepsilon_0} = \frac{1}{k_e} = 4\pi\varepsilon_0 = 1\,\frac{\text{franklin}^2}{\text{dyne.cm}^2} \simeq \frac{1}{9\ 10^9}\frac{C^2}{N\,m^2}.$$

1-8. — Dissymétrie entre les deux espèces d'électricité.

Les charges électriques positives et négatives ne jouent pas toujours des rôles aussi analogues que pourraient le laisser croire les expériences décrites jusqu'ici.

a) *Effet thermoélectronique.* Les métaux, lorsqu'on les porte à haute température, libèrent des charges électriques qui sont toujours négatives : nous verrons au chapitre 16 qu'il s'agit d'électrons. —o— Une ampoule vide (*fig. 1-16*) contient un filament de tungstène F chauffé à l'incandescence par le passage d'un courant et une plaque métallique P bien isolée[2], reliée à un électroscope E. On charge P par influence (par. 1-5-c), le filament étant froid. Lorsqu'on chauffe le filament, l'électroscope se décharge, s'il était chargé positivement. Il conserve sa charge, si elle était négative. Dans le premier cas, l'électricité *négative* émise par le filament chaud est attirée par la plaque et vient neutraliser sa charge. Dans le second cas, elle est repoussée vers le filament et la charge de l'électroscope ne varie pas.

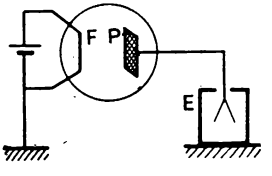


FIG. 1-16. — Effet thermoélectronique.

1. Nous verrons (par. 3-9-d) que l'unité pratique de permittivité ($C^2/N.m^2$) s'appelle aussi le farad par mètre.

2. Une telle ampoule est une *diode* (voir chap. 16). Le modèle commercial EY 51 convient bien.

b) *Effet photoélectronique.* Les solides, éclairés par des radiations lumineuses de fréquence convenable, laissent également échapper des électrons.

—o— L'expérience se fait aisément avec certains métaux. Une plaque de zinc P (*fig. 1-17*) dont la surface est propre, est fixée à la tige d'un électroscope E. On charge celui-ci par influence, positivement ou négativement. On éclaire alors la plaque par de la lumière contenant des radiations ultraviolettes (arc au charbon sans condenseur de verre, lampe à vapeur de mercure à enveloppe de quartz). Si la plaque est chargée négativement, elle perd sa charge, la libération des charges négatives étant facilitée par la répulsion électrostatique. Si elle est chargée positivement, et retient ainsi les charges négatives, sa charge se conserve.

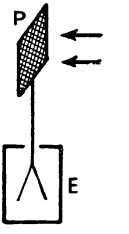


FIG. 1-17. — Effet photoélectronique.

CHAPITRE 2

CHAMP ÉLECTROSTATIQUE (DANS LE VIDE)

2-1. — Notion de champ électrique. Unités. Symétrie.

a) Dans l'énoncé de la loi de COULOMB, les forces électrostatiques apparaissent comme des *actions à distance*, sans connexion matérielle entre les corps qui y participent. Au XIX^e siècle, la difficulté d'admettre qu'un corps puisse agir là où il ne se trouve pas conduisit à exprimer les faits de la façon suivante.

Dans le voisinage d'un corps électrisé, imaginons que l'on place une particule porteuse d'une faible charge électrique q. Ce « corps d'essai » quasi-ponctuel est soumis à une force f, résultante de toutes les forces de COULOMB dues aux diverses charges ponctuelles; on peut, en principe au moins, mesurer f, qui, d'après la loi de COULOMB, est proportionnelle à q. Sans se préoccuper de connaître la situation et la grandeur des charges électriques qui agissent sur q, on peut dire que la particule soumise à une force électrostatique se trouve dans un *champ de forces électriques* ou simplement dans un *champ électrique*. Ce champ, comme celui de gravitation (tome I, chap. 16) peut exister même dans le vide.

Pour l'instant, nous nous bornerons à considérer des corps chargés électriquement en équilibre et en repos : on emploie alors également le terme de *champ électrostatique*, celui de champ électrique s'étendant aussi au cas, qui sera examiné plus tard, où les charges électriques peuvent être en mouvement. Ainsi que nous le verrons en étudiant les phénomènes d'induction électromagnétique (chap. 10), la notion de champ électrique est plus générale que la loi de COULOMB.

b) La direction de la force f qui s'exerce sur une charge q placée en un point où règne un champ électrostatique ne dépend pas de q. En effet, d'après la loi de COULOMB, toutes les forces électriques varient dans le même rapport lorsque q varie (pourvu que les charges agissantes ne soient pas modifiées, ce qui suppose que les effets d'influence dus à q sont négligeables ou compensés). La résultante f varie aussi dans le même rapport et sa direction reste la même (tome I, par. 4-3). Ce résultat est valable, quelle que soit la cause du champ électrique.

On peut donc caractériser celui-ci par un vecteur $\vec{E}$ dont l'origine est au point considéré, dont la direction est celle de la force $\vec{f}$ qui s'exercerait sur une charge ponctuelle q placée en un point (*fig. 2-1*). Pour achever de déterminer $\vec{E}$, il faut fixer encore son module et son sens : par convention, ce sont ceux de la force qui s'exercerait sur l'unité de charge positive. On a donc pour expression du vecteur champ électrostatique :

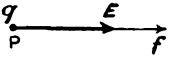


FIG. 2-1. — Définition du champ électrique en P.

$$[2,1] \qquad \vec{E} = \vec{f}/q.$$

La définition qui précède fixe l'unité pratique de $\vec{E}$, qui pourrait s'appeler le newton par coulomb; on lui donne plutôt (par. 2-6) celui de volt par mètre.

L'unité C. G. S. E. S. serait la dyne par franklin. Comme 1 newton $=10^5$ dynes et 1 coulomb $= 3.10^9$ franklins, on a :

$$[2,2] \qquad 1 \text{ C/N} = 1 \text{ V/m} = \frac{1}{3.10^4} \text{ dyne/franklin.}$$

c) Insistons sur le point de vue que traduit le concept de champ électrique : il revient à admettre que les corps chargés électriquement créent dans l'espace autour d'eux un certain état, différent de celui qui y existerait si ces corps étaient électriquement neutres. Un corps porteur de charges électriques et placé dans le champ d'un corps électrisé C est soumis à une force que l'on regarde comme due à l'état de l'espace là où il se trouve, plutôt qu'à l'action de C.

Les champs de gravitation, et, en particulier, le champ de pesanteur (tome I, par. 10-14 et 16-7) correspondent de même à un état de l'espace, se traduisant par des forces, proportionnelles à leurs masses, que subissent les corps matériels.

d) Nous avons défini, au paragraphe 7-13 du tome I, la *symétrie* d'un phénomène physique. Appliquons au champ électrostatique le principe que la symétrie des effets est au moins égale à celle des causes. Nous venons de voir que le champ considéré comme cause produit une force sur une charge ponctuelle : la symétrie *maximum* du champ est donc celle d'une force (cylindre de révolution en translation suivant son axe, fig. *7-52-b* du tome I). C'est aussi sa symétrie *minimum*, car si l'on considère le champ en un point P comme effet, et qu'on le suppose dû à une charge ponctuelle unique O (*fig. 2-2*), il possède au moins la symétrie de l'ensemble OP, qui est encore celle d'une force.

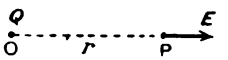


FIG. 2-2. — Champ électrique $E = k_e \frac{Q}{r^2}$ créé par une charge ponctuelle Q.

La symétrie du champ électrostatique est ainsi entièrement déterminée. On le représente de façon satisfaisante par un vecteur polaire, comme une force. *Les champs électriques en un point se composent donc vectoriellement comme les forces.*

e) Le vecteur $\vec{E}$ varie en général d'un point de l'espace à l'autre : c'est une fonction des coordonnées du point considéré, qui est continue si l'on peut passer d'un point à un autre infiniment voisin, sans que nulle part le module ou la direction du vecteur éprouve des changements brusques. (Mais nous verrons qu'en certains points $\vec{E}$ peut subir une discontinuité.)

Nous avons déjà eu l'occasion d'étudier des propriétés de telles fonctions au tome I (par. 10-14, 16-7 et 21-11), à propos de champs de vitesse. Nous allons reprendre plus systématiquement cette étude à propos des champs électriques, en distinguant les propriétés qui leur sont particulières et les propriétés générales appartenant à tout champ de vecteurs.

2-2. — Champ et déplacement électriques dus à une charge ponctuelle dans le vide.

a) De la loi de COULOMB, et de la définition du champ électrique, il résulte immédiatement qu'une charge ponctuelle Q, située en O (*fig. 2-2*) produit en un point P, distant de r, un champ radial, c'est-à-dire dirigé suivant OP, ayant pour module :

$$E = k_e \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}; \qquad [2,3]$$

$\vec{E}$ s'écarte de O si Q est positif, et inversement.

Les champs dus à plusieurs charges ponctuelles se composent vectoriellement.

Des formules analogues sont applicables aux champs de gravitation, et à tout champ de vecteurs déterminable à partir d'une répartition spatiale de « charges » ou de « masses », et d'une loi de forces de même forme que celles de NEWTON et de COULOMB.

b) Il est avantageux, comme nous le verrons, de considérer, en chaque point d'un espace où existe un champ électrique, le vecteur *déplacement* $\vec{D}$, défini, dans le vide, par la relation

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}. \qquad [2,4]$$

Le cas d'un milieu autre que le vide sera considéré aux paragraphes 3-1 et 4-1. Si le déplacement est dû à une charge ponctuelle unique Q, distante de r, son module est :

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2}. \qquad [2,5]$$

Il s'évalue, dans le système pratique, en *coulombs par mètre carré*, et dans le système C. G. S. E. S. en *franklins par centimètre carré :*

$$1 \text{ C/m}^2 = \frac{3.10^9}{10^4} = 3.10^5 \text{ franklins/cm}^2. \qquad [2,6]$$

Certains auteurs considèrent le déplacement non rationalisé :

[2,4*] $$\hat{D} = \hat{\varepsilon}_0 E = 4\pi D.$$

S'il est dû à une charge ponctuelle unique, son module est :

[2,5*] $$\hat{D} = Q/r^2.$$

Cette formule est plus simple que [2,5], mais c'est $D = \dfrac{\hat{D}}{4\pi}$ qui intervient dans certaines relations importantes, comme celle de GAUSS (par. 2-10).

2-3. — Lignes et tubes de vecteurs.

a) Dans tout champ de vecteurs, les courbes telles qu'en chacun de leurs points P la direction de leur tangente soit celle du vecteur $\vec{v}$ en ce point (*fig. 2-3-a*) sont appelées *lignes de force* ou *lignes de vecteurs* $\vec{v}$ (Cf tome I, par. 10-14). Les lignes de vecteurs donnent une représentation commode du champ. Ainsi, le mouvement d'un fluide est représenté par les lignes de courant tangentes en chaque point à la vitesse des particules de fluide, que l'on peut souvent rendre visibles ainsi qu'on l'a dit au par. 21-2 du tome I.

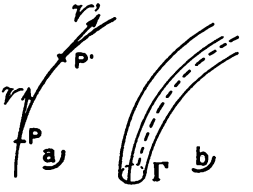


FIG. 2-3. — Lignes et tubes de vecteurs.

Un champ de vecteurs est dit *uniforme* si en tous les points de la région considérée, les vecteurs ont même grandeur, même direction et même sens; on verra (par. 2-11-c) que ces trois conditions ne sont pas indépendantes. Les lignes de vecteurs sont alors des droites parallèles. Il en est très approximativement ainsi pour le champ de pesanteur dans un espace limité : les lignes de ce champ sont verticales.

b) L'ensemble des lignes de vecteurs qui passent par tous les points d'un contour fermé forme une surface tubulaire appelée *tube de vecteurs* (ou tube de force). La *figure 2-3-b* représente quelques-unes des lignes de vecteurs qui constituent le tube de vecteurs s'appuyant sur la courbe fermée Γ. Les tubes de vecteurs d'un champ uniforme sont des cylindres (cf. par. 2-11-c).

Les définitions précédentes s'appliquent, en particulier, aux vecteurs champ et déplacement électriques; dans le vide, les lignes de champ et les lignes de déplacement sont confondues, puisque $\vec{E}$ et $\vec{D}$ ont en un même point même direction.

—o— Une petite boule métallique, à laquelle on a attaché des fils de soie ou de coton, ou des rubans de papier très légers, est mise en communication avec un pôle d'une machine électrostatique dont l'autre pôle est « au sol », c'est-à-dire communique avec les parois de la salle : les fils ou les rubans se repoussent et s'orientent comme les lignes de champ.

—o— On obtient de même l'aspect des lignes de champ de deux charges égales et de signes contraires, en attachant des fils de soie ou de coton aux deux pôles d'une machine électrostatique.

—o— On peut encore coller sur une lame de verre un ou deux disques de papier métallique, que l'on réunit aux pôles de la machine. En plaçant horizontalement la lame de verre, recouverte d'un liquide isolant et visqueux (huile de vaseline) et en la saupoudrant avec du crin bien sec coupé en petits morceaux, ou avec du gypse fraîchement pulvérisé, on voit les brins ou les fragments cristallins s'aligner suivant des lignes de forces.

Cette expérience, analogue à celle des « spectres magnétiques » (par. 8-4) donne ce qu'on appelle des « spectres électriques ».

2-4. — Circulation du vecteur champ. Potentiel électrique.

a) On sait (tome I, par. 10-1) que lorsqu'un point matériel P, soumis à une force F, subit un déplacement $PP' = ds$, suivant une direction faisant avec F un angle θ, le travail de la force F est :

$$dW = F.\cos\theta.ds.$$

Pour un déplacement de P_1 en P_2 le long d'une courbe Γ, le travail total est

[2,7] $$W = \int_{P_1P_2} F\cos\theta\, ds.$$

b) On définit d'une façon analogue la *circulation* (qu'on appelle parfois aussi *travail*) d'un vecteur quelconque $\mathcal{V}$ le long d'une courbe P_1P_2 (*fig. 2-4*) par la relation :

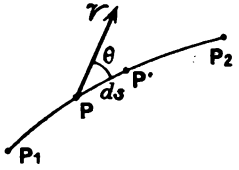


FIG. 2-4. — Circulation d'un vecteur $\mathcal{V}$.

[2,8] $$W = \int_{P_1P_2} \mathcal{V}\cos\theta\, ds.$$

Comme les travaux, les circulations sont des grandeurs algébriques; lorsqu'un vecteur est la résultante de plusieurs vecteurs de même nature, la circulation du vecteur résultant est la somme algébrique des circulations des vecteurs composants.

Le déplacement élémentaire ds et la projection $\mathcal{V}\cos\theta$ du vecteur sur sa direction sont des grandeurs scalaires. On écrit symboliquement

[2,9] $$\mathcal{V}.ds\cos\theta = \vec{\mathcal{V}}.\vec{ds},$$

d'où $$W = \int_{P_1P_2} \vec{\mathcal{V}}.\vec{ds},$$

$\vec{\mathcal{V}}.\vec{ds}$ étant appelé *produit scalaire* des vecteurs $\vec{\mathcal{V}}$ et $\vec{ds}$. Ce produit est positif si $\theta < \frac{\pi}{2}$, négatif si $\theta > \frac{\pi}{2}$.

Soient $\mathcal{V}_x\mathcal{V}_y\mathcal{V}_z$ les projections de $\vec{\mathcal{V}}$ sur trois axes de coordonnées rectangulaires, dx, dy, dz les projections de ds sur les mêmes axes. D'après la loi d'additivité rappelée ci-dessus, on a :

[2,10] $$\mathcal{V}.ds = \mathcal{V}_x dx + \mathcal{V}_y dy + \mathcal{V}_z dz,$$

relation analogue à la formule [10,4] du tome I.

En particulier, la circulation du champ électrique le long de P_1P_2 est

[2,11] $$W_E = \int \vec{E}.\vec{ds} = \int_{P_1P_2} (E_x dx + E_y dy + E_z dz),$$

E_x, E_y, E_z étant les composantes de $\vec{E}$ sur les trois axes.

Lorsqu'une charge q décrit le parcours P_1P_2, le travail de la force électrostatique $\vec{F} = \vec{E}.q$ qui agit sur elle est :

[2,12] $$W = q \int_{P_1P_2} E.ds = qW_L.$$

2-5. — Cas particulier des vecteurs à circulation conservative. Potentiel électrique.

a) Quand une masse ponctuelle m se déplace dans un champ de pesanteur uniforme, d'accélération $\vec{g}$, de façon que son altitude varie de dz, le travail de son poids $\vec{p} = m\vec{g}$ est :

$$dW_p = -mg\,dz.$$

Lorsque m passe d'un point P_1 d'altitude z_1 (par rapport à un plan horizontal de référence) à un point P_2 d'altitude z_2 (*fig. 2-5*), le travail de la pesanteur est donc :

$$W_p = mg(z_1 - z_2),$$

et la circulation du vecteur $\vec{g}$ est :

$$W_g = g(z_1 - z_2).$$

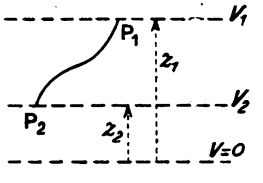


FIG. 2-5. — Surfaces équipotentielles du champ de pesanteur.

Elle ne dépend pas du parcours P_1P_2, mais seulement des positions initiale et finale. C'est la différence des valeurs que prend en P_1 et P_2 une même fonction scalaire gz, qu'on appelle *potentiel de pesanteur*. On dit que le vecteur $\vec{g}$ *dérive du potentiel* gz.

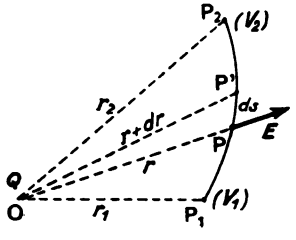


FIG. 2-6. — Circulation du champ électrostatique de P_1 en P_2 : $W_E = V_1 - V_2$.

Si l'on change le plan horizontal à partir duquel sont décomptées les altitudes, on fait varier toutes celles-ci, et par conséquent toutes les valeurs gz, d'une même quantité, sans modifier les différences telles que $gz_1 - gz_2$: on peut donc considérer la fonction potentielle, qui n'intervient que par ses variations, comme n'étant *définie qu'à une constante additive arbitraire près.*

b) Soient maintenant, dans un espace vide où existe un champ électrique $\vec{E}$, créé par une charge ponctuelle Q située en O (*fig. 2-6*), deux points infiniment voisins P et P', distants de O de r et $r + dr$.

La circulation élémentaire du champ $\vec{E}$, de P en P′ est, d'après [2,3] :

$$dW_E = k_e \frac{Q}{r^2} dr = -k_e Q d\left(\frac{1}{r}\right),$$

$\frac{dr}{r^2}$ étant l'accroissement changé de signe de $\frac{1}{r}$, quand r varie de dr.

La circulation le long d'un parcours P_1P_2 est par suite :

[2,13] $$W_E = k_e\left(\frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2}\right),$$

r_1 et r_2 étant les distances de P_1 et P_2 à O. Elle ne dépend pas de la forme de la courbe P_1P_2, mais seulement de ses deux extrémités.

D'une façon générale, lorsqu'un champ de vecteurs satisfait à une telle condition, il est dit à *circulation conservative*. C'est le cas, en particulier, de tout champ uniforme.

On peut encore écrire :

[2,14] $$W_E = V_1 - V_2$$

V_1 et V_2 étant les valeurs que prend en P_1 et P_2 une même fonction scalaire des coordonnées :

[2,15] $$V = k_e \frac{Q}{r} + V_0,$$

dans laquelle V_0 est une constante arbitraire. Cette fonction est appelée *potentiel* (du champ) *électrique* $\vec{E}$. Sauf indication contraire, nous supposerons V_0 nul, ce qui revient à admettre que V est nul à une très grande distance de O ($r = \infty$).

Le potentiel représente alors, d'après [2,12], le travail qu'il faut fournir contre les forces électrostatiques pour amener, depuis l'infini jusqu'à la distance r de Q, une charge $q = +1$. Il est égal à l'énergie potentielle acquise par cette charge dans le champ.

Si plusieurs charges Q', Q''... ponctuelles contribuent à produire un champ électrique, la circulation de celui-ci est la somme de celles des champs composants : *tout champ électrostatique dérive d'un potentiel scalaire.* Celui-ci a pour valeur, en un point situé à des distances r', r'', ... de ces charges :

[2,16] $$V = k_e\left(\frac{Q}{r} + \frac{Q'}{r'} + \ldots\right) = k_e \sum \frac{Q}{r}.$$

Lorsqu'une charge q passe d'un point P_1 où le potentiel est V_1 à un point P_2, où le potentiel est V_2, le travail des forces électrostatiques agissant sur elle est :

[2,17] $$W = q(V_1 - V_2)^1.$$

1. Dans ce produit, q est la variable de position (ou de quantité), V la variable de tension (ou d'action), au sens donné tome II (par. 8-2) à ces expressions.

Il ne dépend pas de la forme du parcours, mais seulement de la chute de potentiel (prise en valeur algébrique) entre le point de départ et le point d'arrivée.

N. B. — 1. Lorsqu'un vecteur $\mathcal{V}$ dérive d'un potentiel scalaire, sa circulation le long d'une courbe fermée Γ est nulle :

[2,18] $$\oint_{\Gamma} \mathcal{V}.\mathrm{d}s = 0,$$

et réciproquement, comme le montrent des raisonnements analogues à ceux faits au sujet des grandeurs d'état de la thermodynamique (tome II, par. 5-5).

2. Nous verrons (par. 4-4) que, dans le cas le plus général, le déplacement électrique ne dérive pas d'un potentiel.

c) L'*unité de potentiel électrique* du système pratique est appelée le *volt* (symbole V); c'est, d'après [2,17], la différence de potentiel existant entre deux points P_1 et P_2 tels que le travail des forces électriques soit de 1 joule, lors du déplacement de 1 coulomb de P_1 en P_2.

On écrit, en abrégé : 1V = 1J/1C.

Dans le système C.G.S.E.S., l'unité de potentiel, qui n'a pas reçu de nom particulier, correspond à un travail de 1 erg lors du déplacement de 1 franklin : on pourrait l'appeler erg par franklin.

Comme $\quad 1 \text{ coulomb} = 3.10^9 \text{ franklins}$

et $\quad 1 \text{ joule} = 10^7 \text{ ergs},$

on a :

[2,19] $$1 \text{ volt} = \frac{1}{300} \text{ C.G.S.E.S. de potentiel.}$$

d) Il semble, à première vue, que le potentiel soit infini en tout point O où se trouve une charge ponctuelle ($r = 0$). Mais toute particule chargée a, en réalité, des dimensions non nulles, et nous allons voir que le potentiel électrostatique a une valeur finie en un point d'une surface ou d'un volume où les charges électriques sont réparties de façon continue.

Dans le cas où les charges sont distribuées dans un volume, soit $\mathrm{d}Q$ la charge d'un élément de volume $\mathrm{d}v$ entourant un point O. On appelle *densité volumique* (ou densité cubique) de charge, le quotient :

[2,20] $$\rho = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}v}.$$

En un point P du volume étudié, le potentiel s'obtient en faisant la somme des potentiels dus aux charges $\mathrm{d}Q$ situées à la distance r de P :

$$V = k_e \iiint_v \frac{\rho \, \mathrm{d}v}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_v \frac{\rho \, \mathrm{d}v}{r}.$$

La difficulté dans l'évaluation de V ne vient que des charges voisines de P. Choisissons pour volume élémentaire $\mathrm{d}v$ celui qui est compris entre deux surfaces sphériques de centre P et de rayons r et $r + \mathrm{d}r$:

$$\mathrm{d}v = 4\pi r^2 \mathrm{d}r.$$

Le potentiel créé en P par la charge contenue dans une sphère de rayon R centrée sur P, a pour expression :

$$V = k_e \int_0^R \frac{4\pi\rho r^2}{r}\,dr,$$

ou, si ρ est constant,

[2,21] $$V = 2\pi k_e \rho R^2.$$

Sa valeur est donc finie.

On étudierait de même le cas d'une répartition superficielle de charges : dQ étant celle que porte un élément d'aire dS, on appelle *densité superficielle* le rapport

[2,22] $$\sigma = \frac{dQ}{dS},$$

et l'on trouve qu'un cercle de rayon R, portant cette densité superficielle, crée en son centre le potentiel de valeur finie :

[2,21 *bis*] $$V = k_e \int_0^R 2\pi\sigma\,dR = 2\pi k_e \sigma R.$$

2-6. — Surfaces équipotentielles. Diagrammes électriques.

a) Lorsqu'un champ de vecteurs $\mathcal{V}$ est à circulation conservative, c'est-à-dire lorsqu'il dérive d'un potentiel scalaire, les *surfaces équipotentielles* sont, par définition, telles qu'en tous leurs points le potentiel ait même valeur. Dans le cas du champ de pesanteur dans un espace limité, ces surfaces sont sensiblement des plans horizontaux. Nous avons étudié plus généralement leur forme au par. 16-7 du tome I.

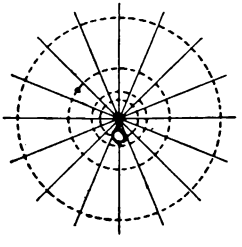


FIG. 2-7. — Diagramme électrique d'une charge ponctuelle. En traits pleins : lignes de champ; en traits interrompus : surfaces équipotentielles.

Lorsqu'on se déplace de façon quelconque sur une telle surface, la circulation du vecteur $\mathcal{V}$ est nulle, d'après la définition du potentiel. Il en résulte que le produit scalaire $\vec{\mathcal{V}}.\vec{ds}$ est toujours nul et par suite que $\mathcal{V}$ est toujours normal à ds ($\cos\theta = 0$), c'est-à-dire à la surface équipotentielle passant par ce point. Cela étant vrai pour toute surface équipotentielle, il en résulte que les *lignes de vecteurs sont les trajectoires orthogonales aux surfaces équipotentielles.*

b) Ce résultat s'applique en particulier au champ électrique. On appelle *diagrammes électriques* des dessins représentant les réseaux de surfaces équipotentielles et de lignes de vecteurs correspondant à une distribution de charges déterminée. Leur tracé est instructif et assez simple lorsque les charges sont en petit nombre et qu'on les suppose ponctuelles. Nous allons examiner quelques cas.

1° *Une charge ponctuelle seule dans l'espace* (*fig. 2-7*). Les surfaces équipotentielles sont des sphères centrées sur la charge O, les lignes de force sont radiales. Dans des distributions plus compliquées, ce qui précède reste vrai au voisinage immédiat d'une charge quasi ponctuelle, dont l'influence est prépondérante. On remarque que, par raison de symétrie, le champ créé par une charge n'exerce pas de force sur cette charge elle-même.

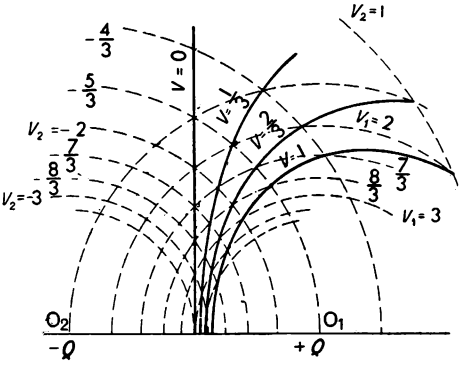


FIG. 2-8. — Construction des équipotentielles de deux charges égales et de signes contraires.

Une méthode pour obtenir les diagrammes d'un ensemble de charges ponctuelles consiste à tracer les circonférences qui représentent les intersections par un même plan des surfaces équipotentielles de chacune des charges, et à ajouter algébriquement les potentiels de toutes les circonférences passant par un même point.

2° *Deux charges égales et de signes contraires* O_1O_2.

Les surfaces équipotentielles sont de révolution autour de O_1O_2. Pour construire le diagramme dans un plan passant par O_1O_2 (*fig. 2-8*), on choisit arbitrairement le rayon R de la circonférence de centre O_1 la plus grande qui puisse figurer sur le diagramme et on la cote arbitrairement $V = 1$. Les équipotentielles $V = 2, 3, \ldots$ sont des circonférences de rayons $r = \frac{R}{2}, \frac{R}{3}\ldots$, puisque d'après [2,15], le produit Vr est constant. On trace le même réseau de circonférences, de centre O_2. L'équipotentielle $V = 0$ de l'ensemble est l'intersection des circonférences de même cote en valeur absolue; par raison de symétrie, c'est le plan normal au milieu de O_1O_2. A grande distance, l'ensemble se comporte comme un dipole (par. 2-17). La *figure 2-9-a* montre les équipotentielles et les lignes de champ.

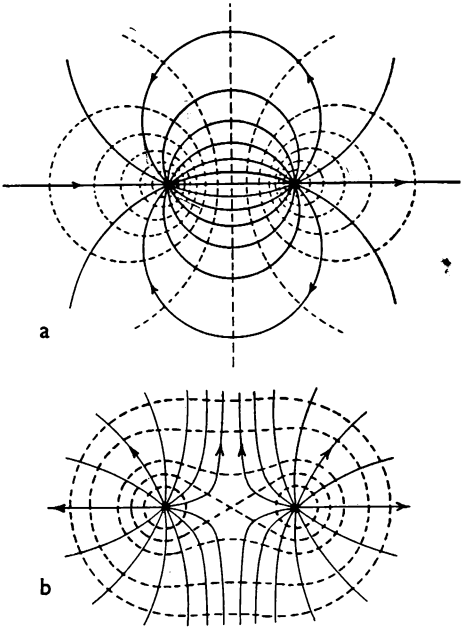


FIG. 2-9. — Diagramme électrique de deux charges : *a*) égales et de signes contraires; *b*) égales et de même signe. (Ajouter les lettres O_1 et O_2 aux points de convergence des lignes de champ).

3° *Deux charges égales et de même signe.* La construction précédente conduit au diagramme de la *figure 2-9-b.*

4° *Charge ponctuelle dans un champ uniforme (fig. 2-10).*

Nous verrons au par. 18-13 qu'il existe des dispositifs permettant de déterminer expérimentalement certains diagrammes électriques.

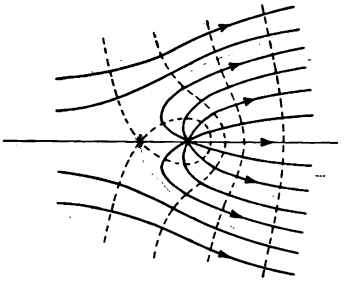


FIG. 2-10. — Diagramme électrique d'une charge ponctuelle dans un champ uniforme.

2-7. — Relation $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V$.

a) Soient, dans un champ électrique, V et $V + dV$ les potentiels correspondant à deux surfaces équipotentielles infiniment voisines, P et P′ les points où une même ligne de champ rencontre ces surfaces (*fig. 2-11*). Posons $PP' = dn$.

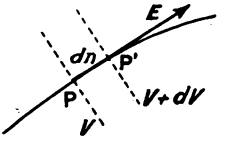


FIG. 2-11. — Ligne de champ et surfaces équipotentielles (dV supposé négatif).

La circulation de P en P′ est :

$$dW = \vec{E}.\vec{dn} = -dV,$$

d'où :

$$[2,23] \qquad E = -\frac{dV}{dn}.$$

D'une façon générale, on appelle *gradient* d'une quantité scalaire $\mathcal{G}$ en chaque point P d'un espace où $\mathcal{G}$ est bien définie et continue, le vecteur ayant pour origine ce point, pour direction la normale PN à la surface $\mathcal{G}$ = constante passant par P, pour sens celui des $\mathcal{G}$ croissants, et pour grandeur $\frac{d\mathcal{G}}{dn}$, $d\mathcal{G}$ étant la variation de $\mathcal{G}$ correspondant à un déplacement dn sur PN. Si la direction PN est représentée par un vecteur unitaire $\vec{n}^0$, on a donc :

$$[2,24] \qquad \overrightarrow{\text{grad}}\ \mathcal{G} = \vec{n}^0 \frac{dS}{dn}.$$

D'après ce qui précède, tout vecteur à circulation conservative et, en particulier, tout champ électrique E, est égal en chaque point au gradient du potentiel changé de signe :

$$[2,25] \qquad \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V.$$

Lorsqu'on suit une ligne de vecteurs, le potentiel varie toujours dans le même sens. Il résulte donc de [2,24] que *les lignes d'un vecteur dérivant d'un potentiel ne peuvent être des courbes fermées*[1].

1. Cette propriété s'applique donc au champ *électrostatique* (mais non nécessairement au champ électrique total considéré au par. 2-1-a).

Les composantes du vecteur $\mathcal{V}$ sur les axes de coordonnées peuvent s'écrire :

[2,26] $$\mathcal{V}_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad \mathcal{V}_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad \mathcal{V}_z = -\frac{\partial V}{\partial z},$$

car, V étant fonction des coordonnées, on a :

$$-\mathcal{V}\,dn = dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz,$$

et en comparant cette relation à [2,10], on obtient [2,26].

Mais le vecteur $\overrightarrow{\text{grad}}\ V$ est, d'ailleurs, comme $\vec{\mathcal{V}}$, indépendant du choix des axes.

b) La relation [2,23] montre que, si dV est évalué en volts et dn en mètres, E l'est en *volts par mètre* : c'est, nous l'avons dit, ce nom que l'on donne habituellement à l'unité pratique de champ électrique.

Puisque $1\ \text{V} = \frac{1}{300}$ C.G.S.E.S. de potentiel,

on a : $1\ \text{V/m} = \frac{1}{3 \cdot 10^4}$ C.G.S.E.S. de champ électrique,

résultat déjà connu (par. 2-5-*c*).

2-8. — Rotationnel d'un vecteur.

a) Il résulte de [2,26] que lorsqu'un vecteur $\vec{\mathcal{V}}$ dérive d'un potentiel scalaire V, les dérivées partielles de ses projections $\mathcal{V}_x$, $\mathcal{V}_y$, $\mathcal{V}_z$, sur trois axes rectangulaires satisfont aux relations :

[2,27] $$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial y} = -\dfrac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial z} = \dfrac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial x} = \dfrac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial z}. \end{cases}$$

On dit que ces conditions expriment que le vecteur est irrotationnel ou que son rotationnel est identiquement nul.

On appelle, en effet, *rotationnel* d'un vecteur *quelconque* $\mathcal{V}$, et l'on représente par $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{\mathcal{V}}$, (ou $\overrightarrow{\text{rot}}\ \overset{\curvearrowright}{\mathcal{V}}$, suivant le cas[1]), un vecteur dont les trois composantes cartésiennes ont pour expression :

[2,28] $$\begin{cases} \text{rot}_x \mathcal{V} = \dfrac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial z} \\ \text{rot}_y \mathcal{V} = \dfrac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial x} \\ \text{rot}_z \mathcal{V} = \dfrac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial y}. \end{cases}$$

1. Les symboles $\vec{\mathcal{V}}$ et $\overset{\curvearrowright}{\mathcal{V}}$ distinguent les vecteurs *polaires* des vecteurs *axiaux* (tome I, par. 4-9). Nous reviendrons sur cette distinction à propos des champs magnétiques (par. 8-9).

Pour tout champ de scalaires ϑ, on a, d'après ce qui précède :

[2,29] $$\overset{\curvearrowright}{\text{rot}}\,(\overrightarrow{\text{grad}}\,\vartheta) \equiv 0.$$

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un champ dérive d'un potentiel (c'est-à-dire soit à circulation conservative) est donc que son rotationnel soit nul.

Le vecteur $\vec{\mathcal{V}}$ étant donné, le vecteur $\overset{\curvearrowright}{\text{rot}}\,\vec{\mathcal{V}}$ est indépendant du choix des axes[1]. Toutefois, les signes des expressions [2,28] sont valables seulement lorsque les axes $Oxyz$ forment un trièdre trirectangle « direct », c'est-à-dire tel que la rotation qui amène Ox sur Oy fasse progresser dans le sens Oz un tire-bouchon qui y serait soumis (*fig. 2-12 a*). Cette convention, que nous avons déjà employée (tome I, par. 4-9) sera constamment utilisée dans ce volume. Dans un trièdre de référence « inverse » du précédent, (*fig. 2-12-b*) il faudrait changer les signes des seconds membres de [2,28].

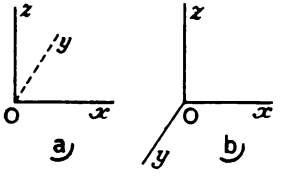


FIG. 2-12. — Trièdre : *a*) direct; *b*) inverse.

Il existe un champ de $\overset{\curvearrowright}{\text{rot}}\,\vec{\mathcal{V}}$ en même temps que tout champ de vecteurs $\vec{\mathcal{V}}$. Dans le cas où $\vec{\mathcal{V}}$ représente la vitesse d'écoulement d'un fluide, le vecteur $\overset{\curvearrowright}{\text{rot}}\,\vec{\mathcal{V}}$ peut recevoir une signification physique, liée à l'existence de rotations de l'élément de volume entourant le point considéré (d'où son nom). On a vu en effet que les lignes de vecteur (ici lignes de courant) ne peuvent être fermées dans le cas d'un champ irrotationnel : l'existence de lignes de courant fermées est liée à des mouvements circulatoires du fluide.

2-9. — Flux d'un vecteur. Flux électrique Ψ.

a) La grandeur algébrique appelée flux, qui s'introduit en particulier dans l'étude de l'écoulement d'un fluide (tome I, par. 21-11), se définit comme suit pour un vecteur *quelconque*. Autour d'un point P du champ où le vecteur est $\vec{\mathcal{V}}$ (*fig. 2-13*), traçons un élément de surface d'aire dS sur lequel on a choisi conventionnellement une face positive. Soit α l'angle de $\vec{\mathcal{V}}$ avec la demi-normale PN à cette face. Par définition, le flux élémentaire du vecteur $\vec{\mathcal{V}}$ à travers l'élément dS est la grandeur algébrique :

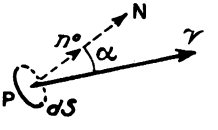


FIG. 2-13. Flux élémentaire $d\Phi = \mathcal{V}\,dS.\cos\alpha$ du vecteur $\mathcal{V}$ à travers dS.

[2,30] $$d\Phi_v = \mathcal{V}.dS\cos\alpha.$$

Pour rappeler à la fois que $\mathcal{V}$ est un vecteur et que la surface dS est orientée, on peut considérer un vecteur unitaire $\vec{n}^{\circ}$ porté

1. Mais son sens résulte d'une convention arbitraire, si c'est un vecteur axial : (voir par. 8-10).

par la demi-normale PN qui sort de la face de dS appelée *positive*. $\mathfrak{V}\cos\alpha$ est la projection de $\vec{\mathfrak{V}}$ sur PN. On a :

$$\mathfrak{V}\cos\alpha = \vec{\mathfrak{V}}.\vec{n^o},$$

$\vec{\mathfrak{V}}.\vec{n^o}$ étant le produit scalaire des vecteurs $\vec{\mathfrak{V}}$ et $\vec{n^o}$, et [2,30] devient :

[2,30 *bis*] $$d\Phi_v = \vec{\mathfrak{V}}.\vec{n^o}dS.$$

Le flux d'un vecteur $\vec{\mathfrak{V}}$ à travers une surface S s'obtient en sommant les expressions précédentes :

[2,31] $$\Phi_v = \iint_S \vec{\mathfrak{V}}.\vec{n^o}dS.$$

Dans cette expression du flux, on ne doit évidemment pas définir indépendamment le sens de $\vec{n^o}$ pour les divers éléments de surface : quand on l'a choisi arbitrairement pour l'un d'eux, celui de chacun des autres s'ensuit en imaginant que l'on fasse glisser le premier sur S jusqu'à l'amener sur l'élément considéré.

Si la surface S est fermée, la convention précédente revient à orienter $\vec{n^o}$ en chaque point vers l'extérieur ou vers l'intérieur de S.

b) Les définitions précédentes peuvent s'appliquer à n'importe quel vecteur, en particulier au champ électrique $\vec{E}$ et au déplacement $\vec{D}$. Pour des raisons qui apparaîtront ultérieurement (par. 4-4), le flux intéressant en électrostatique n'est pas celui de $\vec{E}$, mais celui de $\vec{D}$. On l'appelle *flux électrique* (symbole Ψ) :

[2,32] $$\Psi = \iint_S \vec{D}.\vec{n^o}.dS.$$

Au déplacement non rationalisé $\hat{D} = 4\pi D$ (par. 2-9) correspond un flux non rationalisé :

[2,32*] $$\hat{\Psi} = 4\pi\Psi = \iint_S \vec{\hat{D}}.\vec{n^o}dS.$$

Dans le vide,

[2,33] $$\Psi = \varepsilon_0 \iint_S \vec{E}.\vec{n^o}dS.$$

L'*unité pratique* de déplacement étant (par. 2-9) le coulomb par mètre carré, celle de flux électrique est le *coulomb*. On montre de même que l'unité C.G.S.E.S. de flux électrique est le franklin.

c) En étudiant la conduction de la chaleur dans un milieu matériel, on a vu, au par. 4-13 du tome II, que le *débit de chaleur* $\frac{dQ}{t}$ qui traverse pendant

l'unité de temps une surface dS est proportionnel au *gradient de la température* θ normalement à cette surface. L'équation [4-9] du tome II :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{Q}}{t} = \lambda \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}e}\,\mathrm{d}S,$$

où λ est la conductivité thermique du milieu, peut être rapprochée de la suivante, tirée de [2,33] :

$$\mathrm{d}\Psi = \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}n}\,\mathrm{d}S.$$

Le flux Ψ du vecteur $\vec{D}$ et celui du vecteur $\vec{E}$ (gradient du potentiel changé de signe) ne doivent pas plus être confondus que le débit de chaleur et le flux du vecteur gradient de la température θ.

On donne cependant parfois aussi le nom de flux électrique à celui du champ $\vec{E}$, qui s'évalue, dans le système pratique, en $\mathrm{N.m^2C^{-1}}$, puisque ε_0 s'évalue en $\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$ (par. 1-6). Cette confusion vient de ce que, si l'on considère les phénomènes dans le vide et si l'on utilise le système C.G.S.E.S., $\vec{E}$ et $\vec{D}$ ont alors même mesure.

2-10. — Théorème de Gauss.

a) Si le champ électrique en un point P (*fig. 2-14*) est créé par une charge ponctuelle Q placée en O à la distance r de P, le flux électrique élémentaire à travers une surface d'aire dS entourant P a pour valeur (dans le vide) :

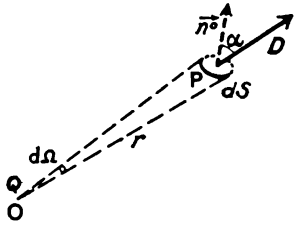


Fig. 2-14. — Flux électrique créé par une charge ponctuelle.

[2,34]

$$\mathrm{d}\Psi = \varepsilon_0 \vec{E}.\vec{n^0}\,\mathrm{d}S = \frac{Q}{4\pi r^2}\,\mathrm{d}S\cos\alpha = \frac{Q}{4\pi}\,\mathrm{d}\Omega,$$

$$\mathrm{d}\Omega = \frac{\mathrm{d}S\cos\alpha}{r^2}$$ étant (tome II, par. 20-2) l'angle solide, évalué en stéradians, sous lequel on voit de O la face négative de dS. Si dS et r^2 sont mesurés avec la même unité (mètre carré par exemple), on voit que Ψ et Q sont des grandeurs de même dimension, ce qu'indiquaient les unités de flux électrique mentionnées ci-dessus.

b) A travers une surface fermée S entourant le point O (*fig. 2-15-a*) et dont la face externe est prise pour positive, le flux électrique est :

$$\Psi = Q,$$

car l'angle solide total autour d'un point vaut 4π stéradians. Si $Q > 0$, $\Psi > 0$: le flux sort de la surface; si $Q < 0$, $\Psi < 0$: le flux y entre.

Si la charge Q était située sur la surface même (*fig. 2-15-b*) on aurait :

$$\Psi = \frac{Q}{2},$$

car l'espace autour d'un point de S, d'un côté du plan tangent en ce point, ne correspond qu'à un angle solide de 2π stéradians.

Enfin, le flux électrique à travers une surface fermée S, dû à une charge Q située en un point O extérieur à cette surface (*fig. 2-15-c*) est toujours nul, car on peut décomposer l'espace qui entoure O en cônes élémentaires, dont les uns ne rencontrent pas S, les autres y découpant, comme $d\Omega$, deux éléments tels que dS_1 et dS_2 ou, comme $d\Omega'$, un nombre plus grand, mais toujours pair. Les flux qui traversent ces éléments, $d\Psi_1$ et $d\Psi_2$ par exemple, sont deux à deux égaux et de signes contraires, car si D_1 par exemple est dirigé vers l'intérieur de la surface, D_2 est dirigé vers l'extérieur.

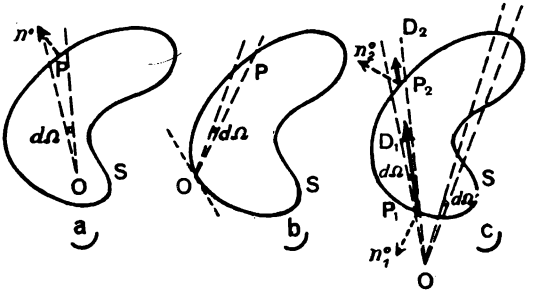


FIG. 2-15. — Flux électrique à travers une surface fermée.

Les propositions précédentes s'étendent immédiatement à un nombre quelconque de charges : il suffit d'introduire dans le second membre des relations la somme algébrique des charges, car les flux s'ajoutent algébriquement, la projection du vecteur déplacement résultant sur la normale à un élément de surface étant la somme algébrique des projections des déplacements dus à toutes les charges.

Les résultats qui précèdent sont rassemblés dans l'énoncé suivant, appelé *théorème* de GAUSS : *le flux électrique sortant d'une surface fermée a même mesure que la somme des charges intérieures Q_i, augmentée de la demi-somme des charges superficielles $\frac{Q_s}{2}$, quelles que soient les charges extérieures Q_e :*

$$[2,35] \qquad \Psi = \oiint_S D.\,dS\cos\alpha = \Sigma Q_i + \frac{1}{2}\Sigma Q_s.$$

Le flux Ψ ne dépend pas de la répartition des charges Q_i à l'intérieur de la surface S.

2-11. — Vecteurs à flux conservatif.

a) Lorsque le flux d'un vecteur est nul à travers toute surface fermée, dans une certaine région de l'espace, soit :

$$[2,36] \qquad \oiint \vec{\mathfrak{V}}.\vec{n^o}\,dS = 0,$$

ce flux est dit *conservatif* dans cette région. D'après ce qui précède, le flux électrique est conservatif, dans le vide, *pour toute région à l'intérieur de laquelle il n'y a pas de charges électriques.* Cette proposition sera généralisée au cas d'un milieu quelconque (voir par. 4-4).

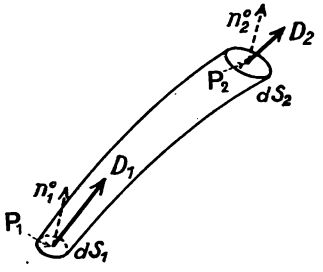


FIG. 2-16. — Tube de vecteurs déplacement : D varie en raison inverse de dS.

Considérons en particulier, la surface fermée constituée par un mince tube de déplacement, limité par deux sections d'aires élémentaires dS_1 et dS_2 (*fig. 2-16*). Le flux électrique à travers les parois latérales du tube est nul, car l'angle de $\vec{D}$ et de $\vec{n}^o$ est droit en tout point.

Le flux de $\vec{D}$ étant conservatif, c'est que le flux à travers dS_1 est égal et de signe contraire au flux à travers dS_2, les normales à dS_1 et dS_2 étant comptées positivement vers l'extérieur. Mais si l'on prend le sens positif en suivant les lignes de vecteurs, c'est-à-dire, sur la figure, vers l'intérieur pour dS_1 et vers l'extérieur pour dS_2, les flux sont égaux à travers dS_1 et dS_2.

Ce résultat s'applique à tout champ de vecteurs à flux conservatif et justifie ce dernier adjectif.

On peut alors, comme on l'a déjà vu tome I (par. 21-11), parler du flux à travers un contour Γ, sans préciser la surface à travers laquelle on mesure ce flux (pourvu qu'on ait fixé le sens des demi-normales positives) (*fig. 2-17*).

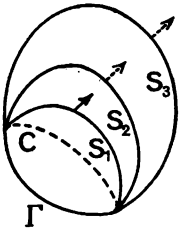


FIG. 2-17. — Flux à travers un contour Γ.

b) Si les surfaces dS_1 et dS_2 sont normales aux parois du tube de vecteurs, on a :

[2,37] $$\mathcal{V}_1 dS_1 = \mathcal{V}_2 dS_2.$$

Le module du vecteur varie le long du tube en raison inverse de sa section droite. Les lignes de vecteurs sont d'autant plus serrées au voisinage d'un point que $\mathcal{V}$ est plus grand en ce point. On peut donc se représenter le module d'un champ de vecteurs à flux conservatif par la « densité » des lignes de vecteurs, c'est-à-dire par le nombre de ces lignes qui traversent l'unité de surface normale à $\vec{\mathcal{V}}$ au point considéré (*fig. 2-18*). Cette représentation est plus commode, dans le cas d'un champ où $\vec{\mathcal{V}}$ varie de façon continue, que celle qui fait intervenir la longueur de $\vec{\mathcal{V}}$ en un point.

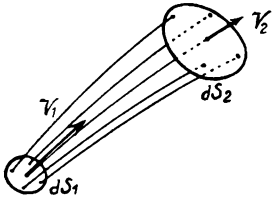


FIG. 2-18. — L'intensité d'un vecteur $\mathcal{V}$ à flux conservatif varie en raison inverse de la densité des lignes de vecteurs.

Si le vecteur $\vec{\mathcal{V}}$ a une direction constante, les lignes de vecteurs sont des droites parallèles, les tubes de vecteurs des cylindres, et dS_1 = dS_2. Par suite $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2$: le vecteur a un module constant. La réciproque se démontre de la même façon.

c) Les charges électriques apparaissent, en particulier, comme les « sources » du vecteur déplacement. Les lignes de déplacement naissent sur les charges positives, et l'on peut en considérer un nombre proportionnel à la valeur de ces charges; elles aboutissent aux charges négatives, ou vont se perdre à l'infini.

2-12. — Divergence d'un vecteur. Théorème de GREEN.

a) En chaque point d'un champ de vecteurs *quelconque*, on peut définir une quantité appelée *divergence* du vecteur $\mathfrak{V}$, par la relation :

$$[2,38] \qquad \operatorname{div} \vec{\mathfrak{V}} = \frac{\partial \mathfrak{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{V}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{V}_z}{\partial z}.$$

C'est une grandeur scalaire, somme des variations des trois composantes de $\mathfrak{V}$ suivant les trois axes de coordonnées. En particulier, la divergence est nulle dans un champ uniforme $\left(\frac{\partial \mathfrak{V}_x}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{V}_y}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{V}_z}{\partial z} = 0\right)$, mais elle peut l'être, comme nous le verrons, dans d'autres cas.

L'intérêt de la définition précédente ressort du théorème de GREEN. Considérons au voisinage du point P (*fig. 2-19*) un élément de volume, par exemple un parallélépipède rectangle, ayant un sommet en P, et dont les côtés dx, dy, dz sont parallèles aux axes de coordonnées; calculons le flux à travers la surface fermée qui limite ce parallélépipède. Pour une face d'aire dS = dydz, normale à l'axe des x, seule la composante $\mathfrak{V}_x$ intervient dans l'expression du flux. Avec les conventions du par. 2-9, le flux à travers l'ensemble des deux faces normales à Ox est :

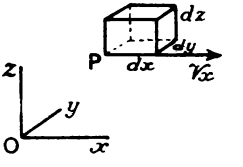


FIG. 2-19.
Théorème de GREEN.

$$-\mathfrak{V}_x \mathrm{d}y\,\mathrm{d}z + \left(\mathfrak{V}_x + \frac{\partial \mathfrak{V}_x}{\partial x}\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = \frac{\partial \mathfrak{V}_x}{\partial x}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

On trouve des expressions analogues pour les deux autres paires de faces. Au total, le flux de $\mathfrak{V}$ à travers la surface qui entoure le volume élémentaire dv = dx dy dz a pour expression :

$$\mathrm{d}\Phi = \left(\frac{\partial \mathfrak{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{V}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{V}_z}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = \operatorname{div}\mathfrak{V}.\mathrm{d}v.$$

Si l'on désire considérer le cas d'un volume fini, on le décompose en parallélépipèdes élémentaires et on fait la somme d'expressions telles que la précédente, ce qui donne :

$$[2,39] \qquad \Phi = \iiint_v \operatorname{div}\mathfrak{V}.\mathrm{d}v.$$

Cette formule traduit le *théorème de* GREEN : *le flux total d'un vecteur à travers une surface fermée est égal à l'intégrale de la divergence de ce vecteur étendue au volume limité par cette surface.*

Il résulte de ce théorème que la *condition nécessaire et suffisante* pour que le flux d'un vecteur $\mathcal{V}$ à variation continue dans une certaine région de l'espace y soit conservatif est que la divergence de $\mathcal{V}$ y soit partout nulle.

Remarques. — 1° Le théorème de GREEN permet de remplacer une intégrale de surface (flux) par une intégrale de volume, en faisant intervenir la divergence. Nous verrons qu'on peut aussi remplacer la circulation d'un vecteur par le flux de son rotationnel, et rattacher la nullité de ce dernier à l'existence d'un potentiel scalaire (théorème de STOKES, par. 9-10).

2° La valeur de la divergence est indépendante du choix des axes cartésiens, puisque la notion de flux ne fait pas intervenir d'axes. On peut le vérifier analytiquement.

3° La divergence d'un vecteur qui est le rotationnel d'un autre vecteur est identiquement nulle. Combinons, en effet, les définitions [2,28] et [2,37]. Il vient :

$$[2,40] \quad \operatorname{div}(\operatorname{rot}\mathcal{V}) \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial y}\right) \equiv 0.$$

2-13. Laplacien d'un scalaire. Équation de POISSON.

a) Appliquons le théorème de GREEN et le théorème de GAUSS au flux électrique à travers une surface fermée, à l'intérieur de laquelle existe une densité volumique de charges électriques ρ. Il vient :

$$\Psi = \iiint_v \operatorname{div}\vec{D}.\,dv = \iiint_v \rho\, dv,$$

d'où :

$$[2,41] \qquad \operatorname{div}\vec{D} = \rho.$$

Dans toutes les régions de l'espace où il n'y a pas de charges électriques, on a :

$$[2,41\ bis] \qquad \operatorname{div}\vec{D} = 0;$$

le flux électrique est alors conservatif : on retrouve un résultat déduit du théorème de GAUSS.

b) D'après les relations [2,25] et [2,4], la formule [2,41] peut s'écrire :

$$[2,42] \qquad \operatorname{div}(\operatorname{grad} V) = -\rho/\varepsilon_0.$$

Mais les expressions de la divergence d'un vecteur [2,38], et du gradient d'une fonction scalaire [2,24] donnent :

$$[2,43] \qquad \operatorname{div}(\operatorname{grad} V) \equiv \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

On appelle *laplacien* du scalaire[1] V, et on désigne par ΔV cette somme de dérivées secondes :

$$[2,44] \qquad \Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

1. On peut définir aussi le laplacien d'un vecteur. Voir par. 12-4.

On a donc :

[2,45] $\Delta V = -\rho/\varepsilon_0$ (équation de POISSON).

Dans les régions de l'espace dépourvues de charges, cette équation s'écrit :

[2,46] $\Delta V = 0.$ (équation de LAPLACE).

2-14. — Résumé des propriétés des vecteurs E et D, comparées à celles de vecteurs quelconques.

a) Insistons, en raison de leur importance, sur les caractères particuliers des vecteurs champ et déplacement électriques.

Les définitions (données ci-dessus) des lignes et tubes de vecteurs, de la circulation, du rotationnel, du flux et de la divergence s'appliquent à tous les champs de vecteurs, celles du gradient et du laplacien à tous les champs de scalaires. Mais seuls sont à circulation conservative (et dérivent par suite d'un potentiel) les champs de vecteurs satisfaisant en tous points de l'espace considéré à la condition,

$$\overset{\curvearrowright}{\text{rot}}\,\vec{\mathfrak{V}} = 0,$$

déduite de [2,29]. On leur réserve parfois le nom de champ *newtoniens*.

Seuls sont à flux conservatif les champs qui satisfont en tous points à la condition

$$\text{div}\,\vec{\mathfrak{V}} = 0;$$

on les appelle parfois champs *laplaciens*.

b) Les relations

[2,29] $\overset{\curvearrowright}{\text{rot}}\,\vec{E} = 0$

et

[2,41] $\text{div}\,\vec{D} = \rho$

montrent que le champ électrique E est à circulation conservative, et que, *là où n'existent pas de charges libres*, le flux Ψ de $\vec{D}$ (flux électrique) est conservatif.

Dans le vide, $\vec{E}$ et $\vec{D}$ étant unis par la relation

[2,4] $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E},$

les mêmes propriétés conservatives appartiennent à la circulation du vecteur $\vec{D}$ et au flux du vecteur $\vec{E}$, mais nous verrons que ce n'est plus le cas, en général, dans un milieu quelconque.

c) *Remarque.* — Les relations [2,29] et [2,41], rappelées ci-dessus, qui sont dérivées de la loi de COULOMB, résument les lois de l'électrostatique sous une forme qui ne fait intervenir que les grandeurs mesurées au point considéré P, ou dans son voisinage immédiat. On dit, pour cette raison, que ce sont des *équations locales*. Elles permettent de regarder l'état électrique en P comme dépendant de l'état aux points voisins et sont par suite en accord avec l'idée générale de champ (par. 2-1).

2-15. — Champ et potentiel d'une distribution uniforme de charges sur une droite ou sur un plan.

Les résultats généraux qui précèdent vont nous servir à étudier le champ créé par des distributions de charges électriques particulièrement simples et importantes, quoique dans certains cas purement schématiques.

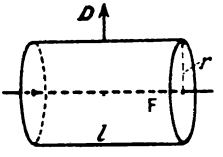


FIG. 2-20. — Champ d'une distribution linéaire uniforme.

a) Cherchons le champ créé en un point P par un ensemble de charges réparties le long d'un fil rectiligne indéfini F avec la densité linéaire (charge par unité de longueur) uniforme λ. Par raison de symétrie, le champ est partout normal au fil, et ne dépend que de la distance à celui-ci. Calculons le flux électrique à travers une surface fermée constituée par un cylindre de révolution ayant même axe que le fil, passant par P et de hauteur l (*fig. 2-20*). Le flux à travers les bases est nul; à travers les parois, il a pour valeur $D.2\pi rl$. Appliquons le théorème de GAUSS :

$$D.2\pi rl = \lambda l,$$

d'où :

$$[2,47] \qquad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}.$$

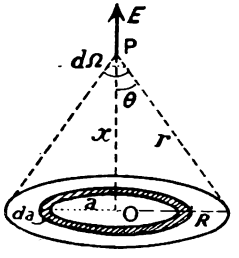


FIG. 2-21. — Champ d'une distribution uniforme sur un disque.

b) Cherchons maintenant le potentiel V en un point P (*fig. 2-21*) situé sur l'axe d'un disque circulaire portant des charges de densité superficielle uniforme σ. Soit x la distance de P au disque. Décomposons celui-ci en couronnes circulaires; celle de rayon a et de largeur da a pour aire $2\pi a\,da$ et porte une charge $dQ = 2\pi\sigma a\,da$. Cette charge crée en P le potentiel :

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{a\,da}{\sqrt{a^2+x^2}}.$$

D'où :

$$[2,48] \qquad V = \int_0^R dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{a\,da}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{a^2+x^2}\right]_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+x^2} - x\right).$$

Le champ, qui par raison de symétrie est dirigé suivant l'axe du disque, a pour valeur :

$$[2,49] \qquad E = -\frac{dV}{dx} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right).$$

Les variations de V et de E en fonction de x sont représentées sur la *figure 2-22.*

On peut donner à E une autre expression en remarquant (*fig. 2-21*) que :

$$\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{x}{r} = \cos\theta,$$

et que $2\pi(1 - \cos\theta)$ représente l'angle solide Ω sous lequel on voit du point P la surface du disque; d'où :

[2,50] $$E = \frac{\sigma\,\Omega}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Pour un disque indéfini, $\Omega = 2\pi$, et

[2,51] $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

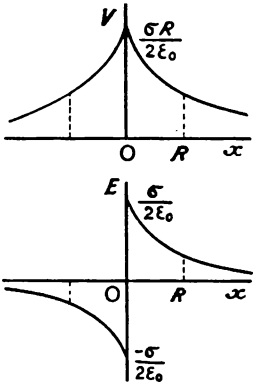


FIG. 2-22. — Variations de V et de E créés sur son axe par un disque chargé à densité uniforme.

On retrouve cette dernière valeur au voisinage immédiat d'un disque fini, ainsi qu'on le tire de la formule [2,49].

On remarquera que le potentiel ne subit pas de discontinuité à la traversée du disque, tandis que le champ en éprouve une, de valeur $\pm\,\sigma/\varepsilon_0$.

2-16. — Champ et potentiel d'une distribution uniforme sur une surface sphérique.

a) Soit σ la densité superficielle, la charge totale de la surface de rayon R est :

$$Q = 4\pi R^2\sigma.$$

Pour calculer le champ E et le déplacement D en un point P, considérons la sphère de centre O et de rayon OP $= r$. C'est, par raison de symétrie, la surface équipotentielle passant par P. Le flux électrique qui la traverse est :

$$\Psi = D.4\pi r^2,$$

car $\vec{D}$ est radial et a la même valeur en tous les points de la surface par raison de symétrie; d'après le théorème de GAUSS, Ψ a pour valeur Q si P est extérieur à la sphère; d'où, en égalant les deux valeurs de Ψ :

[2,52] $$E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Le champ a donc même valeur [2,3] que si toute la charge Q était concentrée au centre de la sphère.

Le potentiel au point P est :

[2,53] $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

b) Mais si P est intérieur à la sphère chargée, le flux à travers la sphère de rayon OP est nul, d'après le théorème de GAUSS; il en est de même de D et par suite de E : le potentiel est constant. Ces résultats découlent de la

forme en $1/r^2$ de la loi de COULOMB. Inversement, si on les admet, on peut montrer qu'ils ont pour conséquence la loi de COULOMB. Or, on peut les vérifier expérimentalement (par. 3-2-g), ce qui donne de la validité de la loi de COULOMB une preuve bien plus exacte que les mesures directes (par. 1-6).

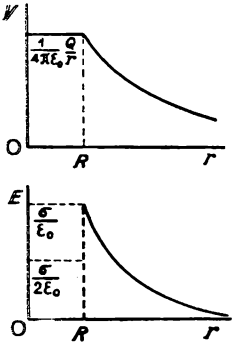


FIG. 2-23. — Variations de V et de E créées par une couche sphérique uniforme.

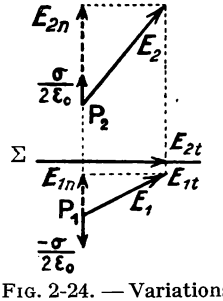


FIG. 2-24. — Variations du champ total E à la traversée d'une couche plane. (Ajouter lettre O au milieu de P_1 P_2).

c) Si le point P est sur la sphère, l'application du théorème de GAUSS fournit pour le champ la valeur :

$$[2{,}54] \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2r^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Lorsque l'on traverse la surface de la sphère, il y a donc (*fig. 2-23*) une double discontinuité pour le champ, alors qu'il n'y en a pas pour le potentiel.

Nous reviendrons sur cette remarque au paragraphe 3-6. On peut la généraliser. Considérons un point P_1 (*fig. 2-24*) situé au voisinage immédiat d'une surface Σ placée dans le vide et recouverte d'une *couche simple* de charges de densité σ; abaissons la perpendiculaire P_1O à Σ et considérons le point P_2 symétrique de P_1 par rapport au plan tangent à Σ. Les champs E_1 en P_1 et E_2 en P_2 peuvent être dus non seulement à la couche simple, mais aussi à d'autres charges. Le champ produit par celles-ci est le même en P_2 qu'en P_1, si ces points sont très voisins. Mais le champ créé par la couche simple passe de $-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ suivant $\overline{OP_1}$ à $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (ou inversement) suivant $\overline{OP_2}$ lorsqu'on passe de P_1 en P_2. Il en résulte que la composante normale E_n du champ total éprouve une discontinuité lorsqu'on traverse Σ :

$$[2{,}55] \qquad E_{1n} - E_{2n} = \pm\frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

La composante tangentielle, au contraire, ne varie pas :

$$[2{,}55\ bis] \qquad E_{1t} = E_{2t}.$$

2-17. — Dipôle électrique.

a) Il est intéressant, en particulier en vue des comparaisons avec les aimants (voir chap. 8), d'étudier les propriétés d'un ensemble MN de deux charges ponctuelles q, égales et de signes contraires, maintenues à distance fixe l l'une de l'autre (*fig. 2-25*); on l'appelle un *dipôle ou doublet électrique.*

Dans un champ uniforme $\vec{E}$, le dipôle tend à se placer dans une position N_0M_0 parallèle à $\vec{E}$, de telle sorte que les forces $F = Eq$ et $-F$ agissant sur ses deux charges soient portées par la même droite. S'il est orienté dans une

direction NM faisant avec la précédente un angle θ, ces forces forment un couple dont le bras de levier est $l \sin\theta$, et dont le moment mécanique (tome I, par. 4-9) est

$$\Gamma = F.l \sin\theta = Eql \sin\theta,$$

ou

[2,56] $$\Gamma = pE \sin\theta,$$

en faisant apparaître le produit :

[2,57] $$p = ql,$$

qu'on appelle *moment électrique* du dipôle.

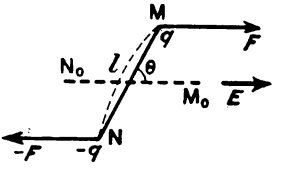


FIG. 2-25. — Actions subies par un dipôle dans un champ uniforme.

N. B. — Ce moment peut être considéré comme un vecteur attaché au dipôle, ayant pour direction et sens ceux de la droite NM joignant la charge négative à la charge positive.

b) Soient V_M et V_N les potentiels aux points M et N; pour amener le dipôle dans sa position actuelle, en partant de l'infini (potentiel zéro), on doit faire *contre* les forces électrostatiques un travail $qV_M - qV_N$. Le dipôle possède donc une énergie potentielle

$$W = q(V_M - V_N).$$

S'il est orienté en $\overline{N_0M_0}$ de façon que son moment $\vec{p}$ soit dans le sens du champ $\vec{E}$, la distance NM $= l$ étant assez petite pour que le champ soit sensiblement le même le long de N_0M_0, on a, d'après [2,23] :

$$E = -\frac{V_M - V_N}{l}.$$

L'énergie du dipôle est alors

[2,58] $$W_0 = -qlE = -pE.$$

On notera qu'elle est négative. Elle serait positive si $\vec{p}$ était antiparallèle (parallèle et de sens contraire) à $\vec{E}$.

Si l'axe NM du dipôle fait avec $\vec{E}$ l'angle θ, son énergie est

$$W = W_0 + \int_0^\theta \Gamma \, d\theta = -pE\left[1 - \int_0^\theta \sin\theta \, d\theta\right] = -pE\cos\theta,$$

soit :

[2,59] $$W = -\vec{p}.\vec{E} \quad \text{(produit scalaire)}.$$

Elle est bien nulle pour $\theta = \pi/2$, le dipôle étant alors sur une surface équipotentielle.

c) Cherchons à calculer le champ créé par un dipôle, en un point P assez éloigné. Soient O le milieu de NM, OP = r et $\widehat{NOP} = \theta$, les coordonnées polaires définissant la position de P (*fig. 2-26*). Soient r_1 et r_2 les distances respectives de M et N à P. Le potentiel en P est :

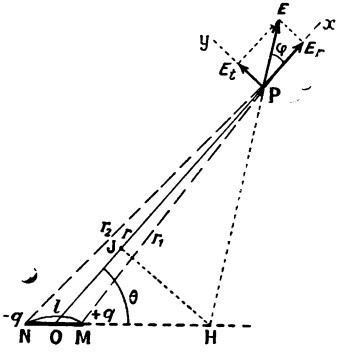


FIG. 2-26. — Champ d'un dipôle.

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}.$$

Si r est grand devant l, on a

$$r_2 - r_1 \simeq l\cos\theta$$

et $$r_1 r_2 \simeq r^2,$$

d'où

$$[2,60] \quad V = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}.$$

Les surfaces équipotentielles sont telles que $\cos\theta/r^2$ = constante.

La *figure 2-27* (à rapprocher de la *fig. 2-8*) en représente quelques-unes. Elles sont de révolution autour de l'axe NM du dipôle. Le potentiel est positif ($\cos\theta > 0$) dans la région de l'espace située du côté de M par rapport au plan normal en O à NM.

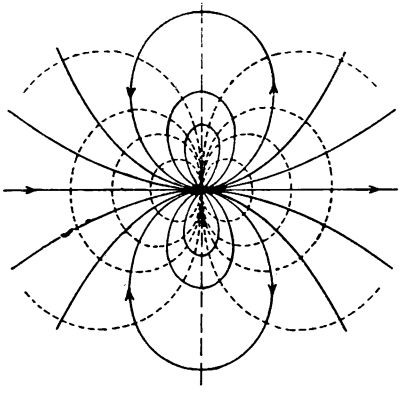


FIG. 2-27. — Diagramme électrique d'un dipôle. (La direction de l'axe NM est celle de la droite marquée de flèches.)

d) Le champ en P peut se calculer en composant vectoriellement les champs créés par les charges $+q$ et $-q$ et en faisant les mêmes approximations que précédemment; on peut aussi chercher ses composantes dans trois directions rectangulaires, en partant du potentiel et en appliquant les formules [2,26].

On opère plus rapidement en remarquant que le plan de la *figure 2-26* défini par l'axe NM du dipôle et le point P est un plan de symétrie, comme tout plan passant par NM. Le champ y est contenu, et il suffit de connaître ses composantes dans deux directions Px et Py de ce plan. Prenons Px dans la direction du rayon OP, suivant laquelle r varie seul. La composante radiale E_r du champ a pour expression :

$$[2,61] \quad E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3}.$$

La direction Py est tangente à la circonférence dont l'arc élémentaire vaut $r\,d\theta$. La composante tangentielle E_t du champ a pour expression :

$$[2,62] \quad E_t = -\frac{\partial V}{r\,d\theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}.$$

Le champ en P est :

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_t^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}.$$

L'angle φ que fait sa direction avec OP est tel que :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{E_t}{E_r} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\theta.$$

Pour obtenir la direction du champ en P, on peut donc prendre (*fig. 2-26*) $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OP}}{3}$, et tracer en J la perpendiculaire à OP, qui rencontre NM en H. La direction HP est celle de $\vec{E}$.

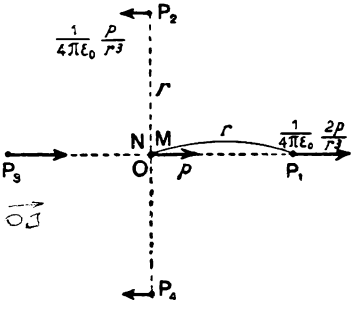


FIG. 2-28. — Champ d'un dipôle : positions particulières.

Les valeurs du champ sur l'axe d'un dipôle et dans le plan de symétrie normal à cet axe sont spécialement intéressantes (cf. par. 8-5).

Aux points $P_1(\theta = 0)$ et $P_3(\theta = \pi)$ (*fig. 2-28*), on a

[2,63] $$E_t = 0 \qquad \text{et} \qquad E = E_r = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3}.$$

Aux points $P_2(\theta = \pi/2)$ et $P_4(\theta = 3\pi/2)$, on a :

[2,64] $$E_r = 0 \qquad \text{et} \qquad E = E_t = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}.$$

2-18. — Couche double.

Considérons une surface S recouverte de dipôles identiques infiniment courts, uniformément répartis, dont les moments sont tous normaux à la surface et de même sens (*fig. 2-29-a*). L'ensemble est équivalent à une *couche double* (*figure 2-29-b*) formée de deux surfaces parallèles distantes de l, couvertes de densités de charges égales, positive pour l'une, négative pour l'autre. Le moment d'un élément d'aire dS est $dp = l\sigma.dS$, et l'on peut définir en chaque point une densité de moment dipolaire, ou moment électrique par unité de surface ϖ_e :

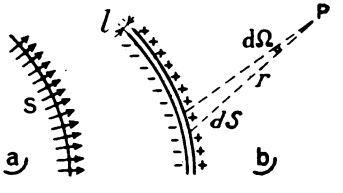


FIG. 2-29. — Couche double.

[2,65] $$\varpi_e = \frac{dp}{dS} = l\sigma.$$

Le potentiel créé en un point P par un élément de surface dS est donné par la formule :

$$dV = \frac{\varpi_e dS}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2} = \frac{\varpi_e}{4\pi\varepsilon_0} d\Omega,$$

dΩ étant l'angle sous lequel de P on voit la face positive de l'élément dS, c'est-à-dire celle qui porte les charges positives du dipôle.

Si ϖ_e est constant, le potentiel dû à une couche de dipôles de dimensions finies est :

[2,66] $$V = \frac{\varpi_e}{4\pi\varepsilon_0}\Omega.$$

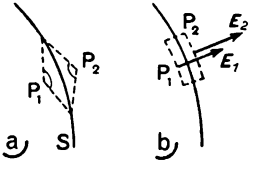


FIG. 2-30. — Traversée d'une couche double.

Lorsqu'on traverse la couche double, Ω passe de $\pm 2\pi$ à $\mp 2\pi$ (*fig. 2-30-a*). Il se produit une discontinuité du potentiel égale à $\pm \varpi_e/\varepsilon_0$.

Le champ est normal à la surface en son voisinage immédiat, et le théorème de GAUSS, appliqué à un cylindre dont les bases d'aire dS (*fig. 2-30-b*) sont parallèles à la surface et dont l'axe est normal à celle-ci, donne pour flux :

$$(E_1 - E_2)dS = 0,$$

car la somme algébrique des charges intérieures est nulle; d'où $E_1 = E_2$.

On voit que la couche double produit des discontinuités très différentes de la couche simple.

CHAPITRE 3

ÉQUILIBRE ÉLECTROSTATIQUE DES CONDUCTEURS

3-1. — Champ, potentiel et charges dans un conducteur homogène en équilibre.

a) Le chapitre 2 a été consacré à l'étude des actions électrostatiques entre charges électriques isolées, ou groupées suivant des lignes ou des surfaces dans le vide. Passons maintenant au cas des volumes conducteurs, supposés encore dans le vide (ou, pratiquement, dans l'air); celui des isolants sera considéré au chapitre 4.

Nous avons dit (par. 1-3) que les déplacements d'électricité dans les conducteurs s'expliquent par la présence de charges libres (électrons dans les métaux, ions dans les électrolytes et les gaz ionisés). Les mouvements de ces charges étant dus à des forces électriques, on définit le champ en un point d'un conducteur, de même que dans le vide, comme le quotient $\vec{E}=\vec{F}/q$ de la force agissant sur une particule électrisée par la charge de cette dernière. Cette définition est acceptable, bien qu'il ne soit pas possible de placer, dans un conducteur solide, un « corps d'épreuve » électrisé.

Nous conserverons de même, à l'intérieur des volumes occupés par les conducteurs, les définitions du déplacement :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$

et du flux électrique :

$$\Psi = \iint \vec{D}.\vec{n}^0 \, dS$$

données dans le vide.

Enfin, on peut se demander s'il n'est pas légitime d'appliquer dans la matière conductrice, comme dans le vide, la loi de COULOMB et d'en déduire toutes les conséquences établies au chapitre 2, en particulier la conservation de la circulation du champ (qui dérive du potentiel scalaire $V = k_e \Sigma q/r$), le théorème de GAUSS et les équations de LAPLACE et de POISSON. Cette hypothèse s'est trouvée entièrement confirmée par l'accord des résultats qu'on en a déduits avec ceux de l'expérience.

b) Les mouvements de charges dans les conducteurs ne se font pas nécessairement sans frottements. (On verra, au contraire, que les frottements

existent et donnent lieu à une production de chaleur.) Mais les forces de frottement diminuent en même temps que la vitesse et sont nulles au repos. On doit donc admettre que les charges ne peuvent demeurer en équilibre en un point d'un conducteur si elles sont soumises à une force.

Dans ce qui suit, nous considérerons des conducteurs homogènes, à température uniforme[1], placés dans le vide. Il résulte de l'hypothèse ci-dessus que *dans la matière d'un conducteur en équilibre, le champ électrostatique* $\vec{E}$ *est nul en tout point* (sans quoi ses charges libres seraient entraînées); il en est par suite de même du déplacement $\vec{D}$. Les phénomènes d'influence électrostatique (par. 1-4) correspondent à des déplacements des charges libres, qui maintiennent nul le champ total à l'intérieur des conducteurs, malgré l'existence d'un champ extérieur.

Le potentiel, dont le gradient (par. 2-12) $\dfrac{\partial V}{\partial n} = -\vec{E}$ est nul en tout point, a donc partout la même valeur : un conducteur en équilibre constitue un *volume équipotentiel*; sa surface est une *surface équipotentielle.* Nous étudierons la vérification expérimentale de cette dernière proposition au par. 3-13.

c) Enfin, dans un petit volume dv quelconque à l'intérieur du conducteur en équilibre (petit à nos yeux, bien que grand par rapport aux dimensions atomiques), la charge électrique *totale*[2] dQ, et par suite la *densité volumique* $\rho = dQ/dv$ (par. 2-11) sont nulles. En effet, s'il n'en était pas ainsi, la surface fermée limitant ce volume serait, d'après le théorème de GAUSS, traversée par un flux électrique $d\Psi = dQ$: or ce flux est nul, puisque $\vec{D}$ est nul en tout point de cette surface. Ce résultat découle d'ailleurs immédiatement de la relation [2,41] : $\rho = \operatorname{div} \vec{D}$.

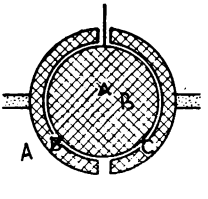


FIG. 3-1. — Il n'y a pas de charges dans la matière d'un conducteur en équilibre.

—o— On peut le vérifier à l'aide d'un conducteur démontable, comportant au moins 3 parties A, B, C (*fig. 3-1*) dont l'une B est complètement entourée par les deux autres (à l'exception d'un fil isolant qui la supporte). Ce conducteur étant électrisé, par exemple par frottement, on sépare A et C (tenus eux-mêmes par des supports isolants) de B. On peut constater, par l'un des moyens décrits au chapitre 1, que B n'est pas électrisé.

3-2. — Potentiel et champ électrostatiques dans une enceinte conductrice fermée, sans charges intérieures.

a) *Dans une cavité* complètement entourée par un conducteur en équilibre, et dans laquelle on n'a pas placé de charges électriques, le *potentiel est constant.* En effet, sur la surface conductrice qui limite la cavité, le potentiel V

1. Le cas de conducteurs non homogènes ou à température non uniforme sera considéré aux chapitres 20 et 21.
2. C'est-à-dire la somme algébrique des charges des électrons libres et des atomes ionisés contenus dans l'élément de volume considéré.

est partout le même, d'après ce qu'on a vu au par. 3-1; il ne doit pas subir de discontinuité quand on pénètre dans la cavité. S'il variait à l'intérieur de celle-ci, il s'y trouverait au moins un point P où V serait maximum ou minimum. Il y aurait alors autour de P un gradient de potentiel, donc un champ électrique : à travers une surface fermée entourant P, le flux électrique ne serait pas nul. Or il doit l'être, d'après le théorème de GAUSS (par. 2-14), puisque, par hypothèse, il n'y a aucune charge dans la cavité. (Le cas où il en existe sera examiné au par. 3-11.)

Le potentiel est donc le même dans la cavité et dans la masse du conducteur qui l'entoure. Le champ $\vec{E}$ et le déplacement $\vec{D}$ sont par suite nuls en tous les points de la cavité comme en tout point du conducteur environnant.

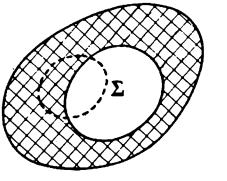


FIG. 3-2. — Il n'y a pas de charges sur la surface interne des cavités d'un conducteur en équilibre.

b) De plus, il n'y a *pas de charges sur la surface intérieure de la cavité*. Considérons, en effet, une surface fermée Σ (*figure 3-2*), dont une partie est dans la cavité, l'autre dans le conducteur. Le flux électrique qui la traverse est nul, puisque le déplacement est nul en tous ses points. D'après le théorème de GAUSS, elle ne renferme pas de charges. Or les charges n'existent ni dans le conducteur, ni, par hypothèse, dans la cavité; elles n'existent donc pas non plus sur la surface limite. Ainsi les conducteurs creux se comportent, du point de vue de l'équilibre électrostatique, comme les conducteurs pleins, si les cavités ne contiennent pas de corps chargés.

c) Il résulte de ce qui précède que lorsqu'un conducteur en équilibre porte des charges, celles-ci sont réparties sur sa surface extérieure seulement. (Nous parlons, ici encore, des charges résultant d'un excès ou d'un défaut d'électrons, et non pas de celles qui existent toujours en quantités opposées dans les atomes à l'état neutre.)

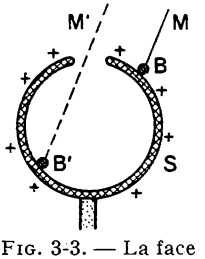


FIG. 3-3. — La face interne du conducteur S n'est pas chargée.

d) La vérification des propriétés des conducteurs creux donne lieu à diverses expériences.

—o— Une sphère creuse isolée S (*fig. 3-3*) percée d'un trou est électrisée par frottement. On la touche en un point à l'aide d'une petite boule conductrice B portée par un manche isolant M, et l'on peut, à l'aide d'un électroscope à feuilles, voir si la boule s'est ou non électrisée par contact. On constate que B se charge lorsqu'on touche la surface externe de la sphère, mais non lorsqu'on touche la surface intérieure (on doit éviter de heurter au passage le bord de l'ouverture par laquelle on l'introduit).

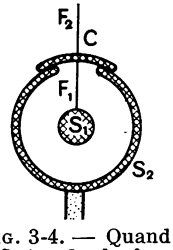


FIG. 3-4. — Quand S_1 touche la face interne de S_2 sa charge passe sur S_2.

—o— Une sphère S_1 est suspendue (*fig. 3-4*) par un fil isolant F_1 au couvercle C de la sphère creuse S_2 isolée et

initialement neutre, dans laquelle on introduit S_1 après l'avoir chargée. On incline S_2 de façon que S_1 touche la surface intérieure. On retire C au moyen du fil isolant F_2 (sans que S_1 rencontre les bords de l'orifice). On constate que S_1 a perdu sa charge alors que S_2 est maintenant chargée.

e) La proposition énoncée en **c)** est une conséquence théorique de la loi de GAUSS, et par suite de celle de COULOMB; son contrôle expérimental a pu, dans certains cas, permettre d'affirmer que, si l'exposant de la distance r dans la formule [2,4] n'est pas 2, il n'en diffère certainement pas de plus de 2.10^{-9}. Cette précision est très supérieure à celle des vérifications directes de la loi de COULOMB (par. 1-6), qui ne dépasse pas quelques centièmes.

Les applications des propriétés électrostatiques des conducteurs sont nombreuses et importantes.

3-3. — Application aux écrans électriques.

a) —o— L'absence de champ électrique à l'intérieur d'un conducteur se montre en recouvrant d'un godet métallique G (*fig. 3-5*) le bouton d'un électroscope E. L'approche d'un corps électrisé A ne provoque aucune déviation des feuilles F. (Comparer avec le cas de la *figure 1-12*), même si A vient toucher G. Une enveloppe conductrice forme donc un *écran électrique* pour les corps situés à l'intérieur. Nous reviendrons sur ce point et généraliserons au par. 3-11.

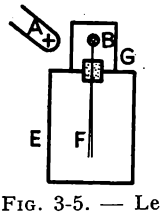


FIG. 3-5. — Le godet conducteur G forme écran électrique pour le bouton B de l'électroscope.

—o— L'effet d'écran n'est réalisé que lorsque les charges ont atteint une distribution d'équilibre : on le montre en remplaçant, dans l'expérience de la *figure 3-5*, le godet métallique par un godet de verre mal desséché, médiocre conducteur. Si l'on approche un bâton d'ébonite chargé, à distance fixe, les feuilles de l'électroscope divergent, puis retombent peu à peu, à mesure que les charges se déplacent.

b) L'effet d'écran se produit même lorsque la surface du conducteur n'est pas continue. On peut constituer au moyen d'un grillage un écran satisfaisant, du moins pour les points qui sont situés à une distance suffisante de la paroi (d'autant plus faible que les mailles sont plus serrées).

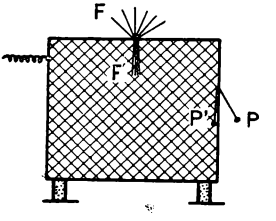


FIG. 3-6.
Cage de FARADAY.

—o— La cage de FARADAY est une grande cage en toile métallique (*fig. 3-6*) portée par des pieds isolants. On peut l'électriser fortement, à l'aide d'une machine électrostatique, sans que les objets intérieurs manifestent aucune action électrique : dans le cas de la figure, les fils F et le pendule P sont repoussés, les fils F′ et le pendule P′ ne le sont pas.

3-4. — Mesure des charges électriques au cylindre de FARADAY.

a) Le dispositif appelé par tradition cylindre de FARADAY est un conducteur creux K (*fig. 3-7*), dont la forme peut être cylindrique, sphérique, ou autre, et dont l'ouverture est petite par rapport à sa surface intérieure (ou bien peut être fermée lors de chaque mesure, à l'aide d'un couvercle mobile C porté par un support isolant). Le conducteur K est relié métalliquement à un électroscope à feuilles E, la position relative de K et E étant bien déterminée.

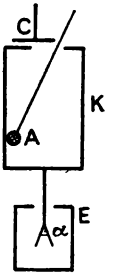


FIG. 3-7. — Cylindre de FARADAY F, associé à l'électroscope E.

Lorsqu'on introduit dans K un corps conducteur chargé A, que l'on amène à toucher la paroi interne de K, toute sa charge Q passe sur la face externe.

—o— On peut constater, en retirant A, qu'il s'est complètement déchargé (cf. expérience de la *fig. 3-3*).

L'écartement α des feuilles de l'électroscope est par suite une fonction déterminée de Q.

FIG. 3-8.— Exemple de courbe d'étalonnage $\alpha = f(Q)$ d'un cylindre de FARADAY.

b) Il est donc possible, en apportant plusieurs fois de suite à l'aide de A des charges q égales, d'accumuler sur l'ensemble KE des charges $Q = q, 2q, 3q, \ldots$ et en mesurant chaque fois la déviation α, de construire, en fonction d'une unité arbitraire de quantité d'électricité, la courbe $\alpha = f(Q)$ (*fig. 3-8*).

Le cylindre de FARADAY, ainsi *étalonné en quantités*, peut servir par la suite à mesurer des charges inconnues (pourvu qu'elles ne soient ni trop petites, ni trop grandes). Nous verrons au par. 3-11 qu'il permet même de mesurer des charges portées par un corps non conducteur.

3-5. — Mesure directe du déplacement électrique (dans le vide).

Plaçons dans un champ électrique un *double disque*, formé de deux minces disques conducteurs identiques D_1 et D_2 (*fig. 3-9*) maintenus en contact sur une aire S par des manches isolants M_1 et M_2. Ces disques doivent être assez petits pour que le champ $\vec{E}$ puisse être regardé comme uniforme sur toute leur surface. Disposons-les normalement aux lignes de champ, puis écartons-les l'un de l'autre. Ils emportent des charges Q égales et de signes contraires, mesurables à l'aide d'un cylindre de FARADAY.

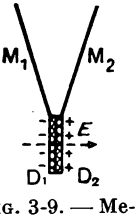


FIG. 3-9. — Mesure directe du déplacement.

On détermine Q, en écrivant que le champ doit être nul en tout point P intérieur au conducteur formé par l'ensemble des disques. Le champ $\vec{E}$ déplace par influence certaines charges, qui viennent recouvrir les faces *externes* avec une densité σ, de façon que le champ qu'elles créent soit égal et opposé à E. Or si l'épaisseur des disques est faible devant leur diamètre,

le champ créé en P par chaque couche de charges est $\sigma/2\varepsilon_0$ (par. 2-15). Les deux champs s'ajoutent et l'on a :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \qquad \text{ou} \qquad \sigma = \varepsilon_0 E = D.$$

Comme $Q = S\sigma$, cette expérience permet de mesurer directement $Q = Q/S$, en C/m², par exemple. On peut montrer que, si les disques étaient disposés obliquement par rapport aux lignes de forces, ils prendraient des charges Q' inférieures à SD : on doit donc, dans cette expérience, chercher l'orientation qui rende Q maximum.

3-6. — Étude expérimentale de la distribution de l'électricité sur les conducteurs.

Pour déterminer, au moins approximativement, la charge dq portée par une petite surface dS d'un corps électrisé, et par suite la densité superficielle $\sigma = dq/dS$ en ce point, on utilise un *plan d'épreuve.* C'est un petit disque conducteur D, de quelques millimètres de rayon, fixé normalement à l'extrémité d'une tige isolante.

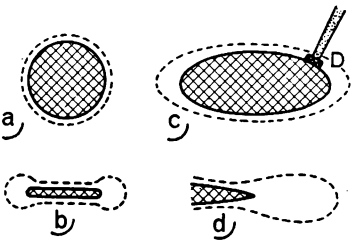


FIG. 3-10. — Usage du disque d'épreuve. Distribution des densités superficielles sur : *a*) une sphère); *b*) un ellipsoïde; *c*) un disque (seuls dans l'espace); *d*) une pointe.

—o— Lorsqu'on l'applique en un point de la surface du conducteur (*fig. 3-10*), la charge de l'élément de surface qu'il recouvre passe sur le plan d'épreuve, car il constitue la surface externe du conducteur. Lorsqu'on écarte le plan d'épreuve, il emporte sa charge, qu'on mesure à l'aide du cylindre de FARADAY. En répétant l'expérience en divers points du conducteur, on a une mesure des densités σ en valeur relative.

On peut représenter les résultats en élevant par la pensée en chaque point de la surface un segment de perpendiculaire de longueur proportionnelle à la densité et en traçant le lieu des extrémités de ces segments. La *figure 3-10* représente ainsi quelques distributions sur des conducteurs placés loin de tout autre conducteur.

La méthode a permis de montrer que les densités de charge aux sommets de l'axe et sur l'équateur d'un ellipsoïde de révolution sont entre elles comme la longueur de l'axe et le diamètre équatorial. L'expérience indique que la densité σ est grande dans les régions superficielles qui ont une grande courbure; sur une pointe, ou sur une arête aiguë, la densité devient très grande.

3-7. — Champ au voisinage immédiat et sur la surface d'un conducteur chargé. Pression électrostatique.

La surface d'un conducteur étant équipotentielle (par. 3-1), les lignes de champ lui sont normales; le champ est donc normal à la surface sur celle-ci et dans son voisinage immédiat; nous savons qu'il est nul à l'intérieur.

a) *Théorème de* COULOMB[1]. En un point P situé dans le vide au voisinage immédiat de la surface d'un conducteur, le champ $\vec{E}$ normal à la surface, a pour valeur :

$$[3,1] \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

σ étant la densité superficielle sur le conducteur au voisinage du point considéré.

Pour établir cette relation, abaissons du point P (*fig. 3-11*) la perpendiculaire PO à la surface du conducteur, et traçons autour de O sur la surface une petite courbe fermée, par exemple une circonférence limitant un cercle élémentaire d'aire dS.

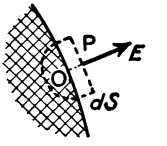


FIG. 3-11. — Théorème de COULOMB.

Considérons la surface fermée constituée par le tube de champ s'appuyant sur le contour de dS, par une surface parallèle à celle du conducteur passant par P (dont l'aire est dS si P est infiniment voisin de O) et par une surface quelconque à l'intérieur du conducteur. Le flux électrique à travers cette surface fermée se réduit à celui qui traverse l'élément dS passant par P, car le déplacement est nul dans le conducteur et il est parallèle aux parois du tube de forces

$$d\Psi = \varepsilon_0 E\, dS.$$

D'après le théorème de GAUSS,

$$d\Psi = \sigma\, dS,$$

d'où

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

b) En un point de la surface du conducteur, le champ, toujours normal à cette surface, a pour valeur :

$$[3,2] \qquad E_s = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}.$$

Cette relation s'établit d'une façon analogue à [3,1], en appliquant le théorème de GAUSS à une surface fermée limitée par l'élément dS lui-même et par une surface quelconque intérieure au conducteur : on a alors

$$d\Psi = \frac{\sigma\, dS}{2}.$$

c) Interprétons ces résultats. On peut regarder le champ $\vec{E}$ en P comme résultant du champ $\vec{E_1}$ produit par la charge σdS du disque et du champ $\vec{E_2}$ dû à la charge du reste de la surface conductrice. Pourvu que la distance PO soit infiniment petite devant le rayon du disque (PO est donc infiniment petit du 2e ordre), le champ $\vec{E_1}$ est celui créé par un disque plan en un point

1. Ne pas confondre avec la *loi* de COULOMB (par. 1-6).

très voisin (par. 2-15), soit $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. Il est, comme $\vec{E}$, normal à dS. Il faut donc que le champ E_2 ait, lui aussi, la même direction et la valeur $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. Lorsqu'on passe du point P au point P′ symétrique de P par rapport à O et situé dans le conducteur, le champ $\vec{E_1}$ change de sens, le champ $\vec{E_2}$ ne varie pas sur la distance PP′ infiniment petite, et on trouve bien un champ total nul dans le conducteur.

Sur la surface elle-même, $\vec{E_1}$ est nul (cf. par. 2-15), et le champ $\vec{E_s}$ a bien pour valeur $\vec{E_2}$.

d) Il résulte de ce qui précède que l'élément dS, de charge σdS, placé dans le champ $\vec{E_2}$, est soumis à une force électrostatique toujours dirigée vers l'extérieur de la surface conductrice (car $\vec{E_2}$ et σ changent de signe à la fois) et égale à :

$$\mathrm{d}f = E_2 \sigma \mathrm{d}S.$$

On appelle *pression électrostatique* la valeur de cette force rapportée à l'unité de surface, soit, dans le vide :

[3,3] $$p = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}S} = E_2\sigma = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0},$$

En langage non rationalisé, les formules [3,1], [3,2], [3,3] deviennent respectivement :

[3,1*] $$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_0},$$

[3,2*] $$E_s = \frac{2\pi\sigma}{\varepsilon_0},$$

et

[3,3*] $$p = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon_0}$$

p est généralement très faible. Par exemple, pour $\sigma = 8{,}85.10^{-8}$ C/m^2 (ce qui est, comme nous le verrons, le cas d'une sphère isolée de 0,1 m de rayon, portée au potentiel de 1 000 volts) dans le vide ($\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$), la pression électrostatique est $4{,}42.10^{-4}$ N/m^2.

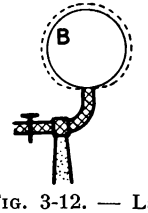


FIG. 3-12. — La pression électrostatique gonfle la bulle de savon B.

—o— On peut montrer l'existence de la pression électrostatique en électrisant fortement, au moyen d'un générateur électrostatique, un tube métallique isolé au bout duquel on a formé une bulle d'eau de savon (*fig. 3-12*). La bulle se dilate sous l'action de la pression.

—o— On peut encore plonger un densimètre (tome I, par. 17-16) dans l'eau contenue dans un vase isolé. La tige mouillée du densimètre fait partie du conducteur unique ainsi réalisé, elle est soumise à des forces de pression qui ont une résul-

tante verticale f dirigée vers le haut. Au moment où l'on réunit l'eau à l'un des pôles d'un générateur électrostatique, le densimètre se soulève (de quelques millimètres) jusqu'à ce que la diminution de la poussée hydrostatique équilibre la force f.

c) La densité σ étant forte sur les parties d'un conducteur dont la courbure est grande (par. 3-5), le champ au voisinage est intense. Or, pour un champ supérieur à 3.10^6 V/m, l'air à la pression normale cesse d'être isolant (chap. 17) : il existe donc une densité maximum de charges superficielles que puisse porter un conducteur placé dans l'air, et cette densité est plus vite atteinte si le conducteur présente des arêtes ou des pointes. Nous reviendrons sur ces phénomènes au par. 17-15.

3-8. — Étude théorique de la distribution des charges sur un conducteur.

a) Les notions exposées dans les paragraphes 3-1 à 3-5 sont applicables à n'importe quel conducteur électrisé. Mais la répartition des charges sur un conducteur ne dépend pas que de sa forme, elle est *influencée* (par. 1-4) par la présence d'autres corps, chargés ou non, dans le voisinage.

Étudions d'abord le cas d'un *conducteur unique*, électriquement isolé. On peut se proposer, connaissant soit la charge Q, soit le potentiel V, de déterminer la densité superficielle σ en ses divers points, ainsi que soit V, soit Q.

De la proportionnalité entre les forces, les potentiels et les charges (chap. 2), il résulte qu'en tout point la densité σ varie proportionnellement à Q et à V (cf. par. 3-9); il reste à trouver la distribution imposée par la forme et les dimensions du conducteur. Nous admettrons que cette distribution est unique, ce qui peut être démontré.

Ce problème revient en principe à chercher une solution de l'équation de LAPLACE [2,54], telle que V prenne une valeur constante sur le conducteur donné. On ne sait le résoudre que dans des cas particuliers simples.

b) Il existe des méthodes indirectes qui permettent d'obtenir la solution de certains problèmes de distribution. Ainsi, il arrive parfois que l'on sache déterminer un ensemble de charges ponctuelles intérieures à la surface du conducteur donné et telles que celle-ci soit une surface équipotentielle. Cet ensemble est appelé *image électrique* de la distribution réelle de charges. Sa charge totale est, d'après le théorème de GAUSS, égale à la charge totale du conducteur, puisque le flux électrique à travers une surface fermée extérieure au conducteur doit être le même dans les deux cas.

Pour une sphère seule dans l'espace, nous savons que la densité σ est uniforme par raison de symétrie. L'image électrique est une charge ponctuelle placée au centre de la sphère (cf. par. 2-16).

Pour un ellipsoïde de révolution allongé, l'image électrique est un segment de droite portant une densité linéaire uniforme de charges et joignant les foyers F_1F_2 de l'ellipsoïde. En effet, calculons le champ créé au point P

(*fig. 3-13*) par le segment F_1F_2, de longueur $2c$, portant la densité linéaire de charges λ, positive par exemple. Le champ dE_1 dû à un élément dx du segment pris au voisinage du point M_1 est, en posant $M_1P = r$,

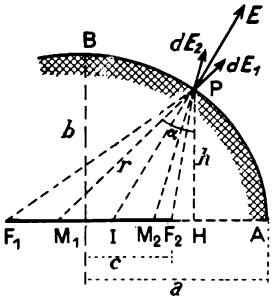


FIG. 3-13. — Image électrique d'un ellipsoïde électrisé, seul dans l'espace.

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,dx}{r^2}.$$

De P, abaissons la perpendiculaire PH sur F_1F_2; soient $PH = h$, et $\widehat{M_1PH} = \alpha$. On a :

$$h = r\cos\alpha, \qquad M_1H = h\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

d'où

$$dx = \frac{h}{\cos^2\alpha}\,d\alpha = \frac{r^2}{h}\,d\alpha,$$

$d\alpha$ étant l'angle sous lequel dx est vu de P.

Par suite

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,d\alpha}{h}.$$

Soient PI la bissectrice de F_1PF_2, M_2 le point où la symétrique de M_1P par rapport à PI coupe F_1F_2; soit dx' la portion de F_1F_2 voisine de M_2 vue de P sous le même angle $d\alpha$ que dx. Elle crée en P un champ dE_2 de même module que dE_1, et leur résultante dE est dirigée suivant IP. On peut associer ainsi deux à deux les éléments formant le segment F_1F_2. Le champ E que celui-ci crée en P est par suite dirigé suivant IP. La surface équipotentielle passant par P est normale à E, donc à la bissectrice de $\widehat{F_1PF_2}$: c'est une propriété des ellipses de foyers F_1 et F_2. Les phénomènes étant de révolution autour de F_1F_2, les surfaces équipotentielles sont des ellipsoïdes de révolution ayant tous mêmes foyers.

Pour obtenir la valeur du potentiel en P, on peut le calculer au point A, sommet du grand axe. On a alors $dx = dr$, et a étant le demi-grand axe de l'ellipse et $e = c/a$ son excentricité,

[3,4] $$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{a-c}^{a+c}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{a+c}{a-c} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1+e}{1-e}.$$

Le calcul du champ en chaque point donne la densité σ par le théorème de COULOMB. En particulier, comparons les valeurs de σ au sommet A du grand axe et en un point B de l'équateur de rayon b. On a :

$$E_A = -\frac{\partial V}{\partial a}, \qquad E_B = -\frac{\partial V}{\partial b} = -\frac{\partial V}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial b}.$$

Or :

$$b^2 = a^2 - c^2 \qquad \text{d'où} \qquad b.db = a.da,$$

et

[3,5] $$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{E_A}{E_B} = \frac{a}{b};$$

c'est le résultat trouvé par l'expérience (par. 3-5).

3-9. — Capacité d'un conducteur seul dans l'espace.

a) D'après la relation [2,16], le potentiel du conducteur, qui est le même en tous ses points, peut être calculé en l'un quelconque d'entre eux par la relation :

[3,6] $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0_2}} \iint_{\mathcal{S}} \sigma \frac{dS}{r}.$$

On a d'autre part :

[3,7] $$Q = \oiint \sigma dS.$$

Si σ est multiplié par un facteur quelconque, il en est de même de V et de Q. Le rapport constant entre Q et V est appelé *capacité* du conducteur :

[3,8] $$C = \frac{Q}{V}.$$

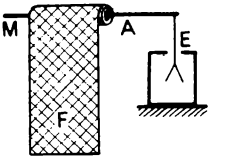


FIG. 3-14. — Les feuilles de l'électroscope divergent davantage quand on enroule la lame conductrice chargée F.

La capacité dépend des dimensions et de la forme de la surface du conducteur. On peut montrer par l'expérience suivante que la réduction des dimensions d'un conducteur isolé s'accompagne d'une diminution de sa capacité, donc de l'augmentation de son potentiel à charge constante.

—o— Une feuille de clinquant F (*fig. 3-14*) chargée électriquement peut s'enrouler sur un axe A tenu par un manche isolant M. Elle est reliée métalliquement à un électroscope E dont les feuilles s'écartent lorsqu'on enroule la feuille (ce qui prouve que V augmente, cf. par. 3-14-b), et se rapprochent lorsqu'on la déroule.

b) En particulier, le potentiel V d'une sphère de rayon R seule dans l'espace, est lié à sa charge Q par la relation :

$$V = k_e \sum \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R}.$$

Sa capacité est donc

[3,9] $$C = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

Pour un conducteur en forme d'ellipsoïde de révolution allongé, on sait (par. 3-8) que

$$Q = 2\lambda c \qquad \text{et} \qquad V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1+e}{1-e}.$$

D'où :

[3,10] $$C = \frac{8\pi\varepsilon_0 c}{\ln \dfrac{1+e}{1-e}}.$$

D'après ce qu'on a vu au par. 3-8, il est rare que l'on sache (comme dans les cas qui viennent d'être examinés) calculer la répartition des densités superficielles, d'où l'on pourrait déduire C en appliquant les formules [3,6] et [3,7].

c) L'*unité pratique* de capacité est le *farad* (symbole F). C'est la capacité d'un conducteur isolé dans l'espace qui possède un potentiel de 1 volt quand il porte une charge de 1 coulomb.

Cette unité est beaucoup trop grande pour les besoins de la pratique. Par exemple, la Terre, assimilée à une sphère dont le rayon est 6 300 km, n'a, d'après [3,9], qu'une capacité

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = \frac{6{,}3.10^6}{9.10^9} \simeq 0{,}7\ 10^{-3}\ \text{F}.$$

Aussi utilise-t-on en pratique le *microfarad* ($1\mu F = 10^{-6}\ F$), ou même le *picofarad* ($1\text{pF} = 10^{-12}\ F$).

L'unité C.G.S.E.S. de capacité n'a pas reçu de nom spécial; on pourrait l'appeler erg par franklin carré, puisque celle de potentiel est, d'après [2,27], l'erg par franklin.

Comme $1 \text{ coulomb} = 3.10^9 \text{ franklins}$

et $$1 \text{ volt} = \frac{1}{300} \text{ C.G.S.E.S. de potentiel,}$$

on a :

[3,11] $$1\ \text{F} = \frac{1\text{C}}{1\text{V}} = 9.10^{11} \text{ C.G.S.E.S. de capacité.}$$

Beaucoup d'ouvrages anciens donnent à cette unité C.G.S.E.S. le nom de *centimètre*, ce qui, d'après [3,6] et [3,7], revient à considérer la permittivité du vide ε_0 comme une grandeur sans dimensions : cette façon de parler peut entraîner des erreurs.

Mais on peut retenir que, puisque

[1,9*] $$4\pi\varepsilon_0 = 1 \text{ franklin}^2 \text{ par dyne.cm}^2,$$

la capacité d'une sphère conductrice, seule dans le vide, évaluée en unités C.G.S.E.S., a même mesure que son rayon, évalué en centimètres.

d) Il résulte des équations [3,6] à [3,8] que les dimensions (tome I, par. 2-3) $[C]$ de la capacité, $[\varepsilon]$ de la permittivité et $[L]$ des longueurs sont telles que

$$[\text{C}] = [\varepsilon].[L],$$

ce qui montre que l'unité pratique de permittivité ($\text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2}$, par. 1-7-c) peut être appelée farad par mètre.

$$1\ \text{F/m} = 9.10^9 \text{ C.G.S.E.S. } (\text{franklin}^2\ \text{dyne}^{-1}\ \text{cm}^{-2}),$$

ce qui a déjà été établi (cf. formule [1,9*]).

3-10. — Problème général de l'équilibre électrostatique.

a) Lorsque plusieurs conducteurs se trouvent en présence les uns des autres dans le vide, les phénomènes d'influence électrostatique (par. 1-4) modifient la répartition des charges sur chacun d'eux. Nous allons considérer le problème de l'influence d'une façon générale.

Certains conducteurs peuvent être électriquement isolés : l'influence ne

modifie pas alors la valeur de leur charge totale (d'après le principe de conservation de l'électricité), mais leur potentiel. Certains conducteurs peuvent être maintenus à un potentiel constant (voir par. 3-14 et 6-1) : l'influence intervient alors pour déterminer leur charge.

A l'équilibre, il n'y a de charges qu'à la surface des conducteurs. Le problème consiste à déterminer la fonction potentiel V, nulle à l'infini, vérifiant en tout point hors des charges la relation de LAPLACE

[2,54] $$\Delta V = 0,$$

et prenant des valeurs constantes sur les conducteurs. Une fois cette fonction connue, on obtiendra en tout point le champ par la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$ et la densité superficielle par le théorème de COULOMB [3,1].

On ne sait pas résoudre ce problème dans le cas général; on peut seulement démontrer, ce que nous admettrons, que sa solution est unique : pour tout ensemble de données du problème, charges ou potentiels, il existe un seul état d'équilibre. *On peut superposer ces états*, c'est-à-dire mettre en chaque point une densité σ égale à la somme des densités qui correspondent aux divers états; on obtient ainsi un nouvel état d'équilibre, ainsi qu'il résulte de la forme linéaire en V et q des relations

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q}{r}.$$

b) Les lignes de champ électrique, qui peuvent avoir une distribution compliquée, satisfont cependant à certaines conditions qui permettent souvent de se faire une idée de leur allure.

1° L'une des extrémités au moins de chaque ligne de champ naît ou se termine sur la surface d'un conducteur. L'autre ne peut aboutir sur le même conducteur, puisque le potentiel varie toujours dans le même sens le long de la ligne de champ (par. 2-7); elle peut, soit arriver sur un autre conducteur dont le potentiel est différent de celui du premier, soit s'éloigner à l'infini.

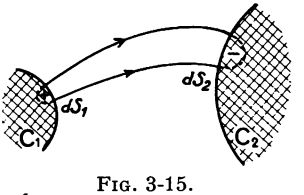


FIG. 3-15.
Éléments correspondants.

2° Considérons un tube de champ partant de la surface d'un conducteur C_1 (*fig. 3-15*) chargé positivement par exemple; il aboutit sur un conducteur C_2. Soient dS_1 et dS_2 les aires des surfaces qu'il découpe sur les deux conducteurs respectivement. Les charges dQ_1 et dQ_2 portées par dS_1 et dS_2 sont égales et de signes contraires. En effet, fermons la surface que constitue le tube de force par deux surfaces quelconques situées dans les conducteurs et appliquons à l'ensemble le théorème de GAUSS. Le flux total $d\Psi$ est nul, parce que dans les conducteurs, le déplacement est nul, et qu'il est tangent au tube de champ à l'extérieur. Donc :

$$d\Psi = 0 = dQ_1 + dQ_2,$$

d'où

[3,12] $$dQ_2 = -\,dQ_1$$

dS_1 et dS_2 sont appelées *surfaces ou éléments correspondants*. C'est le conducteur qui porte la surface chargée positivement qui est au potentiel le plus élevé.

On a vu (par. 2-11) que le champ en un point est d'autant plus intense qu'un tube de forces entourant ce point et correspondant à une charge terminale dQ déterminée a sa section plus faible, c'est-à-dire que les lignes de forces sont plus « serrées ».

3° Le théorème de COULOMB (par. 3-7) reste valable dans un ensemble de conducteurs; le champ au voisinage immédiat de chacun est normal à la surface équipotentielle que ce conducteur constitue, et a pour valeur σ/ε_0.

3-11. — Équilibre électrostatique dans une cavité à parois conductrices. Retour sur les écrans électriques et le cylindre de FARADAY.

Examinons le cas particulier où les conducteurs en présence sont enfermés dans une enceinte fermée conductrice. L'importance de ce cas vient de ce qu'une telle enceinte est fréquemment constituée par les murs de la salle d'expériences.

a) Soient E (*fig. 3-16*) l'enceinte, C_1, C_2, ... des conducteurs chargés ou non, placés à l'intérieur. La somme algébrique de leurs charges est Q. Généralisons dans ce cas le raisonnement du par. 3-2-c. Traçons dans la matière de E une surface fermée Σ entourant la cavité. La charge totale intérieure à Σ est nulle d'après le théorème de GAUSS, car le champ est nul en tout point de Σ. Il existe donc sur la surface interne de E une charge totale $-Q$, produite par influence, égale en valeur absolue et de signe contraire à la charge totale Q des corps contenus dans E. On dit qu'il y a *influence totale*.

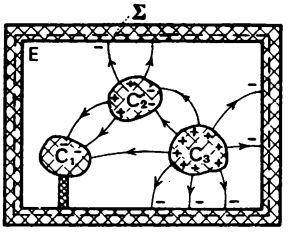


FIG. 3-16. — Corps électrisés dans une enceinte conductrice. Exemple de disposition des lignes de champs.

—o— Reprenons l'expérience du cylindre de FARADAY (*fig. 3-7*), mais, au lieu de toucher l'intérieur avec le conducteur chargé A, commençons par l'y plonger progressivement. On observe une déviation croissante des feuilles de l'électroscope à mesure que l'on introduit la charge Q, les phénomènes d'influence produisant la répartition de charges que montre schématiquement la *figure 3-17*. Lorsque A est assez profondément enfoncé dans le cylindre K pour que l'ouverture de celui-ci soit vue sous un petit angle, on constate que la déviation des feuilles de l'électroscope ne change plus, même si l'on met A en contact avec la paroi interne du cylindre : celle-ci portait déjà par influence une charge pratiquement égale à $-Q$ et par suite la face externe une charge $+Q$. Les charges internes se sont neutralisées au moment du contact.

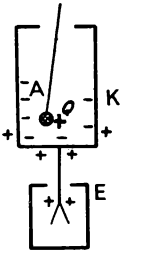


FIG. 3-17. — Corps chargé à l'intérieur d'un cylindre de FARADAY.

N. B. — Si A est un corps isolant, sa charge ne passe pas entièrement sur le cylindre par contact, mais on peut la mesurer par la déviation des feuilles, lorsqu'il a pénétré profondément dans le cylindre.

c) Le cylindre de FARADAY permet, notamment, de vérifier certaines conséquences du principe de conservation de l'électricité, signalé au par. 1-1.

—o— On frotte un bâton d'ébonite A avec un bonnet de soie B attaché à un fil de soie (*fig. 3-18-a*), le tout étant primitivement neutre. L'ensemble étant à l'intérieur du cylindre de FARADAY, les feuilles de l'électroscope associé restent immobiles. Si l'on sort du cylindre l'un des deux corps A ou B, l'autre manifeste sa charge.

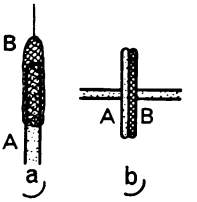


FIG. 3-18. — Apparition de deux charges égales et opposées par frottement.

La même expérience peut être faite avec deux petits plateaux isolés (*fig. 3-17-b*), l'un d'eux pouvant être conducteur.

—o— On vérifie de même que les charges séparées par influence électrostatique, par exemple dans l'expérience de la *figure 1-8*, ont une somme algébrique nulle.

d) Deux cas principaux sont à considérer. Dans le premier, l'*enceinte* E *est isolée et non chargée*. Le principe de conservation de l'électricité exige que la surface extérieure de E porte une charge totale $+ Q$. Cette charge pourra modifier l'état électrique de conducteurs placés à l'extérieur de E. Au contraire, la présence de conducteurs chargés extérieurs à E peut bien développer des charges sur E par influence, mais la distribution de ces charges crée un champ nul dans la cavité de E (par. 3-2). E constitue, comme nous l'avons vu (par. 3-3), un *écran électrique* pour les conducteurs intérieurs; la réciproque n'est pas vraie.

Toutefois, d'après ce qui précède, E forme vis à vis de l'extérieur un écran parfait contre l'influence des déplacements des charges intérieures, pourvu que leur somme algébrique reste constante.

Dans le second cas, *E est mise au sol*. La charge $- Q$ de la face interne demeure maintenue par l'attraction des charges des conducteurs intérieurs. Mais l'enceinte n'exerce alors aucune influence sur les corps extérieurs, puisque sa charge *extérieure* est constamment nulle. Ainsi, *une enceinte conductrice maintenue au potentiel du sol*[1] *constitue un écran électrique parfait; elle empêche les actions électrostatiques réciproques des corps intérieurs et extérieurs*.

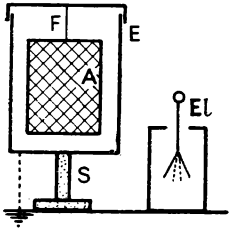


FIG. 3-19. — Expérience sur les écrans électriques.

—o— L'enceinte E est formée (*fig. 3-19*) par un cylindre de métal porté par un support isolant S. Un autre cylindre un peu plus petit A peut être suspendu à l'intérieur du premier, à l'aide d'un fil isolant F attaché au couvercle de E. On électrise fortement A et on le place dans E. L'électroscope El placé près de E est influencé. L'influence cesse lorsqu'on réunit E au sol.

On utilise les écrans électriques pour protéger les appareils de mesure (électroscopes, électromètres, etc...) contre les actions extérieures : certains

1. Ou, plus généralement, à un potentiel constant, comme on peut le voir en superposant des états d'équilibre.

postes de T. S. F. sont aussi protégés de cette façon, contre l'influence de l'opérateur, par exemple. Chaque tube est parfois enfermé dans un cylindre métallique.

3-12. — Potentiels et charges dans une enceinte conductrice.

a) Les conducteurs contenus dans une enceinte E se classent en trois catégories : ceux tels que C_1 (*fig. 3-16*) qui sont reliés électriquement à E et ont même potentiel que E, soit $V = 0$; ceux C_2 qui sont isolés et ont une charge totale nulle; ceux C_3 qui sont isolés et chargés. Toute l'électricité que les conducteurs des deux premières catégories portent sur leur surface est induite par les charges des conducteurs de la dernière.

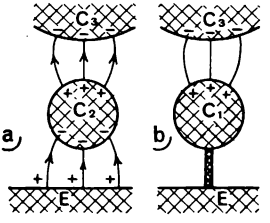


FIG. 3-20. — Exemples d'effets d'influence : *a*) $Q_2 = 0$, $V_2 < 0$; *b*) $V_1 = 0$, $Q_1 > 0$.

Supposons qu'il y ait un seul conducteur du groupe C_3, et qu'il porte une charge positive Q. Les lignes de champ partant de C_3 aboutissent soit à la surface des autres conducteurs, soit à la surface interne de E, car on sait qu'elles ne peuvent revenir sur C_3 (par. 2-7). Si certaines parties de la surface de C_2 constituent avec certaines parties de C_3 des éléments correspondants (par. 3-10), d'autres portions de C_2 sont chargées positivement par influence et leur charge se retrouve finalement, au signe près, sur des éléments correspondants de E. Aucun point de C_3 ne peut porter une charge négative, aucun point de la surface interne de E une charge positive. Le potentiel d'un conducteur quelconque du groupe C_2 est intermédiaire entre celui de C_3 et celui de E.

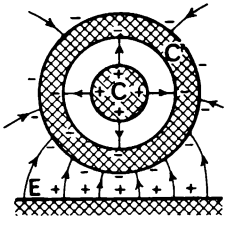


FIG. 3-21. — C, bien que chargé positivement, peut avoir un potentiel négatif.

b) Dès que plusieurs conducteurs sont en présence, il faut se garder de croire qu'un corps chargé a nécessairement un potentiel du même signe que sa charge. Cela n'est toujours le cas que si le corps est seul, d'après [3,8]. Par exemple, le corps C_2 (charge totale nulle) de la *figure 3-20-a*, influencé par C_3 supposé chargé, est à un potentiel négatif, car les lignes de force vont depuis la paroi de l'enceinte (potentiel 0) jusque sur sa surface. Le corps C_1 de la *figure 3-20-b* a une charge positive et un potentiel nul.

Autre exemple : une sphère conductrice C (*fig. 3-21*) électrisée positivement, entourée d'un conducteur sphérique creux concentrique C′, peut être à un potentiel négatif si C′ porte une densité de charge négative suffisante pour que le travail positif des forces électriques, quand des charges positives passent de C à C′, soit inférieur en valeur absolue au travail négatif de ces forces quand les mêmes charges passent de C′ à E. Le potentiel de C est seulement moins négatif que celui de C′.

c) Lorsqu'on expérimente à l'intérieur d'une enveloppe conductrice E, il est commode de prendre le potentiel de E comme origine des potentiels.

En effet, s'il varie, les potentiels de tous les conducteurs intérieurs varient de la même quantité, puisque les charges et le champ ne sont pas modifiés. Le potentiel absolu de E est donc sans importance.

Si, de plus, l'enceinte E est vaste et les conducteurs intérieurs éloignés de sa paroi, la distribution des lignes de force diffère peu de ce qu'elle serait si l'enceinte était supprimée et les potentiels de tous les conducteurs augmentés de celui de E, puisque l'équipotentielle $V = 0$ serait rejetée depuis la paroi de E jusqu'à une distance illimitée. Dans ces conditions, l'origine théorique des potentiels situés à l'infini (par. 2-5-b) et son origine pratique, prise sur les parois de la salle, elle-même en contact avec la Terre, ne sont pas très différentes.

3-13. — Capacités et coefficients d'influence dans un ensemble de conducteurs.

Soient, dans une enceinte conductrice E, des conducteurs fixes C_1, C_2, ..., C_p; le milieu intérieur à l'enceinte est le vide (pratiquement l'air). Selon la convention qui vient d'être indiquée, nous prendrons comme *potentiel zéro* celui de l'enceinte (qui sera constituée souvent par les parois de la salle d'expériences).

a) *Supposons que le conducteur* C_1 *seul soit chargé*, et soit Q_1 sa charge; l'enceinte prend sur sa surface intérieure une charge $-Q_1$. Soit $V_{1,1}$ le potentiel de C_1; $V_{1,1}$ est proportionnel à Q_1. En effet, si on multiplie partout les densités électriques par un même nombre k, on a encore un état d'équilibre; or le champ est partout multiplié par k, et par suite, il en est de même pour $V_{1,1}$, qui est le travail du champ quand on va du conducteur C_1 à l'enceinte. Comme Q_1 est aussi multiplié par k, Q_1 et $V_{1,1}$ sont proportionnels et on peut poser :

$$V_{1,1} = \gamma_{1,1} Q_1.$$

L'un quelconque C_i des autres conducteurs dont la charge totale est nulle, est alors à un potentiel $V_{i,1}$, et le même raisonnement montre que son potentiel $V_{i,1}$ est proportionnel à Q_1, de sorte qu'on peut écrire :

$$V_{i,1} = \gamma_{i,1} Q_1.$$

b) Si C_2 est seul chargé et possède la charge Q_2, on peut de même écrire pour ce conducteur :

$$V_{2,2} = \gamma_{2,2} Q_2,$$

tandis que pour un autre conducteur C_i, on a :

$$V_{i,2} = \gamma_{i,2} Q_2,$$

et ainsi de suite.

c) *Superposons tous les états d'équilibre* où un seul conducteur était chargé; nous aurons un nouvel état d'équilibre, dans lequel les charges des conducteurs seront respectivement Q_1, Q_2, ..., Q_p. Les potentiels s'ajoutent, et l'on a pour C_1, par exemple :

$$V_1 = V_{1,1} + V_{1,2} + \ldots + V_{1,p} = \gamma_{1,1} Q_1 + \gamma_{1,2} Q_2 + \ldots + \gamma_{1,p} Q_p.$$

Des équations analogues donneront les potentiels $V_2, \ldots, V_p$ des autres conducteurs : *les potentiels sont des fonctions linéaires des charges.*

d) En résolvant les équations précédentes par rapport aux charges, on voit que, inversement, les charges sont des fonctions linéaires des potentiels. On peut donc poser :

$$[3,13] \qquad \begin{cases} Q_1 = C_{1.1}V_1 + C_{1.2}V_2 + \ldots + C_{1,p}V_p \\ Q_2 = C_{2,1}V_1 + C_{2.2}V_2 + \ldots + C_{2,p}V_p \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Q_p = C_{p.1}V_1 + C_{p.2}V_2 + \ldots + C_{p,p}V_p. \end{cases}$$

Les coefficients $C_{i.l}$ ne dépendent que des dimensions et positions des conducteurs.

En particulier, supposons que tous les conducteurs aient le même potentiel que l'enceinte, sauf C_1; il reste, tous les potentiels étant nuls, excepté V_1 :

$$Q_1 = C_{1.1}V_1.$$

Si Q_1 est positif, V_1 l'est aussi, comme on l'a vu. Donc, $C_{1.1}$ est toujours positif. Les coefficients $C_{1.1}$, $C_{2.2}$, ..., $C_{p.p}$, *tous positifs*, sont appelés les *capacités* des conducteurs C_1, C_2, ..., C_p (dans leurs positions relatives actuelles).

Dans les mêmes conditions, les charges de tous les autres conducteurs sont négatives, car, étant au potentiel de l'enceinte, ils peuvent être considérés comme faisant partie de celle-ci. Pour C_i, par exemple, on a :

$$Q_i = C_{i,1}V_1$$

et le coefficient $C_{i.1}$ est nécessairement négatif; on l'appelle *coefficient d'influence* du conducteur C_1 sur le conducteur C_i. On démontre que :

$$[3,14] \qquad C_{i,l} = C_{l,i}.$$

Le coefficient d'influence d'un premier conducteur sur un second est égal au coefficient d'influence du second sur le premier.

Les coefficients d'influence, comme les capacités, s'expriment en farads dans le système pratique.

3-14. — Partage des charges entre deux conducteurs éloignés. Mesure des potentiels.

a) Considérons, dans la même enceinte E, deux conducteurs C_1 et C_2 assez éloignés l'un de l'autre pour que leur coefficient d'influence réciproque soit très petit par rapport à leurs capacités; représentons celles-ci par C_1 et C_2. Soient V_1 et V_2 leurs potentiels (celui de l'enceinte étant, comme toujours, choisi comme zéro); leurs charges seront :

$$Q_1 = C_1V_1 \qquad \text{et} \qquad Q_2 = C_2V_2.$$

La charge de chaque conducteur est donc proportionnelle à sa différence de potentiel avec l'enceinte.

Supposons qu'on fasse communiquer les conducteurs C_1 et C_2 par un fil

fin; l'ensemble ne forme plus qu'un conducteur, qui a un potentiel uniforme V à l'équilibre. Les charges de C_1 et de C_2 sont devenues :

[3,15] $$Q_1' = C_1 V \qquad Q_2' = C_2 V.$$

La charge du fil peut être considérée comme négligeable devant Q_1' et Q_2'. La conservation de l'électricité donne la relation :

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2,$$

d'où

[3,16] $$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}.$$

b) Un cas particulier intéressant est celui où la capacité de l'un des conducteurs, soit C_2, est beaucoup plus grande que celle de l'autre. Alors, on voit d'après [3,16] que le potentiel commun V est sensiblement égal à V_2. Or, d'après [3,15] :

$$\frac{Q_2'}{Q_1'} = \frac{C_2}{C_1}.$$

La charge Q_1' est négligeable devant Q_2'. Le cas se produit, en particulier, dans les expériences suivantes.

1° Un conducteur quelconque C_1 est « mis à la terre » ($C_2 \gg C_1$). Son potentiel devient celui de la Terre, pris pour origine; de plus, le corps se décharge pratiquement.

2° Un conducteur C_1 est relié à un électroscope C_2, dont la capacité est petite par construction. La charge prise par C_2 est sensiblement proportionnelle à V_1 :

$$Q_2 \simeq C_2 V_1.$$

On peut alors déduire de l'écart des feuilles le potentiel primitif de C_1. L'électroscope, ou tout dispositif analogue ainsi utilisé, devient un *électromètre* (voir tome VII).

Si la capacité de l'électroscope est du même ordre que celle de C_1, la mesure perturbe le phénomène : le potentiel indiqué par l'électroscope n'est pas le potentiel V_1 du corps C_1 seul. Il y a là une difficulté analogue à celle que l'on rencontre quand on mesure la température d'un corps avec un thermomètre dont la capacité calorifique n'est pas négligeable devant celle du corps (tome II, par. 3-1).

—o— Réunissons un électroscope E (*fig. 3-22*) à un conducteur chargé et isolé C au moyen d'un fil métallique F long et fin, tenu par des supports isolants. On vérifie que C est à un potentiel uniforme (par. 3-1) en promenant sur sa surface l'extrémité de F : la déviation des feuilles de E demeure constante. Dans le cas d'un conducteur creux (par. 3-3), cette déviation ne change pas lorsque F touche l'*intérieur* du conducteur, cependant dépourvu de charges. Lorsqu'on met C au sol ($V = 0$), les feuilles retombent.

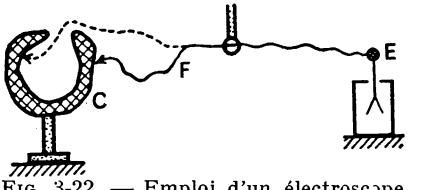


FIG. 3-22. — Emploi d'un électroscope pour la mesure d'un potentiel.

3-15. — Condensation de l'électricité. Capacité d'un condensateur.

—o— **a**) Chargeons, en le frottant par exemple, un conducteur C_1 (*fig. 3-23*) constitué par un disque métallique isolé relié à un électroscope E. La déviation des feuilles indique un certain potentiel. Approchons de C_1 un disque parallèle C_2 relié au sol. L'écart des feuilles diminue progressivement; il augmente de nouveau lorsqu'on éloigne C_2.

Dans cette expérience, le conducteur isolé, formé par C_1 et les feuilles de E, a une charge Q constante. Si son potentiel diminue lorsqu'on approche C_2, c'est que sa capacité (par. 3-12) augmente.

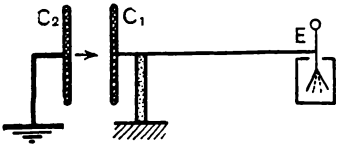


FIG. 3-23.
Condensation de l'électricité.

—o— En touchant C_1 avec un conducteur suffisamment chargé, de même signe, lorsque C_2 est proche de C_1, on peut rétablir la déviation initiale des feuilles de E.

C_1 doit donc porter une quantité d'électricité plus grande en présence de C_2 qu'en son absence, pour parvenir au même potentiel. L'électricité est « condensée » sur C_1, dirent les premiers observateurs, qui appelèrent *condensateur* l'ensemble de C_1 et C_2; C_1 et C_2 sont les *armatures* du condensateur. On représente schématiquement celui-ci par $-||-$.

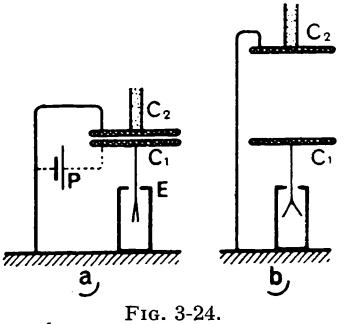


FIG. 3-24.
Électroscope-condensateur.

—o— **b**) *Électroscope condensateur.* Dans cet appareil, analogue dans son principe à celui de la *figure 3-23*, le plateau C_1 est directement fixé à la tige de l'électroscope E (*fig. 3-24*). Le plateau C_2 est posé sur C_1, dont *il est séparé par une mince couche de vernis isolant*; la distance e des deux plateaux est donc très faible. C_2 est réuni par un fil conducteur à la cage de l'électroscope et au sol. On applique d'abord, pendant un instant, entre C_1 et C_2, une différence de potentiel de quelques volts, au moyen d'une pile P (par. 6-1-b). Les feuilles ne dévient pas d'une façon appréciable (*fig. 3-24-a*). Si, ayant débranché la pile, on soulève le plateau supérieur (*fig. 3-24-b*), les feuilles divergent, car la distance e augmentant à charge constante, le potentiel de C_1 croît.

c) Dans le cas où deux conducteurs quelconques sont en présence, comme sur la figure *3-23*, les formules générales qui relient les charges aux potentiels donnent :

$$Q_1 = C_{1,1}V_1 + C_{1,2}V_2$$
$$Q_2 = C_{2,1}V_1 + C_{2,2}V_2.$$

D'après [3,14], on a

$$C_{2,1} = C_{1,2}.$$

Lorsque le conducteur C_2 entoure complètement C_1, nous savons que la charge développée par influence sur la face interne de l'armature externe est égale et de signe contraire à celle de l'armature interne (*influence totale*, par. 3-11-a). La surface extérieure de l'armature externe porte une charge qui ne dépend pas de la présence de l'armature interne (par. 3-11-d), et qui est nulle si cette armature est au sol ($V_2 = 0$). Dans ce cas, on a :

$$Q_1 = C_{1,1} V_1$$
$$Q_2 = -Q_1 = C_{2,1} V_1.$$

On peut donc poser :

[3,17] $$C_{1,1} = -C_{2,1} = C.$$

C est par définition la *capacité du condensateur*; on l'évalue, dans le système pratique, en farads (par. 3-9-c).

Lorsque le potentiel de l'armature externe est V_2, la charge Q_1 de l'armature interne (qu'on appelle aussi *charge Q du condensateur*) est :

$$Q = CV_1 - CV_2.$$

D'où :

[3,18] $$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}.$$

La *capacité C d'un condensateur à influence totale est donc le rapport constant qui existe entre la charge Q de l'armature interne et la différence de potentiel des armatures.*

La charge de l'armature externe est :

$$Q_2 = C_{2,1} V_1 + C_{2,2} V_2 = -CV_1 + C_{2,2} V_2,$$

ou

[3,19] $$Q_2 = -Q + (C_{2,2} - C) V_2,$$

en faisant apparaître la charge $-Q = -C(V_1 - V_2)$ de sa face intérieure; celle de sa face extérieure est donc : $(C_{2,2} - C)V_2$. Elle est généralement faible.

3-16. — Condensateur plan.

a) On appelle ainsi un système de deux conducteurs plans C_1, C_2, parallèles, dont la distance e est petite vis-à-vis des dimensions linéaires de la surface « utile » S, c'est-à-dire de la surface de chaque armature qui se trouve vis-à-vis de l'autre (*fig. 3-25* et *3-26*). Ce n'est pas un condensateur à influence totale, mais, en dehors des bords des surfaces S, le champ entre les armatures est uniforme, par raison de symétrie, et sa valeur est partout la même qu'au voisinage immédiat des armatures, soit (dans le vide) :

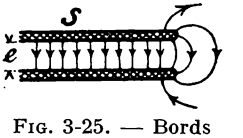


FIG. 3-25. — Bords d'un condensateur plan.

$$E = \sigma / \varepsilon_0,$$

σ étant la densité superficielle.

Remarque. — Ce champ peut être considéré comme la somme des deux champs de valeur [2,51] $\sigma/2\varepsilon_0$ dus aux couches simples des deux armatures.

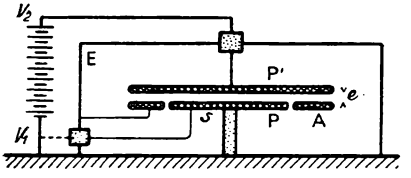


FIG. 3-26.
Condensateur à anneau de garde.

Il est d'ailleurs possible d'éviter la perturbation causée par l'influence des bords, en prenant pour l'une des armatures un disque P (*fig. 3-26*) de surface S et en laissant autour de lui un *anneau de garde*, anneau plat qui est exactement dans le même plan que le disque et qui en est séparé par un intervalle très étroit. Pour charger le condensateur, on peut relier le disque P et l'anneau de garde A à la boîte métallique E qui contient l'appareil, tandis que le second plateau P', qui s'étend au-dessus de l'anneau de garde, est porté au potentiel V_2, celui de la boîte étant V_1. La charge de la face interne de P est alors la même que si P faisait partie d'un plan indéfini, et, d'autre part, il n'y a aucune charge sur sa face externe, car aucune ligne de force ne va de cette face à la boîte formant enceinte, qui est au même potentiel. La charge de P est alors donnée par la formule :

$$Q = \sigma S = \varepsilon_0 SE.$$

Mais :

$$E = \frac{V_1 - V_2}{e},$$

d'où la capacité de P :

[3,20]
$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}.$$

Rigoureuse pour un condensateur à anneau de garde, cette formule s'applique approximativement à tout condensateur plan d'épaisseur e assez faible; nous y reviendrons au par. 5-2.

3-17. — Mesure de la charge élémentaire : expériences de MILLIKAN.

a) Ces expériences ont apporté (1910) une preuve décisive de la structure atomique de l'électricité. La *figure 3-27* représente très schématiquement le dispositif expérimental. Entre les armatures parallèles horizontales C_1 et C_2 d'un condensateur plan, de distance connue, portées à une différence de potentiel connue, peuvent pénétrer, par un petit trou, des gouttelettes d'huile pulvérisée. Leur diamètre est de l'ordre de 0,01 mm, de sorte que le frottement visqueux de l'air sur leur surface leur applique une force proportionnelle à la vitesse u (tome I, par. 23-5). En l'absence de champ électrique, les gouttes, soumises à leur poids, à la poussée d'ARCHIMÈDE et à la

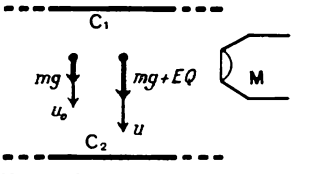


FIG. 3-27. — Expérience de MILLIKAN; m, masse apparente de la gouttelette.

résistance due au frottement, prennent un mouvement uniforme, dont la vitesse u_0 (vitesse limite) est donnée par la relation :

[3,21] $$v(\rho - \rho')g = ku_0,$$

v désignant le volume de la goutte, ρ la masse volumique de l'huile, ρ' celle de l'air, g l'accélération de la pesanteur et k un coefficient constant.

On mesure la vitesse u_0 en observant, à l'aide d'un microscope M à micromètre oculaire, le déplacement d'une goutte pendant un temps déterminé.

En présence d'un champ électrique vertical E, évalué positivement vers le bas, et si la goutte possède une charge électrique Q, l'équation [3,21] est remplacée par :

$$v(\rho - \rho')g + EQ = ku.$$

En combinant ces deux relations, on obtient :

$$\frac{u}{u_0} = \frac{v(\rho - \rho')g + EQ}{v(\rho - \rho')g},$$

d'où :

[3,22] $$Q = \frac{v(\rho - \rho')g}{E} \cdot \frac{u - u_0}{u_0}.$$

Lorsqu'on libère des charges dans l'air compris entre C_1 et C_2, en « ionisant » ses molécules au moyen d'un faisceau de rayons X, comme il sera expliqué au par. 17-1, on constate que la vitesse u de la goutte varie brusquement de temps à autre, d'une quantité positive ou négative. Cette variation correspond à la capture par la gouttelette d'huile d'une charge supplémentaire positive ou négative. Soient Q_1, Q_2... les charges totales, correspondant aux vitesses u_1, u_2 .... Formons les rapports :

$$\frac{Q_1}{u_1 - u_0} = \frac{Q_2}{u_2 - u_0} = \cdots$$

dérivés de [3,22]. On trouve que les dénominateurs sont égaux aux produits, par un même facteur, de divers nombres entiers (généralement petits) avec une incertitude de l'ordre de quelques millièmes. Il en résulte que les charges successives Q_1, Q_2, ... sont les produits de ces nombres entiers par une même « charge élémentaire ». On trouve, en outre, que les nombres entiers qui correspondent à deux charges successivement observées diffèrent en général d'une unité seulement, une seule charge élémentaire étant alors captée.

Pour obtenir la valeur de cette charge élémentaire, admettons que les gouttes sont des sphères de rayon r, et que la formule de STOKES relative à la résistance de l'air (tome I, par. 23-7) leur est applicable[1]. Cette formule donne, en fonction du coefficient de viscosité η de l'air, le facteur k de la relation [3,21] :

$$k = 6\pi r\eta.$$

L'observation de u_0 donne r, d'où le volume de la goutte, $v = \frac{4}{3}\pi r^3$, les autres grandeurs étant connues. On calcule alors[1] au moyen de l'équation [3,22], la valeur[2] e de la plus petite charge mise en évidence expérimentalement. MILLIKAN trouvait :

$$e = 4{,}77 . 10^{-10} \text{ franklins.}$$

La valeur actuellement admise comme la plus exacte est :

[4,23] $\quad e = 4{,}8021 . 10^{-10}$ franklins $= 1{,}6029 . 10^{-19}$ coulombs.

1. En réalité, la loi de STOKES doit subir une correction empirique pour les valeurs de r correspondant aux plus petites gouttes étudiées.
2. Ne pas confondre ce symbole, universellement utilisé, avec celui représentant l'écart des plateaux du condensateur plan.

CHAPITRE 4

DIÉLECTRIQUES

4-1. — Actions électriques dans un milieu diélectrique.

a) L'expérience de la *figure 3-5*, faite avec un godet de verre sec, de diverses matières plastiques ou de toute autre substance isolante, montre qu'au voisinage de corps électrisés le champ n'est pas nul dans une cavité entourée d'une substance isolante. Les actions électriques peuvent donc s'exercer au travers des isolants : pour cette raison, on donne aussi à ces corps le nom de *diélectriques*.

Toutefois, lorsque des conducteurs chargés sont plongés dans un milieu matériel isolant, au lieu d'être placés dans le vide, leurs actions électrostatiques mutuelles sont modifiées.

—o— Dans l'expérience de la *figure 3-23*, les plateaux C_1 et C_2 d'un condensateur plan étant à distance constante l'un de l'autre, et l'électroscope indiquant un potentiel déterminé, introduisons entre C_1 et C_2 une lame L à faces parallèles d'une substance isolante (verre sec, paraffine, ébonite), électriquement neutre : les feuilles de l'électroscope se rapprochent; elles reprennent leur écart initial dès que l'on enlève la lame L. La charge Q étant demeurée constante dans cette expérience, si la différence de potentiel V entre les armatures a diminué, c'est que la capacité du condensateur a augmenté.

Lorsqu'on répète l'expérience avec des condensateurs divers, on trouve que le rapport entre la capacité C du condensateur lorsqu'un isolant déterminé remplit tout l'espace entre ses électrodes, et sa capacité C_0 lorsque cet espace est vide, ne dépend pas de la forme et des dimensions du condensateur, mais seulement de la nature de l'isolant. On peut donc caractériser celui-ci par la quantité :

$$[4,1] \qquad C/C_0 = \varepsilon_r.$$

ε_r est appelée la *permittivité relative* de l'isolant, ou sa *constante diélectrique*, ou encore son *pouvoir inducteur spécifique*. C'est un nombre sans dimensions, ne dépendant que de la nature du diélectrique et des conditions thermodynamiques qui définissent son état physique (tome II, par. 8-3). Le

tableau 4-1 donne pour un certain nombre de diélectriques la valeur ou l'ordre de grandeur de ε_r.

TABLEAU 4-1.

Permittivité relative ε_r et rigidité diélectrique $\mathcal{R}$ (ordres de grandeur) de divers isolants.

	ε_r	$\mathcal{R}$ (kV/cm)		ε_r	$\mathcal{R}$ (kV/cm)
			Paraffine	2,1	200 à 300
Air (1 atm)	1,000 57	30	Caoutchouc	2,2	160 à 400
H_2 (1 atm)	1,000 26		Ebonite	2,7 à 3	200
			Quartz fondu	3,9	600
Pétrole	2,1	65	Soufre	4,0 à 4,2	
Huile minérale	2,1	80 à 200	Mica	5,4	600
Alcool éthylique	25		Verres	4 à 10	75 à 300
Nitrobenzène	37				
Eau	80		Titanate de baryum (voir par 4-9-c)	1 760	

b) La notion de potentiel, et par suite celle de capacité, n'ont été définies jusqu'ici que pour un espace où n'existent pas de diélectriques; il en est de même des notions de champ, de déplacement et de flux électriques. Nous allons voir, en traitant d'abord le cas particulier ci-dessus, comment on peut les préciser.

On a jadis cherché à interpréter les résultats d'expériences telles que la précédente en admettant que la loi de COULOMB relative au vide (par. 1-6) pouvait être appliquée dans un milieu matériel diélectrique, mais avec un coefficient k_e différent; la formule [1,10] devrait s'écrire d'une façon générale :

[4,2] $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{QQ'}{r^2}\vec{r^0},$$

ε étant une caractéristique du milieu, appelée sa *permittivité électrique*, plus grande dans un diélectrique matériel que dans le vide. Elle s'évalue, comme ε_0, en farads par mètre.

N. B. — La permittivité non rationalisée est $\hat{\varepsilon} = 4\pi\varepsilon$, ainsi qu'on l'a indiqué déjà dans le cas du vide.

—o— Pour vérifier la relation [4,2], on pourrait imaginer, au moins en principe, qu'on utilise une balance de COULOMB (par. 1-6) dans un milieu diélectrique fluide.

Quand on remplace le vide par un diélectrique, les forces, et par suite les champs et les potentiels, sont donc, *à charges constantes*, divisés par le rapport :

[4,3] $$\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0 > 1,$$

appelé, nous l'avons dit, permittivité relative. Les capacités $C = \frac{Q}{V}$ sont bien multipliées par ε_r.

Mais cette conception ne s'applique de façon satisfaisante qu'au cas de charges agissant dans un milieu diélectrique homogène et indéfini. Dans des cas moins simples, elle soulève des difficultés, dont l'exemple suivant fera comprendre la nature. Soient (*fig. 4-1*) des charges réparties sur la surface d'un conducteur entouré d'un diélectrique. La force exercée sur une charge en un point tel que M par des charges avoisinant le point A se calculera naturellement par la formule [4,2]. Mais, si l'on veut obtenir un résultat en accord avec l'expérience, la force en M due aux charges entourant un point tel que B doit se calculer par la même formule, bien que seule la partie B'M de la distance BM = r soit située dans le diélectrique (BB' pouvant être soit entièrement dans la matière conductrice, soit en partie dans le vide, si le conducteur est creux).

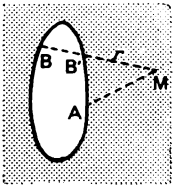


FIG. 4-1. — La formule [4,2] ne permet pas de calculer l'action mutuelle de charges séparées à la fois par un conducteur et par un diélectrique.

Ce résultat peu satisfaisant, et d'autres plus compliqués encore, ont fait renoncer à prendre la formule [4,2] pour base théorique des actions électrostatiques dans les isolants.

4-2. — Charges induites dans les diélectriques. Champ et déplacement (cas d'un condensateur plan).

a) On admet aujourd'hui que la loi de COULOMB, *sous la forme* [1,10], exprime les actions à distance à travers des milieux isolants quelconques, homogènes ou hétérogènes, comme dans le vide, et l'on définit le champ électrique comme satisfaisant en chaque point aux mêmes relations que dans le vide; mais on doit ajouter que les charges électriques des atomes d'une matière isolante placée dans un champ électrostatique subissent des déplacements spatiaux[1] tels que le champ qu'elles créent, composé avec le champ extérieur, produise le champ total en chaque point.

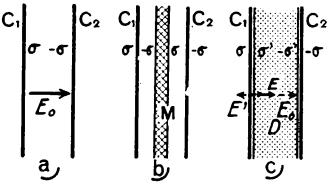


FIG. 4-2. — Charges induites sur les faces d'une lame conductrice M ou diélectrique D, introduite entre les armatures du condensateur plan C_1C_2.

Cette nouvelle hypothèse est suggérée par analogie avec les phénomènes d'influence que manifestent les conducteurs (par. 1-4 et 3-1-2). Comparons, de ce point de vue, la façon dont se comportent un conducteur et un isolant dans l'expérience suivante :

—o— Entre les plateaux C_1 et C_2 (*fig. 4-2-a*) d'un condensateur, sur lesquels la densité de charges est constante (armatures isolées), soit σ sur C_1 et $-\sigma$ sur C_2, existe dans le vide un champ :

[4,4] $$E_0 = \sigma/\varepsilon_0$$

1. Ne pas confondre avec le *vecteur déplacement* $\vec{D}$.

(par. 3-15), compté positivement de C_1 vers C_2. Introduisons une plaque métallique M (*fig. 4-2-b*). Il apparaît sur ses deux faces des densités de charges induites égales et de signes opposés $\pm \sigma$, de façon que le champ s'annule dans le métal (par. 3-1). Remplaçons le métal par un diélectrique D (*fig. 4-2-c*) occupant tout l'espace entre les plateaux, et admettons que des charges induites apparaissent sur les faces de la plaque diélectrique, comme sur celles de la plaque métallique, mais avec une densité σ' sur C_1 et $-\sigma'$ sur C_2 (le signe de σ' dépendant, d'une façon qu'il s'agit d'établir, de celui de σ). Elles créent dans le diélectrique un champ :

[4,5] $$\vec{E}' = \sigma'/\varepsilon_0.$$

Le champ résultant dans le diélectrique est :

[4,6] $$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Mais, les charges des armatures étant constantes, l'introduction du diélectrique a divisé le potentiel par la permittivité relative ε_r; par suite :

[4,7] $$\vec{E} = \vec{E}_0/\varepsilon_r.$$

Pour retrouver ce résultat à partir de [4,6], il suffit de poser :

$$\frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r},$$

d'où :

[4,8] $$\sigma' = -\sigma\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right).$$

La densité sur l'isolant doit donc être proportionnelle à la densité sur le condensateur; ε_r étant > 1, σ' est encore de signe opposé à σ. (On voit qu'un conducteur peut être regardé — en ce qui concerne les effets d'influence — comme ayant une permittivité relative infinie, puisque dans ce cas $\sigma' = -\sigma$.)

b) La présence d'un diélectrique modifie donc le champ électrostatique, non pas en altérant la loi d'action de charges données, mais en modifiant la grandeur et la distribution des charges. Il existe toutefois une différence importante entre σ' et σ. La densité σ est celle de charges que l'on doit fournir au condensateur pour le charger ou qu'on peut recueillir en le déchargeant, ce sont des charges *mobiles*. La densité σ' est celle de charges induites, que l'on ne peut séparer du diélectrique : elles lui sont *liées*.

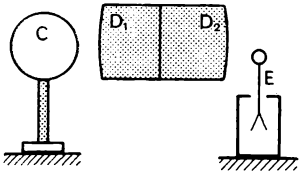


FIG. 4-3. — Impossibilité de séparer les charges liées au diélectrique.

—o— Répétons avec un diélectrique tel que la paraffine « dure » (à point de fusion élevé), une expérience analogue à celle de la *figure 1-8*. Le corps diélectrique D_1 D_2 (*fig. 4-3*) se charge sous l'influence du corps chargé C et agit sur l'électroscope E. Mais si l'on éloigne C, après avoir écarté l'une de l'autre les moitiés D_1 et D_2, on constate que chacune d'elles

redevient neutre, contrairement à ce qui se passe pour un conducteur chargé par influence. Les charges induites dont la présence se manifeste dans un diélectrique ne peuvent donc être séparées à distance notable.

On appelle parfois charges « vraies » les charges mobiles; charges « apparentes » ou « fictives », les charges liées. Nous verrons au par. 4-3-b que ces dénominations sont injustifiées.

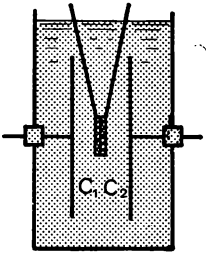


FIG. 4-4. — Mesure du déplacement dans un diélectrique fluide.

c) Cherchons maintenant comment doit être modifiée la relation $D = \varepsilon_0 E$ qui définit le déplacement D dans le vide. Convenons que D reste encore mesurable par la méthode du double disque (par. 3-5), applicable si le diélectrique est gazeux ou liquide.

—o— Si un condensateur (*fig. 4-4*) est plongé dans une cuve qu'on peut à volonté remplir de pétrole, par exemple, on comparera ainsi les déplacements D_0 dans l'air et D dans le pétrole. En maintenant constante la charge des armatures, on trouve $D = D_0$. En maintenant constante leur différence de potentiel, on trouve $D = \varepsilon_r D_0$.

A charges constantes, on a vu (relation [4,3]) que le champ E dans le diélectrique est donné par [4,7]. Comme :

$$D_0 = \varepsilon_0 E_0$$

et que

[4,7 *bis*] $$D = D_0$$

on voit qu'il suffit de poser :

$$D = \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

pour retrouver le résultat de l'expérience.

C'est le vecteur :

[4,9] $$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

que nous appellerons *déplacement*, en un point quelconque du diélectrique, dans le cas, actuellement considéré, où $\vec{E_0}$ et $\vec{E}$ *ont même direction*. Mais une autre définition devra, nous le verrons (par. 4-4), être utilisée dans le cas le plus général.

N. B. — Le déplacement non rationalisé est :

[4,9*] $$\hat{D} = 4\pi D = \hat{\varepsilon} E.$$

Le flux du vecteur ainsi défini, appelé encore *flux électrique* (symbole Ψ) est nul à travers toute surface fermée ne contenant pas de charges libres : on établirait cette proposition comme dans le vide ou dans un conducteur.

Calculons sa valeur $d\Psi$ à travers la surface d'un cylindre d'axe normal à l'un des plateaux du condensateur plan de la *figure 4-2-c*, fermé par deux

sections droites, d'aire dS, situées l'une dans le diélectrique, l'autre dans le plateau conducteur. Le déplacement étant nul sur cette dernière base, ainsi que sur les parois du cylindre, on a, compte tenu de [4,4] :

$$d\Psi = D.dS = \varepsilon E dS = \varepsilon_0 E_0 dS = \sigma dS.$$

En généralisant ce résultat, on trouve que le *théorème de* GAUSS (par. 2-10) *s'applique* au flux du vecteur déplacement, défini par [4,9], mais *en ne tenant compte que des charges libres.*

4-3. — Polarisation d'un diélectrique.

a) L'intervention de charges liées apparaissant à la surface d'un diélectrique a permis (par. 4-2) de rendre compte de la variation de capacité d'un condensateur plan, résultant de l'introduction de ce diélectrique entre ses armatures. Pour interpréter dans un cas quelconque le rôle des diélectriques en électrostatique, on a été conduit à une hypothèse plus générale.

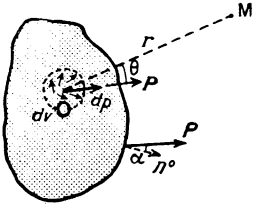


FIG. 4-5. — Polarisation d'un diélectrique.

Admettons que dans un diélectrique ne portant pas de charges mobiles (telles que celles qui peuvent lui être communiqués par frottement ou par contact) existent, à l'échelle moléculaire, des dipôles électriques élémentaires (par 2-17). L'un d'eux situé en O, et de moment électrique p crée en un point M distant de r (*fig. 4-5*) un potentiel qui a pour valeur, d'après [2,60], $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$, θ étant l'angle de OM avec l'axe du dipôle.

Si un petit volume[1] dv avoisinant un point O dans le diélectrique contient un certain nombre de dipôles, le potentiel en M, somme des potentiels créés par ces dipôles, peut s'écrire $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sum p\cos\theta$.

Les moments étant des vecteurs, la somme de leurs projections sur OM est égale à la projection de leur résultante. Appelons dϖ le moment du dipôle électrique du volume dv. Le vecteur (densité volumique de moment électrique) :

[4,10] $$P = \frac{d\varpi}{dv}$$

est appelé *polarisation* du diélectrique en O. S'il n'est pas nul, le diélectrique est dit *polarisé.*

L'unité pratique de moment électrique étant le coulomb-mètre, celle de polarisation est le coulomb par mètre carré : nous savons (par. 2-2) que c'est aussi l'unité de déplacement.

1. Nous entendons par là, comme au par. 3-1-c, un volume très petit par rapport à nos procédés d'observation, mais assez grand pour contenir un très grand nombre de molécules (Cf. tome II, par. 9-8).

La contribution de l'élément de volume dv au potentiel en M est :

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P\,dv\cos\theta}{r^2},$$

θ désignant ici l'angle formé par la direction du vecteur $\vec{P}$ avec OM.

Le potentiel en un point extérieur au diélectrique s'obtient par une intégration étendue au volume v de celui-ci :

[4,11] $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_v \frac{P\cos\theta}{r^2}\,dv.$$

b) On démontre que le potentiel ainsi calculé est identiquement le même que s'il y avait dans le volume v de diélectrique polarisé :

1° en tout point de la surface qui limite le volume, une densité superficielle σ' de charges donnée par l'équation :

[4,12] $$\sigma' = P\cos\alpha,$$

α étant l'angle que fait la vecteur $\vec{P}$ en ce point avec la normale $\vec{n^0}$ extérieure à la surface (*fig. 4-5*);

2° en tout point du volume même, une densité cubique ρ' de charges égales et de signe contraire à la divergence (par. 2-12) du vecteur $\vec{P}$:

[4,13] $$\rho' = -\operatorname{div}\vec{P}.$$

On peut donc remplacer la formule [4,11] par la suivante :

[4,14] $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\iint \sigma'\frac{dS}{r} + \iiint \rho'\frac{dv}{r}\right].$$

On voit ainsi pourquoi les densités σ' et ρ' sont parfois qualifiées de « fictives » : tout se passe comme si elles existaient, en conséquence de la polarisation, mais on attribue à cette dernière une réalité physique plus profonde.

Pour un volume quelconque de diélectrique polarisé, la somme des charges fictives de polarisation correspondant aux densités σ' et ρ' est nulle, puisque l'ensemble des dipôles équivalents a une charge totale nulle.

c) Un cas particulier important est celui où le vecteur $\vec{P}$ a même module et même orientation en tous points d'un volume de diélectrique, c'est-à-dire où la polarisation y est *uniforme*. On a alors (par. 2-12) :

$$\operatorname{div}\vec{P} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad \rho' = 0 :$$

la densité superficielle de charges existe seule.

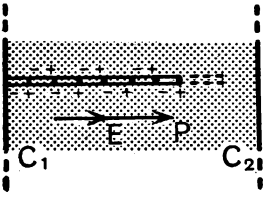


FIG. 4-6.
Polarisation uniforme.

On peut donner de ce cas une interprétation concrète. Supposons que les moments de dipôles élémentaires soient tous orientés parallèlement au champ uniforme $\vec{E}$ qui règne entre les plateaux du condensateur de la *figure 4-6* : $\vec{P}$ est parallèle à $\vec{E}$. La polarisation est uniforme par raison de

symétrie, et $\rho' = 0$, les dipôles, très nombreux dans un élément de volume, ayant au total une charge nulle. Sur les faces du diélectriques normales à $\vec{E}$, l'affleurement des dipôles donne la densité de charges σ', avec $\alpha = 0$ ou π; sur la face par laquelle entre le champ, la relation [4,12] s'écrit :

[4,15] $$\sigma' = -P.$$

4-4. — Champ et déplacement à l'intérieur d'un diélectrique (cas général).

a) La définition la plus générale du champ électrique $\vec{E}$ considère celui-ci comme dû (cf. par. 4-2-a), par application de la loi de COULOMB sous la même forme que dans le vide, *à la fois aux charges mobiles, de densités* ρ et σ, *et à celles de densités* ρ' *et* σ' *dues à la polarisation.* Il n'est pas plus possible de mesurer $\vec{E}$ (d'après son action sur une charge connue) dans la matière d'un diélectrique que dans celle d'un conducteur. Mais ce champ a toutes les propriétés indiquées au chapitre 2. Il dérive d'un potentiel, ce qui peut se traduire par la relation :

[2,29] $$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = 0.$$

Le potentiel V est calculable par la formule :

[2,16] $$V = \sum \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

et l'on a en chaque point :

[2,25] $$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V.$$

La divergence du vecteur $\vec{E}$ satisfait à la relation suivante, rappelant [2,41], mais tenant compte de la polarisation, en même temps que des charges mobiles de densité volumique ρ :

[4,16] $$\text{div}\,(\varepsilon_0\vec{E}) = \rho + \rho'.$$

b) Cependant, les charges de densité ρ' et σ' se distinguent de celles de densités ρ et σ.

On peut donner au vecteur déplacement une expression différente de [4,9], qui fait intervenir la polarisation. En effet, dans le cas d'un diélectrique occupant tout l'espace entre les armatures d'un condensateur plan, on tire de [4,5] et de [4,15]

$$E' = -\frac{P}{\varepsilon_0}.$$

Comme d'après [4,6], [4,7 *bis*] et [4,9] :

$$D = \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon E = \varepsilon_0 (E - E'),$$

on voit que :

[4,17] $$D = \varepsilon_0 E + P.$$

Le vecteur $\vec{P}$ n'est pas affecté par la rationalisation, alors que $\vec{D}$ et ε_0 le sont : en langage non rationalisé, la relation précédente s'écrit :

[4,17*] $$\hat{D} = \hat{\varepsilon_0} E + 4\pi P.$$

La relation [4,17], considérée vectoriellement, nous servira à *définir, d'une façon générale, le vecteur* $\vec{D}$ (même si $\vec{E}$ et $\vec{P}$ n'ont pas même direction); elle se réduit bien à $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ dans le vide ou dans un conducteur, et permet, dans un cas quelconque, de généraliser, comme nous allons le voir, une propriété essentielle du déplacement.

La divergence du vecteur $\vec{D}$, défini par [4,17], est, en effet :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \varepsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} + \operatorname{div} \vec{P},$$

ou, en tenant compte de [4,16] et de [4,13] :

[4,18] $$\operatorname{div} D = \rho + \rho' - \rho' = \rho.$$

D'après le théorème de GREEN (par. 2-12), le flux du vecteur $\vec{D}$, ou *flux électrique*, est donc toujours *conservatif*, c'est-à-dire nul à travers toute surface fermée ne contenant pas de charges (autres que celles correspondant à la polarisation), aussi bien dans un diélectrique quelconque que dans le vide ou dans un conducteur; et lorsque existent de telles charges, il satisfait au théorème de GAUSS. C'est ce qui fait l'intérêt de la définition [4,17].

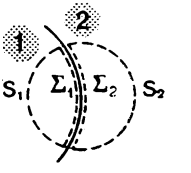


FIG. 4-7. — Le théorème de GAUSS s'applique aux surfaces fermées $S_1\,\Sigma_1$ et $S_2\,\Sigma_2$ donc aussi à S_1S_2.

On remarquera que lorsqu'on passe d'un milieu 1 à un milieu 2 (*fig. 4-7*), on peut appliquer le théorème de GAUSS à toute surface fermée, limitée par une portion de la surface Σ qui sépare 1 et 2 et par une surface complémentaire intérieure, soit à 1, soit à 2. Il s'applique donc aussi, par addition, à toute surface fermée englobant une partie de Σ, à condition de tenir compte des charges libres portées par cette dernière. Ces charges doivent être comptées comme superficielles dans les deux premier cas, comme intérieures dans le troisième.

c) On sait que, dans le vide, le déplacement dérive d'un potentiel, comme le champ, auquel il est proportionnel. Mais il n'en est pas de même dans le cas le plus général : le rotationnel (par. 2-8) du vecteur $\vec{P}$ n'étant pas nécessairement nul, celui de $\vec{D}$ ne l'est pas non plus.

4-5. — Polarisation purement induite.

a) La polarisation $\vec{P}$ n'est pas en général un vecteur indépendant, elle varie avec le champ $\vec{E}$ au point considéré; elle est dite purement induite si elle apparaît et disparaît avec $\vec{E}$. Ce cas, très fréquent, est, en première approximation, celui des diélectriques utilisés dans les condensateurs.

Dans un milieu isotrope, $\vec{P}$ et $\vec{E}$ ont alors même direction, par raison de symétrie; on pose :

[4,19] $$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}.$$

Le rapport χ_e, appelé *susceptibilité électrique* du milieu, est très souvent indépendant de E, comme le montre l'expérience. Il est, en outre, positif, c'est-à-dire que $\vec{P}$ est proportionnel à $\vec{E}$ et de même sens.

D'après [4,17], c'est aussi ce qui arrive pour le déplacement :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e)\vec{E}.$$

On en déduit, en tenant compte de [4,9] :

[4,20] $$\chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 = \varepsilon_r - 1.$$

χ_e se mesure, comme ε_r, par un nombre sans dimensions, ce qui résulte d'ailleurs de la définition [4,19], compte tenu de [4,17].

En langage non rationalisé, la permittivité est :

[4,19*] $$\check{\chi}_e = \frac{\check{P}}{\check{\varepsilon}_0 \check{E}} = \frac{\chi_e}{4\pi}^{1}.$$

N. B. — La formule [4,19] correspond à la définition recommandée par l'Union Internationale de Physique. Mais nous devons signaler que certains auteurs appellent permittivité le rapport :

$$\varepsilon_0 \chi_e = \frac{\vec{P}}{\vec{E}} = \frac{D - \varepsilon_0 E}{E} = \varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_0}{4\pi}$$

qui s'évalue en farads par mètre, comme la permittivité.

b) On a vu au paragraphe 4-4-b que, dans un diélectrique où n'existent pas de charges mobiles, la divergence du déplacement $\vec{D}$ est nulle. Lorsque la polarisation est purement induite, dans un milieu isotrope, $\vec{D}$ est proportionnel à $\vec{E}$, et

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{div} \vec{D} = 0,$$

d'où, d'après [4,16] $$\rho' = 0.$$

On généralise ainsi un résultat indiqué au par. 4-3-c pour les cas de polarisation uniforme.

c) Dans la suite de ce chapitre, nous indiquerons plusieurs cas où la polarisation n'est pas proportionnelle au champ, et parfois ne disparaît pas avec lui. Les vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{E}$ n'ont alors, en général, plus même direction; cela se produit aussi dans des diélectriques cristallins (non isotropes).

1. $\check{\chi}_e$ se mesure donc par un nombre 4π fois plus petit que χ_e, mais nécessairement avec la même unité, celle des évaluations arithmétiques (sans dimensions). C'est donc bien la grandeur qui est modifiée par la rationalisation et non pas l'unité (Voir note à la fin de l'introduction).

4-6. — Passage d'un milieu dans un autre.

Nous allons voir tout d'abord comment, dans plusieurs cas importants, varie l'état électrostatique lorsqu'on traverse une surface Σ séparant deux milieux homogènes et isotropes. Nous appellerons E_1, D_1, E_2, D_2 les vecteurs champ et déplacement électriques dans le premier et dans le deuxième milieu, et nous affecterons ces symboles des indices n et t pour représenter les composantes des vecteurs normales et parallèles à Σ, le sens positif sur la normale étant celui qui va du milieu 1 vers le milieu 2.

a) *Variation du champ.* — Considérons (*fig. 4-8*) un parcours fermé rectangulaire ABCD, formé de deux trajets infiniment petits AB et CD de longueur dl, parallèles à Σ, situées de part et d'autre de celle-ci et de deux segments BC et DA infiniment petits du second ordre, de longueur négligeable devant dl. Puisque le champ E dérive d'un potentiel, sa circulation (par. 2-4) le long du circuit ABCDA est nulle, ce qui donne :

$$E_{1t}.\overline{AB} + E_{2t}\overline{CD} = 0,$$

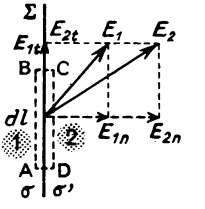


FIG. 4-8. — Variations du champ $\vec{E}$ lorsqu'on passe du milieu 1 au milieu 2.

d'où :

[4,21] $$E_{2t} = E_{1t}.$$

Soient, d'autre part, σ et σ' les densités superficielles de charges libres et de charges de polarisation sur Σ : le résultat obtenu au paragraphe 2-15-b peut se généraliser, à condition de tenir compte de σ' : quand on passe de 1 à 2, la composante normale du champ subit une discontinuité :

[4,22] $$E_{2n} - E_{1n} = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0}.$$

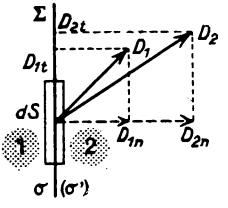


FIG. 4-9. — Variations du déplacement $\vec{D}$ lorsqu'on passe du milieu 1 au milieu 2.

b) *Variations du déplacement.* — Soit une surface fermée limitée par deux éléments voisins infiniment petits parallèles à Σ, d'aire dS, et par une portion de cylindre normal à Σ, dont la hauteur est un infiniment petit du second ordre (*fig. 4-9*). Le flux à travers ses parois latérales est négligeable, de même que la charge intérieure due à une densité volumique éventuelle, et le théorème de GAUSS donne :

$$D_{2n}\mathrm{d}S - D_{1n}\mathrm{d}S = \sigma\,\mathrm{d}S,$$

ou :

[4,23] $$D_{2n} - D_{1n} = \sigma.$$

Enfin, *lorsque la polarisation est purement induite*, soient $\varepsilon_1 = \dfrac{D_1}{E_1} = \dfrac{D_{1t}}{E_{1t}}$ et $\varepsilon_2 = \dfrac{D_2}{E_2} = \dfrac{D_{2t}}{E_{2t}}$ les permittivités des milieux 1 et 2; la relation [4,21] conduit à :

[4,24] $$\frac{D_{2t}}{\varepsilon_2} = \frac{D_{1t}}{\varepsilon_1}.$$

c) *Passage d'un conducteur* (1) *dans un diélectrique* (2).
$E_1 = D_1 = 0$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$; de [4,21] et [4,22], on déduit :

$$E_{2t} = 0 \qquad \text{et} \qquad E_{2n} = E_2 = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0}.$$

On retrouve le résultat que traduisait, dans le cas d'un condensateur plan, la formule [4,6].

De [4,24] et [4,23], on déduit, si la polarisation est purement induite :

$$D_{2t} = 0 \qquad \text{et} \qquad D_{2n} = D_2 = \sigma, \qquad \text{d'où} \qquad E_2 = \sigma/\varepsilon_2.$$

En supprimant les indices, en ce qui concerne le diélectrique, cette formule s'écrit :

[4,25] $$E = \sigma/\varepsilon.$$

C'est l'expression généralisée du *théorème de* COULOMB (par. 3-7).

d) *Passage d'un diélectrique* (1) *dans un diélectrique* (2). — En supposant que les polarisations sont purement induites, et qu'il n'y a pas de charges libres sur la surface de séparation ($\sigma = 0$), les relations [4,21] à [4,24] donnent :

$$E_{2t} = E_{1t}, \qquad E_{2n} - E_{1n} = \sigma'/\varepsilon_0,$$
$$\frac{D_{2t}}{D_{1t}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \qquad D_{2n} = D_{1n}.$$

Soient α_1 et α_2 les angles que font d'une part E_1 et D_1, d'autre part E_2 et D_2 avec la normale à Σ (*fig. 4-10*) :

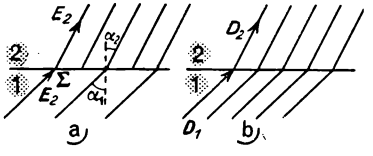


FIG. 4-10. — Réfraction des lignes de champ et des lignes d'induction (cas de la polarisation purement induite).

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{D_{1t}}{D_{1n}} \qquad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{D_{2t}}{D_{2n}},$$

d'où :

[4,26] $$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Il y a donc changement brusque de direction, une *réfraction* des lignes de champ et de déplacement, à la traversée de la surface Σ. La *figure 4-10* montre cette réfraction dans le cas du passage d'un milieu de permittivité ε_1 à un autre de permittivité $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_1$, pour le champ (*fig. 4-10-a*) et pour le déplacement (*fig. 4-10-b*). Les directions des lignes de champ et de déplacement sont les mêmes dans un même milieu. Mais d'après les conventions du par. 2-11-b, les lignes de déplacement rencontrent en même nombre, de part et d'autre, une aire donnée de Σ, tandis que les lignes de champ qui rencontrent une telle aire sont deux fois plus nombreuses dans le second milieu que dans le premier.

Remarque. — σ' est la somme des densités superficielles σ'_1 et σ'_2 dues à la polarisation dans les deux milieux; d'après [4,15], on a, en tenant compte des conventions de signe, et si la polarisation est purement induite :

$$\sigma'_1 = P_1 \cos\alpha_1 = P_{1n}, \qquad \sigma'_2 = -P_2 \cos\alpha_2 = -P_{2n},$$

d'où :
$$E_{2n} - E_{1n} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}(P_{1n} - P_{2n}).$$

C'est d'ailleurs une conséquence directe de la relation $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, compte tenu de ce que $D_{2n} = D_{1n}$.

Le cas du passage d'un diélectrique (1) dans le vide se ramène au précédent, en faisant

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \qquad \text{et} \qquad \sigma'_2 = P_2 = 0.$$

4-7. — Champ influençant, champ dépolarisant, champ agissant.

a) Nous avons distingué, au par. 4-2, le champ E_0 qui existerait si le diélectrique était remplacé par le vide, le champ E' dû à la polarisation du diélectrique, et le champ résultant $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$.

D'une façon générale, c'est E qui intervient dans la relation [4,17]; on l'appelle champ *agissant*, E_0 étant dit champ *influençant*, et E' champ *dépolarisant*, car il réduit l'action du champ influençant.

Supposons uniforme le champ E_0; le champ E dépend de la forme du corps considéré. Nous examinerons quelques cas particuliers simples, où l'on peut démontrer que la polarisation, supposée purement induite, est uniforme comme E, donc où $\rho' = 0$.

b) *Pour une lame limitée par deux plans parallèles indéfinis normaux à* $\vec{E}_0$ on retrouve le cas déjà étudié au par. 4-2. La polarisation est uniforme; $\sigma' = -P$, d'après [4,15] et :

[4,27] $$E' = \sigma'/\varepsilon_0 = -P/\varepsilon_0.$$

On voit qu'on retrouve alors la formule :

[4,7] $$E = E_0 + E' = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{E_0}{\varepsilon_r}.$$

c) *Cylindre diélectrique d'axe parallèle à* E_0 (*fig. 4-11*). — La densité de charges est nulle sur la surface latérale, puisque P est parallèle à celle-ci. Les bases portent une densité $\sigma' = \pm P$. Le champ en un point M de l'axe à l'intérieur du cylindre s'obtient à partir de la formule [2,50] et, comme les champs dus aux deux bases s'ajoutent, on a :

[4,28] $$E' = E'_1 + E'_2 = -\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}(\Omega_1 + \Omega_2).$$

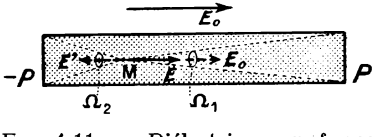


FIG. 4-11. — Diélectrique en forme de cylindre droit, dans un champ influençant $\vec{E}_0$ uniforme.

Si le cylindre est très long, de façon que ses bases soient vues du point M sous des angles très petits, le champ dépolarisant E' est négligeable et le champ agissant E se confond avec E_0.

d) *Sphère (fig. 4-12).* — Si la polarisation est uniforme, la densité en un point M de la surface auquel aboutit un rayon OM faisant un angle θ avec la direction Ox de $\vec{P}$, a pour valeur :

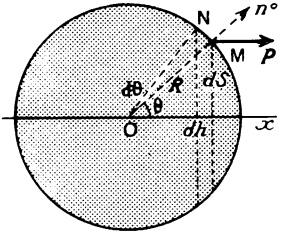


FIG. 4-12. — Diélectrique en forme de sphère, dans un champ influençant $\vec{E}_0$ uniforme.

$$[4,12] \qquad \sigma' = P\cos\theta = \vec{P}.\vec{n^o}.$$

Soit $\widehat{MON} = d\theta$. La zone sphérique de hauteur dh comprise entre les cônes d'axe Ox et d'angles générateurs θ et $\theta + d\theta$ a pour aire :

$$dS = 2\pi R dh = 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta,$$

R étant le rayon de la sphère. La charge de cette zone est :

$$dQ = \sigma' dS = 2\pi P R^2 \sin\theta\cos\theta\, d\theta.$$

Le champ dE' qu'elle crée en O se calcule comme celui d'un anneau circulaire; la loi de COULOMB donne :

$$dE' = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{R^2}\cos\theta.$$

D'où le champ dépolarisant :

$$[4,29] \qquad E' = \int_0^{\pi} dE' = -\frac{P}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi}\cos^2\theta\sin\theta\, d\theta = \frac{P}{2\varepsilon_0}\left[\frac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^{\pi} = -\frac{P}{3\varepsilon_0}.$$

Mais, d'après [4,17],

$$P = (\varepsilon - \varepsilon_0)E.$$

On a par suite :

$$E = E_0 + E' = E_0 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{3\varepsilon_0}E.$$

D'où :

$$[4,30] \qquad E = \frac{3\varepsilon_0}{2\varepsilon_0 + \varepsilon}E_0.$$

e) Le champ dépolarisant est encore uniforme dans tout diélectrique en forme d'ellipsoïde de révolution d'axe parallèle au champ influençant uniforme E_0. La *figure 4-13* représente la variation du rapport $-\varepsilon_0\dfrac{E'}{P}$

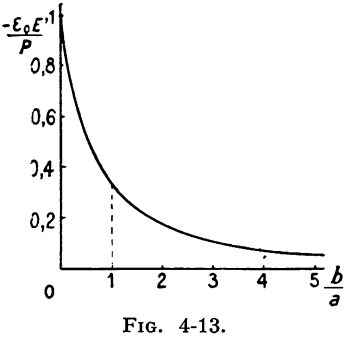


FIG. 4-13.
Courbe $-\dfrac{\varepsilon_0 E'}{P} = f(b/a)$ relative à un ellipsoïde diélectrique d'axe de révolution parallèle à $\vec{E}_0$.

pour diverses valeurs du rapport b/a des axes de l'ellipsoïde. Pour $b/a = 0$, l'ellipsoïde est infiniment plat et la formule [4,27] s'applique; $b/a = 1$ est le cas de la sphère (formule [4,29]); $b/a = \infty$ celui du cylindre infiniment long.

4-8. — Mesure du champ dans une cavité à l'intérieur d'un diélectrique.

Pour évaluer expérimentalement le champ à l'intérieur d'un diélectrique polarisé, il faudrait pouvoir mesurer la force agissante sur une charge connue introduite dans une cavité; mais l'existence même de celle-ci modifierait le champ qui existe avant qu'on l'ait creusée. En premier lieu, on supprimerait les charges de la densité cubique; on montre, par un raisonnement analogue à celui du par. 2-5, que leur action tend vers zéro en même temps que le volume enlevé. Mais, en outre, on ferait apparaître des surfaces et une densité superficielle de charges liée à la polarisation.

Dans une telle expérience (théorique), le champ E_i à l'intérieur de la cavité dépend de sa forme, comme nous allons le voir sur quelques exemples.

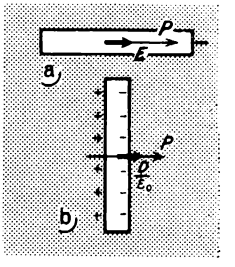


FIG. 4-14. — Champ dans une cavité : *a*) très allongée, dans le sens de $\vec{P}$; *b*) très plate, normale à $\vec{P}$.

a) Soit une *cavité cylindrique très allongée dans le sens de la polarisation P* (*fig. 4-14-a*). Un raisonnement analogue à celui qu'on a fait au par. 4-7-c montre que seules les bases de la cavité portent des charges et que leur rôle est négligeable. *Le champ E_i serait donc dans ce cas égal au champ agissant E.*

b) Soit une *cavité très plate*, limitée par des surfaces normales à *P* (*fig. 4-14-b*). Ces surfaces se couvrent d'une densité $\sigma' = \pm P$, et :

$$[4,31] \qquad E_i = E + P/\varepsilon_0 = D/\varepsilon_0,$$

d'après [4,17].

E_i est donc en *relation simple avec le déplacement D.*

c) *Champ dans une cavité sphérique.* Un raisonnement analogue à celui du par. 4-7-d montre que :

$$[4,32] \qquad E_i = E + \frac{P}{3\varepsilon_0}.$$

Dans tous les cas, le champ ne dépend pas des dimensions de la cavité, pourvu qu'elles soient assez petites.

4-9. — Électrets. Corps pyroélectriques et seignetto-électriques.

Quand, dans un diélectrique, le vecteur *P* n'est pas nul en l'absence de tout champ dû à des charges libres, la polarisation est dite *permanente*, ou encore *rigide* (ce qui ne veut pas dire qu'elle ne puisse pas subir de variations).

—o— **a**) *Polarisation rigide provoquée par un champ.* — On fond un mélange de paraffine et de cire de Carnauba[1] dans une capsule métallique et on le laisse se solidifier dans un champ électrique de 5.10^6V/m, établi en reliant la capsule et un plateau métallique parallèle à la surface du liquide aux

1. Qui recouvre la feuille de certains palmiers.

pôles d'un générateur électrostatique. Le disque solide obtenu conserve une polarisation : ses deux faces agissent sur un électroscope. On vérifie qu'elles portent des charges de signes contraires.

On appelle *électret* un diélectrique ainsi polarisé de façon permanente.

—o— **b)** *Cristaux pyroélectriques.* — On chauffe dans un bain d'air, jusque vers 250° C, un cristal de *tourmaline* (borosilicate d'aluminium et de divers autres métaux). On le laisse refroidir. Les deux extrémités de l'axe ternaire ZZ' (*fig. 4-15*) portent des charges de signes contraires.

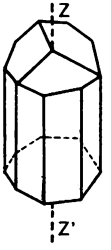


FIG. 4-15. Tourmaline (pyroélectrique).

Le cristal possède seulement un axe de symétrie et trois plans de symétrie passant par cet axe. Il est donc permis par les lois de symétrie (tome I, par. 7-13) qu'une polarisation $\vec{P}$, représentable par un vecteur polaire, puisse être dirigée suivant l'axe ternaire, dont on voit sur la *figure 4-15* que les deux bouts ne sont pas identiques. On a été conduit à admettre que cette polarisation spontanée existe en effet, mais qu'elle ne se manifeste pas dans le cristal maintenu longtemps à température constante, parce que les charges superficielles sont compensées à la longue par les charges de signes opposés qui se trouvent dans l'air (par. 17-14). La polarisation $\vec{P}$ varie avec la température; un échauffement ou un refroidissement uniformes font varier le phénomène de façon que la densité σ', modifiée d'après la relation [4,12], puisse être mise en évidence avant d'être neutralisée de nouveau.

Remarque. — Si l'on chauffe le cristal de tourmaline dans une flamme, les ions que contient celle-ci neutralisent immédiatement les charges apparues.

—o— Déposons le cristal chaud sur une plaque de verre et laissons-le refroidir; ses deux bouts s'électrisent et les charges persistent maintenant assez longtemps. Si l'on souffle sur le cristal un mélange de fleur de soufre et de minium, le soufre, qui s'électrise négativement en sortant du soufflet, s'attache à l'extrémité A, chargée positivement par refroidissement, tandis que le minium chargé positivement, s'attache à l'extrémité B : A devient jaune et B rouge. On peut également distinguer les charges des deux extrémités par leur influence sur un électroscope (par. 1-5).

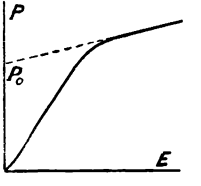


FIG. 4-16. Polarisation d'un corps seignetto-électrique.

—o— Deux cristaux de tourmaline sont suspendus l'un près de l'autre; on les chauffe et on les laisse refroidir. Les deux cristaux s'orientent mutuellement et se fixent dans la même direction, les extrémités B et A' s'attirent.

—o— Les expériences précédentes se font plus facilement en refroidissant les cristaux dans de l'azote liquide, au lieu de les échauffer.

c) *Corps seignetto-électriques.* — On appelle ainsi certains diélectriques cristallisés dans lesquels la polarisation P peut avoir même direction que le champ E et disparaître en même temps que lui, mais sans lui être proportionnelle. La permittivité relative ε_r peut être considérable (plusieurs milliers) dans des champs relativement faibles; mais, au-dessus d'une cer-

taine valeur du champ E, la croissance de P devient pratiquement linéaire. Tout se passe alors comme si à une polarisation induite ordinaire se superposait une polarisation rigide P_0 (*fig. 4-16*).

Des variations de ce genre sont observables par le sel de SEIGNETTE (tartrate double de sodium et de potassium), le phosphate monopotassique, le titanate de baryum TiO_3Ba. Au-dessus d'une certaine température, appelée température de CURIE, variable avec le cristal, les corps seignetto-électriques prennent les propriétés normales des corps à polarisation induite.

4-10. — Piézoélectricité.

—o— **a**) Sur deux faces parallèles d'une lame de quartz convenablement taillée sont appliquées deux lames métalliques reliées par des fils conducteurs aux feuilles et à la cage d'un électroscope. Celui-ci étant préalablement chargé, on constate que la divergence des feuilles augmente lorsqu'on exerce sur la lame de quartz une traction tendant à écarter AD et BC (*fig. 4-17*) et qu'elle diminue quand on exerce une compression (ou inversement).

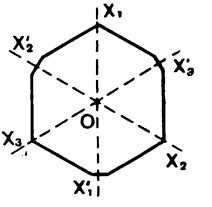


FIG. 4-17. — Axes binaires d'un cristal de quartz.

Cette expérience et d'autres analogues montrent que certains cristaux, soumis à des efforts mécaniques convenables, peuvent se polariser électriquement; ils sont dits piézoélectriques. Le phénomène a été découvert par P. et J. CURIE (1880).

Les cristaux de quartz ont pour éléments de symétrie un axe ternaire ZZ′ (l'axe optique du tome IV, par. 11-3) et trois axes binaires perpendiculaires au précédent X_1X_1, X_2X_2, X_3X_3 (*fig. 4-17*) appelés axes électriques. Les axes binaires font entre eux des angles de 120°; leur point de rencontre O sur ZZ′ n'est pas un centre de symétrie, leurs deux extrémités sont dissemblables. Si l'on exerce une compression suivant un axe binaire, celui-ci reste seul élément de symétrie : il peut donc y avoir une polarisation électrique suivant sa direction. C'est ce qui se produit; on constate que la polarisation est proportionnelle à la pression.

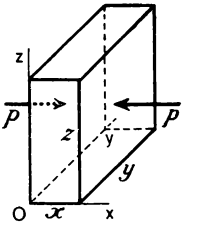


FIG. 4-18. — Lame de quartz piézoélectrique; évaluation de l'effet longitudinal.

b) Pour diverses applications, on utilise la piézoélectricité d'une lame de quartz en forme de parallélépipède rectangle (*fig. 4-18*), dont trois arêtes contiguës sont taillées respectivement parallèles à ZZ′, à l'un des axes binaires XX′ et à une direction YY′ normale aux précédentes. Soient x, y, z, les longueurs des arêtes. Il y a deux façons d'employer la lame.

1° *Effet longitudinal.* — On exerce une compression uniforme sur les faces telles que yOz normale à XX′, en appliquant sur leur surface $S = yz$ deux forces F égales et opposées. L'expérience montre que le vecteur polarisation P est parallèle à Ox. Il apparaît des quantités d'électricité Q égales

et de signes contraires sur les deux faces comprimées, avec une densité $\sigma' = P$ proportionnelle à la pression $p = F/S$. On a donc :

$$[4,33] \qquad Q = \sigma' S = d_{1.1} \frac{F}{S} S = d_{1.1} F;$$

$d_{1,1}$ est le module piézoélectrique du quartz, égal à $2{,}2\ 10^{-12}$ C/N, soit $6{,}6\ 10^{-8}$ franklins/dyne. Le remplacement d'une compression par une traction inverse le signe des charges.

2° *Effet transversal.* — On exerce sur les faces xOz normales à YY'[1] une force de traction F qui produit, comme la compression précédente, une diminution de la dimension x de la lame (tome I, par. 7-4). On observe sur les forces yOz l'apparition de charges de même signe que précédemment. Mais la quantité d'électricité libérée n'est plus indépendante de la surface. En effet, la traction ou pression sur la face xOz est $\frac{F}{xz}$ et la surface $S = yz$.

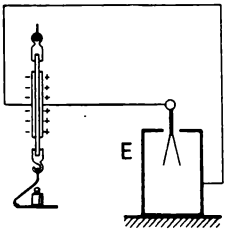


FIG. 4-19. — Exemple de mise en évidence de l'effet piézoélectrique.

D'autre part, on montre que la symétrie du cristal impose que le coefficient de proportionnalité entre P et la pression soit encore égal à $d_{1,1}$; d'où :

$$[4,34] \qquad Q = d_{1,1} \frac{F}{xz} yz = d_{1.1} F \frac{y}{x}.$$

Pour une même force F, on obtient une quantité d'électricité d'autant plus grande que le rapport y/x est plus grand.

C'est en pratique l'effet transversal qu'on emploie. On utilise des lames longues et minces ($x = 0{,}05$ cm, $y = 10$ cm, $z = 2$ cm par exemple) auxquelles on peut appliquer des forces atteignant 5 kg.

Une traction de 500 g exercée sur la lame précédente développe une quantité d'électricité :

$$Q = 2{,}2\ 10^{-12} \times 0{,}5 \times 9{,}81 \times \frac{10}{0{,}05} \simeq 2.10^{-9} \text{C}.$$

Pour mesurer Q en valeur relative, on remplace en général l'électroscope de la *figure 4-19* par la grille d'une triode (voir par. 16-11).

On utilise également divers cristaux dont les modules piézoélectriques sont plus grands que celui du quartz, comme le sel de SEIGNETTE (par. 4-9-c) et le phosphate monopotassique PO_4H_2K.

—o— La *figure 4-20* donne le schéma d'une expérience facile à réaliser : les feuilles de l'électroscope E dévient quand on comprime la lame de sel de SEIGNETTE S convenablement taillée, au moyen de la baguette isolante B (avec précaution, car le cristal est fragile).

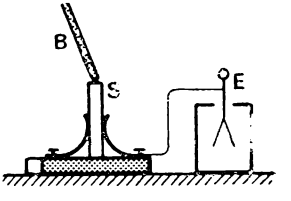


FIG. 4-20. — Expérience sur la piézoélectricité du sel de SEIGNETTE.

1. Une traction ou compression sur les faces normales à Z'Z ne produit pas de polarisation.

D'autre part, on peut exercer d'autres déformations que des tractions, par exemple des flexions (tome III, par. 10-6).

Remarque. — Tous les cristaux pyroélectriques et seignetto-électriques sont aussi piézoélectriques, mais la réciproque n'est pas vraie.

c) Parmi les applications de la piézoélectricité, nous citerons : la mesure des très petites charges et des très petits courants électriques (voir tome VII); celle des forces ou pressions rapidement variables, et par suite des accélérations (voir tome I, par. 20-9); l'émission et la réception de sons et d'ultrasons (voir tome III, par. 9-7 et 10-7); la régularisation et le contrôle des fréquences des ondes hertziennes (voir tome VII).

4-11. — Conductibilité et hystérésis des diélectriques.

Même en cas de polarisation purement induite, les propriétés des diélectriques sont souvent moins simples que ne l'indique l'étude précédente.

a) Les diélectriques peuvent n'être pas parfaitement isolants, mais laisser circuler les charges plus ou moins aisément, soit dans leur volume, soit à leur surface. Un condensateur dont l'intervalle entre les armatures est empli d'un diélectrique présentant de la *conductivité* se décharge lentement.
—o— On peut le montrer en mesurant à des intervalles de temps réguliers la différence de potentiel entre les armatures, à condition d'éviter soigneusement toute autre cause de décharge (à travers des supports mal isolés, par exemple).

On peut charger, à diverses reprises, à un même potentiel, un même condensateur, et mesurer, comme il sera indiqué au par. 5-1, la charge qu'il a conservée au bout de temps de plus en plus grands : cette charge décroît progressivement.

b) Les diélectriques solides présentent en outre des phénomènes d'*hystérésis* : la valeur de leur polarisation n'est pas déterminée seulement par la valeur actuelle du champ E, comme l'indiquerait la relation [4,19]; elle dépend des valeurs antérieures du champ.

Ces phénomènes empêchent d'attribuer une valeur bien définie à la permittivité ε. Ils expliquent également la présence des « charges résiduelles » d'un condensateur, qui interviennent dans l'expérience suivante.
—o— On charge à potentiel élevé, à l'aide d'un générateur électrostatique, un condensateur de grande capacité comportant un diélectrique entre ses armatures. On le décharge ensuite en réunissant ses armatures, ce qui produit une forte étincelle. Après quelques instants, on constate que la réunion des armatures produit de nouveau une étincelle appréciable, ce qu'on explique ainsi : au moment où, les armatures étant au même potentiel, le champ s'annule entre elles, la polarisation ne disparaît pas. Les charges liées qui en résultent à la surface sont donc compensées par des charges égales et de signes contraires retenues sur les armatures. Puis la polarisation disparaît lentement et les charges des armatures, libérées, peuvent fournir une nouvelle décharge.
—o— Voir aussi l'expérience de la bouteille de Leyde démontable (par. 5-4-a).

c) Une caractéristique d'un diélectrique, importante pour les applications, est la valeur limite de la différence de potentiel qu'il peut supporter sans « claquer » c'est-à-dire être traversé par une étincelle. Cette limite est, dans des cas usuels (et entre surfaces conductrices de faible courbure), proportionnelle à l'épaisseur. On appelle *rigidité* du diélectrique la différence de potentiel qu'il peut supporter, sous 1 cm d'épaisseur; le tableau 4-1 en donne quelques exemples. On notera que les liquides et les gaz ont sur les solides l'avantage de se réparer d'eux-mêmes après le passage de l'étincelle.

4-12. — Théorie atomique de la polarisation des diélectriques.

a) La structure moléculaire de la matière indique que les distributions d'électricité sont en définitive des distributions de charges électroniques et atomiques dans le vide. Il est donc naturel de conserver à la loi de COULOMB dans les diélectriques la forme qu'elle a dans le vide. La formation de dipoles se faisant à l'échelle moléculaire, on comprend que la séparation des charges ne puisse pas être rendue effective, même dans des volumes très petits, et que le flux électrique soit conservatif dans ces conditions.

Les notions de permittivité ε_r, de polarisation P, qui semblent compléter les lois de l'électrostatique du vide, ne font en réalité que les exprimer sous une forme globale, dans le cas où la matière intervient.

b) Ainsi qu'on l'a indiqué (Introduction et tome II, par. 9-6), les molécules peuvent être regardées comme l'assemblage d'un certain nombre de noyaux d'atomes, charges positives quasi-ponctuelles, et d'électrons, charges négatives quasi-ponctuelles. Appelons q_i la valeur de l'une de ces charges et soient $x_i y_i z_i$ ses coordonnées dans un système d'axes trirectangulaires *lié à la molécule.*

Dans un ensemble de molécules à l'état gazeux parfait, non ionisées, chaque molécule est électriquement neutre :

$$\Sigma q_i = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Sigma q_+ = -\Sigma q_- .$$

Supposons qu'il en soit ainsi et considérons maintenant l'ensemble des charges positives de la molécule. Le point G_1 de coordonnées :

$$[4,35] \qquad \xi_+ = \frac{\Sigma q_+ x_+}{\Sigma q_+} \qquad \eta_+ = \frac{\Sigma q_+ y_+}{\Sigma q_+} \qquad \zeta_+ = \frac{\Sigma q_+ z_+}{\Sigma q^+}$$

peut être appelé *centre de gravité* des charges positives, par analogie avec la définition du centre de gravité d'un ensemble de poids (tome I, par. 5-4).

Si le centre de gravité G_2 des charges négatives, défini de façon analogue, n'a pas les mêmes coordonnées, la molécule exerce, à une distance r, grande devant ses dimensions, les mêmes actions électrostatiques qu'un dipôle portant les charges Σq_+ et Σq_-, séparées par la distance G_1G_2 : on dit que la molécule est polaire, ou encore qu'elle possède un moment de *dipôle permanent* p_0. Elle est dite *non polaire* si G_1 et G_2 coïncident.

On voit aisément que, pour être polaire, une molécule ne doit pas avoir de centre de symétrie, ni posséder plus d'un axe de symétrie. Ainsi, les molécules diatomiques formées d'atomes identiques (H_2, O_2, N_2) ne peuvent être

polaires; il en est de même de la molécule triatomique linéaire CO_2 (tome II, *fig. 10-12*). Par contre, les molécules ClH, H_2O, NH_3, peuvent être polaires et le sont en effet.

c) *Polarisation par déformation. Polarisabilité moléculaire.* — Lorsqu'on place le gaz dans un champ électrique, chacun des noyaux d'une molécule est soumis à une force dans le sens du champ, chaque électron à une force en sens inverse du champ. Sauf dans des champs très intenses (par. 17-14), le gaz n'est pas ionisé et il perd sa polarisation dès que le champ cesse de lui être appliqué; on doit admettre que les forces exercées par le champ électrique sur une molécule sont équilibrées par des forces intramoléculaires, dont nous n'approfondirons pas la nature pour l'instant, mais qui jouent un rôle analogue à celui des réactions élastiques dans la déformation des solides (tome I, chap. 7).

A l'équilibre, le centre de gravité des charges positives, de somme q, et celui des charges négatives sont écartés, suivant la direction du champ, d'une longueur l et la molécule déformée a acquis un moment de dipôle induit :

$$p = ql.$$

Admettons que l'écart l soit proportionnel au champ E_i qui agit sur la molécule. On pose :

[4,36] $$\vec{p} = \alpha \vec{E_i};$$

α est appelé *polarisabilité* de la molécule. Elle s'exprime dans le système pratique en coulombs-mètre par volt par mètre, c'est-à-dire en $F \times m^2$. La polarisation correspondante du diélectrique gazeux (moment dipolaire par unité de volume) est :

[4,37] $$P = np = n\alpha E_i$$

n désignant le nombre de molécules dans l'unité de volume.

Le champ qui intervient dans la formule [4,37] n'est pas le champ agissant E considéré jusqu'ici pour un milieu continu : il faut en effet abandonner l'hypothèse de la continuité lorsqu'on étudie un phénomène moléculaire. On peut raisonner approximativement de la façon suivante : traçons autour de la molécule considérée une cavité de volume tel que la molécule y soit seule; dans un milieu isotrope comme l'est un gaz, c'est en moyenne une sphère. Le champ y est égal à :

[4,32] $$E_i = E + \frac{P}{3\varepsilon_0}.$$

C'est lui qui agit sur la molécule. On déduit donc de [4,37] :

$$P = n\alpha\left(E + \frac{P}{3\varepsilon_0}\right),$$

d'où :

[4,38] $$P = \frac{n\alpha E}{1 - \dfrac{n\alpha}{3\varepsilon_0}}.$$

Mais, d'après [4,19] et [4,20],

$$\frac{P}{E} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) = \varepsilon - \varepsilon_0.$$

En éliminant P entre cette équation et [4,38], on trouve entre la permittivité ε, grandeur macroscopique et la polarisabilité α, grandeur moléculaire, la relation suivante, dite de CLAUSIUS-MOSSOTTI :

[4,39] $$\frac{n\alpha}{3\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0}.$$

d) *Polarisation par orientation.* — La polarisation par déformation s'exerce sur toutes les molécules, polaires ou non. Mais les premières contribuent en outre à la polarisation diélectrique en s'orientant dans le champ. En l'absence de champ, les dipôles permanents p_0 que portent les molécules d'un gaz parfait sont orientés au hasard puisqu'il n'y a pas d'actions entre les molécules (tome II, par. 10-2). Dans le champ E, chacun d'eux est soumis à un couple donné par la formule [2,56], qui tend à le rendre parallèle à $\vec{E}$; mais cette tendance à l'ordre est contrariée par l'agitation thermique.

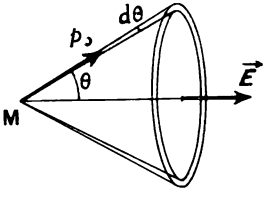


FIG. 4-21. — Répartition des moments permanents dans un champ électrique.

Nous avons déjà étudié un antagonisme de ce genre, dans le cas de la distribution en altitude des molécules pesantes (tome II, par. 12-5). On a vu qu'il se traduit par une répartition statistique des molécules suivant la loi de BOLTZMANN, qui exprime que la probabilité pour qu'une molécule d'un ensemble isotherme ait une énergie potentielle W est proportionnelle à $\exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$, k étant la constante de BOLTZMANN (tome II, par. 10-4) et T la température absolue. Dans le cas présent, l'énergie potentielle d'une molécule dont le moment p_0 fait avec le champ E un angle θ est donnée par la formule [2,59] $W = -p_0 E\cos\theta$. En l'absence de champ, le nombre de moments p_0 contenus dans l'angle solide $d\Omega = 2\pi\sin\theta d\theta$ (*fig. 4-21*) est simplement proportionnel à cet angle, puisque toutes les orientations sont également probables; on peut donc l'écrire : $A\,d\Omega$, A étant une constante dépendant du nombre des molécules. En présence du champ E, ce nombre devient :

$$A\exp\left(-\frac{W}{kT}\right)d\Omega.$$

La contribution à la polarisation apportée par ces molécules est donnée par la composante $p_0\cos\theta$ de leur moment suivant la direction du champ $\vec{E}$. La valeur moyenne du moment $\bar{p}$ correspondant s'en déduit par la formule [9,2] du tome II.

Le calcul montre que, tant que la polarisation par orientation est faible (cas en pratique très fréquent), on a :

$$[4{,}39\ bis] \qquad p = \frac{p_0^2 E}{3kT},$$

k étant la constante de BOLTZMANN (tome II, par. 10-4) et T la température absolue.

Si l'on ne fait plus la restriction précédente, on trouve que $\bar{p}/p_0$ est représenté en fonction de $x = \frac{p_0 E}{kT}$ par la courbe de la *figure* 4-22. $\bar{p}/p_0 = f(x)$ est la fonction de LANGEVIN-DEBYE.

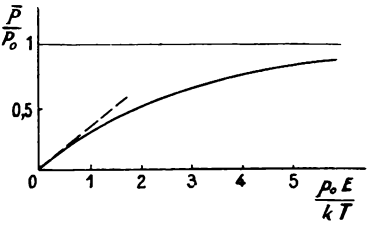


FIG. 4-22. — Courbe représentative de la fonction de LANGEVIN-DEBYE.

Comme les molécules polaires subissent en outre une polarisation par déformation, le moment moléculaire total est, en moyenne :

$$\bar{p} = \left(\alpha + \frac{p_0^2}{3kT}\right) E.$$

On peut séparer les deux facteurs de la parenthèse et distinguer ainsi les molécules polaires et non polaires, en faisant des mesures de permittivité à différentes températures. La formule [4,39] est remplacée par la suivante

$$[4{,}40] \qquad \frac{n}{3\varepsilon_0}\left(\alpha + \frac{p_0^2}{3kT}\right) = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0}.$$

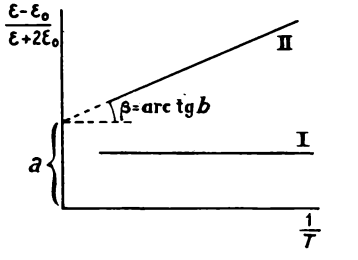


FIG. 4-23. — Distinction entre molécules polaires (courbe I) et molécules non polaires (courbe II).

Si l'on calcule le second membre à diverses températures et que l'on porte les valeurs obtenues en fonction de $\frac{1}{T}$ (*fig. 4-23*), on trouve que les gaz se divisent en deux classes. Pour la première, la courbe est une parallèle à l'axe des abscisses : $\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0}$ est indépendant de T, leurs molécules ne sont pas polaires. Pour la seconde, la courbe est une droite ascendante :

$$[4{,}40\ bis] \qquad \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} = a + \frac{b}{T}.$$

On peut ainsi déterminer α et p_0.

Les valeurs de α sont des valeurs moyennes, car les molécules sont anisotropes. D'autre part, dans des champs électriques alternatifs, les valeurs de α peuvent varier beaucoup avec la fréquence. On trouvera tome V des compléments sur l'étude de ces phénomènes.

Le tableau suivant donne les valeurs de ε_r, de p_0 et de α pour quelques molécules simples à l'état gazeux.

TABLEAU 4-2.

Permittivité relative ε_r, polarisabilité électrique α et moment dipolaire p_0 de divers gaz.

Substance	Ar	O_2	ClH	H_2O	CO_2	NH_3	CH_4	$CHCl_3$	C_6H_6
ε_r.	1,00051	1,00055			1,00098		1,00094		1,002
α (10^{40}F.m^2).	1,9	1,8	2,9	1,65	2,9	2,5	2,9	7,4	11,5
p_0 (10^{30}C.m).	0	0	3,4	6,0	0	4,9	0	3,5	0

e) Dans les diélectriques liquides, les interactions des molécules peuvent, spécialement dans le cas des molécules polaires, faire varier les valeurs de α et de p_0, car les actions mutuelles de dipôles jouent un rôle important dans la cohésion et dans la formation d'un ordre statistique à petite distance (tome II, par. 9-6 et par. 14-1).

f) Parmi les diélectriques cristallisés, nous avons vu au par. 4-9, que certains peuvent avoir une polarisation permanente, pourvu que leur symétrie le permette. La maille cristalline n'admet dans ce cas qu'un axe de symétrie, et elle possède un moment de dipôle p_0.

La plupart des cristaux sont toutefois dépourvus de moment permanent. Les nombres suivants donnent les valeurs de la permittivité relative de quelques cristaux cubiques :

Cristal	NaCl	LiF	MgO	$(NO_3)_2Pb$	Diamant
ε_r	5,6	9,3	10	15	16,5

Les cristaux n'appartenant pas au système cubique ont une permittivité anisotrope, comme le montrent les exemples suivants, relatifs à des cristaux uniaxes (tome IV, par. 11-1).

Cristal	Quartz SiO_2	Calcite CO_3Ca	Rutile TiO_2
parallèle à l'axe	$\varepsilon_r = 4{,}6$	8,00	170
normal à l'axe	$\varepsilon_r = 4{,}5$	8,50	89

g) La grande valeur de la permittivité des cristaux seignetto-électriques est due à ce que leur maille cristalline renferme des dipôles permanents, et que les dipôles des diverses mailles n'ont pas une orientation désordonnée, même lorsque le cristal n'est pas polarisé, contrairement à ce qui a lieu dans un gaz ou dans un liquide polaires. Dans des « domaines » dont les dimensions sont de l'ordre des mm^3, les dipôles de toutes les mailles sont orientés parallèlement. Il existe donc une polarisation spontanée de ces domaines; mais, les divers domaines ayant des moments dipolaires d'orientations diverses, un cristal ne possède généralement pas une polarisation permanente (on a pu cependant obtenir des cristaux constitués par un seul domaine). Un

champ extérieur oriente les domaines, entraînant d'un coup l'alignement de tous les dipôles qu'il contient : on comprend que la polarisation puisse atteindre des valeurs beaucoup plus grandes que dans un fluide.

On rapprochera utilement ce cas de celui du ferromagnétisme (par. 15-10).

4-13. — Théorie atomique de la piézoélectricité.

Nous prendrons comme exemple le cas du quartz SiO_2, dont les cristaux sont covalents (tome II, par. 13-10). L'étude de la diffraction des rayons X (tome IV, chap. 16) montre une disposition des atomes Si et O en spirale autour de l'axe ternaire. On ne change pas la position des centres de gravité

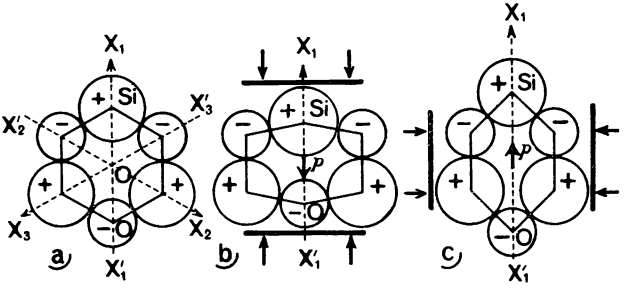


FIG. 4-24. — Schéma d'une maille de quartz : *a*) neutre; *b*) comprimée suivant X'_1X_1; *c*) comprimée normalement à X'_1X_1 et à l'axe ternaire.

des charges + et —, qui coïncident dans le cristal non déformé, en remplaçant les deux atomes d'oxygène chargés négativement de chaque groupe SiO_2 par un seul atome de charge double placé au centre de gravité du couple. On obtient ainsi le schéma de la maille du quartz que représente la *figure 4-24-a*. Les centres des charges + et — coïncident au point O dans le cristal non déformé. Une pression s'exerçant suivant l'axe binaire X'_1X_1 (*fig. 4-24-b*) déplace vers le bas le centre des charges +, vers le haut celui des charges — et crée un moment dipolaire p dans la maille. Une pression normale à X'_1X_1 et à l'axe ternaire (*fig. 4-24-c*) produit un moment dipolaire dirigé en sens inverse.

CHAPITRE 5

CONDENSATEURS ÉNERGIE ÉLECTROSTATIQUE

5-1. — Rappel du principe des condensateurs. Charge et décharge.

a) Ainsi qu'on l'a indiqué aux paragraphes 3-15 et 4-1, on appelle condensateur un ensemble de deux conducteurs métalliques voisins C_1 et C_2 (armatures), de position relative bien déterminée, séparés par le vide (en pratique l'air), ou le plus souvent par un diélectrique D.

Lorsque C_2 entoure complètement C_1 (cas de l'influence totale), la charge Q de ce dernier est proportionnelle à la différence des potentiels V_1 et V_2 de C_1 et C_2.

Le quotient :

[5,1] $$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

est appelé *capacité* du condensateur. On l'évalue en farads, ou plutôt en microfarads (10^{-6} F), nanofarads (10^{-9} F), et même picofarads (10^{-12} F).

L'introduction d'un diélectrique à polarisation purement induite dans tout l'espace entre C_1 et C_2, supposé d'abord vide (ou rempli d'air), multiplie la capacité par la permittivité relative ε_r du diélectrique.

Lorsque, sans que C_2 entoure complètement C_1, les deux armatures sont très voisines sur la majeure partie de leurs surfaces, la plus grande part des charges qu'elles portent s'y trouve « condensée », et l'on peut encore définir la capacité du condensateur par la relation [5,1].

b) On peut « charger » le condensateur en réunissant métalliquement chacune des armatures à l'un des pôles d'un générateur, qui établit entre elles une différence de potentiel $V = V_1 - V_2$ convenable, puis en isolant l'armature interne (l'autre étant souvent mise ou maintenue au sol).

On décharge le condensateur en reliant ses armatures par un ou par une série de conducteurs. La variation en fonction du temps des courants de charge et de décharge sera étudiée ultérieurement dans les cas les plus simples (par. 6-16).

Dans certaines des expériences décrites ci-après, on utilise un *galvano-*

mètre balistique, comportant un circuit mobile à travers lequel on fait passer la charge Q apportée à une armature du condensateur ou cédée par elle. Nous verrons (par. 12-11) que si le passage de cette charge est assez rapide, il en résulte un écart maximum α du circuit mobile (à partir de sa position d'équilibre) proportionnel à Q, ce qui permet d'évaluer cette charge moyennant un étalonnage préalable.

—o— On vérifie aisément que, lorsqu'on charge un même condensateur à des potentiels connus en valeurs relatives V_1, V_2, ..., on observe au balistique des déviations $\alpha_1\alpha_2$, ... proportionnelles à V_1, V_2, ...

5-2. — Calcul de la capacité d'un condensateur dans quelques cas simples.

a) *Condensateur sphérique.* — Ses deux armatures sont deux sphères concentriques, l'une C_1, de rayon R_1, l'autre C_2, nécessairement creuse, de rayon interne R_2 (*fig. 5-1*). Supposons, par exemple, l'armature externe au sol. Soit V le potentiel de l'armature interne, Q la charge qu'elle porte, et par suite $-Q$ celle que porte la face interne de C_2 (par. 3-11-a).

Si les sphères sont séparées par le vide (ou l'air), on a, en calculant le potentiel au centre des sphères :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2}\right),$$

d'où la capacité :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

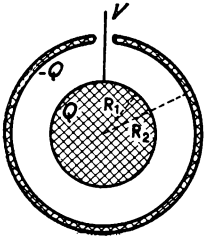


FIG. 5-1. — Condensateur sphérique.

Si les armatures sont séparées par un diélectrique de permittivité $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$, la capacité C est ε_r fois plus grande, soit :

[5,2] $$C = 4\pi\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Si, R_1 restant fini, R_2 augmentait indéfiniment, on retrouverait la formule [3,9] relative à un conducteur seul dans l'espace.

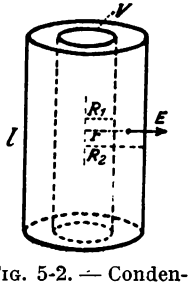


FIG. 5-2. — Condensateur cylindrique.

b) *Condensateur cylindrique.* — Il est formé par deux armatures cylindriques, de même axe et de rayons R_1 et R_2 (*fig. 5-2*). Ce n'est pas, en toute rigueur, un condensateur à influence totale ; mais si le cylindre est très long, les lignes de force entre les deux armatures sont, par symétrie, radiales sur une longueur l quelconque éloignée des extrémités. Le champ E entre les armatures, dans le vide, à la distance r de l'axe, se calcule en appliquant le théorème de GAUSS, comme dans le cas du par. 2-15-a. On trouve (cf. [2,47]) :

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

q étant la charge de l'armature interne par unité de longueur. On en déduit :

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}.$$

Dans le vide, la capacité par unité de longueur est :

$$\frac{C}{l} = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}.$$

Dans le cas d'un diélectrique de permittivité ε, elle devient :

[5,3] $$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(R_2/R_1)}.$$

Cette formule est applicable, en particulier, à un câble conducteur qui forme avec la terre ou l'eau de la mer, dont il est séparé par une couche isolante, un véritable condensateur.

c) *Condensateur plan.* — Revenons à la formule [5,2] et faisons tendre R_1 et R_2 vers l'infini en laissant constante la différence $R_2 - R_1 = e$. A la limite, les sphères deviennent des plans. La capacité, qui peut s'écrire, si l'espace entre les armatures est vide :

$$C = 4\pi\varepsilon_0\frac{R^2}{e}$$

(en posant $R_1 \simeq R_2 \simeq R$), devient infinie en même temps que R. Mais la capacité par unité de surface reste finie :

$$\frac{C}{S} = \frac{C}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon_0}{e}.$$

On retrouve la formule [3,20]. Pour un diélectrique autre que le vide, on a :

[5,4] $$\frac{C}{S} = \frac{\varepsilon}{e}.$$

N. B. — En langage non rationalisé, les formules [5,2] à [5,4] s'écrivent respectivement :

[5,2*] $$C = \hat{\varepsilon}\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}$$

[5,3*] $$C = \hat{\varepsilon}\frac{l}{2\ln(R_2/R_1)}$$

[5,4*] $$C = \hat{\varepsilon}\frac{S}{4\pi e}.$$

La formule [5,4] s'applique à un condensateur plan à anneau de garde (par. 3-15), de surface utile S et d'épaisseur e, et approximativement à un condensateur formé de deux plans parallèles, si les dimensions linéaires des armatures sont grandes vis-à-vis de leur distance e.

Remarque. — Si entre les armatures chargées et isolées C_1 et C_2 d'un condensateur plan, distantes de e, on introduit une lame diélectrique $C_1'C_2'$ de permittivité relative ε_r et d'épaisseur $e' < e$ (*fig. 5-3*), parallèle à ces armatures, et s'étendant sur toute la surface S, le déplacement D entre les armatures n'est pas modifié, puisque son flux à travers une section quelconque est constant (par. 4-4).

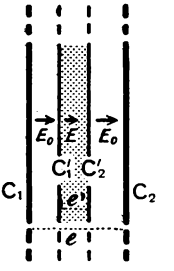


FIG. 5-3. — Lame diélectrique occupant partiellement l'intervalle entre les armatures d'un condensateur plan.

Le champ entre C_1' et C_1, C_2 et C_2' reste $E_0 = \frac{D}{\varepsilon_0}$; le champ entre C_1' et C_2' devient $\frac{D}{\varepsilon} = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$.

La chute de potentiel entre les armatures, qui était $V_0 = eE_0$, devient :

$$V = (e - e')E_0 + e'\frac{E_0}{\varepsilon_r} = V_0\left[1 - \frac{e'}{e}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right].$$

La capacité est donc multipliée par $\dfrac{1}{1 - \dfrac{e'}{e}\left(1 - \dfrac{1}{\varepsilon_r}\right)} > 1$.

d) *Condensateur dont les armatures, de forme quelconque, sont séparées par une distance constante et très faible.* — Si la distance e des armatures est constante et très petite devant leur rayon de courbure (*fig. 5-4*), la formule [5,4] s'applique aux divers éléments de la surface utile S, et par suite (approximativement) à tout le condensateur.

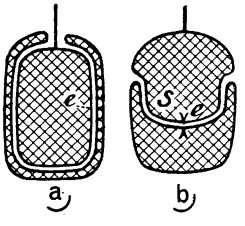


FIG. 5-4. — Condensateur d'épaisseur uniforme et très petite : *a*) fermé; *b*) ouvert.

On le vérifie aisément dans le cas du condensateur sphérique de rayon fini, avec les mêmes approximations qui ont servi à établir la formule [5,4].

Dans le cas du condensateur cylindrique, on écrit :

$$\ln\frac{R_2}{R_1} = \ln\left(1 - \frac{R_2 - R_1}{R_1}\right) = \ln\left(1 + \frac{e}{R_1}\right),$$

et on développe en série :

$$\ln\left(1 + \frac{e}{R_1}\right) = \frac{e}{R_1} - \frac{e^2}{2R_1^2} + \ldots$$

en ne conservant que le premier terme.

5-3. — Associations de condensateurs.

On les appelle parfois *batteries*.

a) *Association en parallèle (ou en surface).* — Toutes les armatures externes E sont réunies entre elles; il en est de même de toutes les armatures

internes I (*fig. 5-5*). La différence de potentiel $V = V_I - V_E$ est la même pour tous les condensateurs. Leurs charges sont :

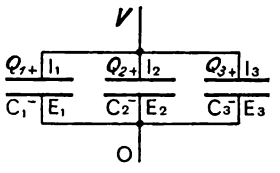


FIG. 5-5. — Condensateurs associés en parallèle.

$$Q_1 = C_1 V, \qquad Q_2 = C_2 V, \ \ldots.$$

L'ensemble des armatures internes forme un seul conducteur, dont la charge est :

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots = (C_1 + C_2 + \ldots)V.$$

Il équivaut à un condensateur unique qui aurait la capacité :

[5,5] $$C = C_1 + C_2 + \ldots.$$

La valeur maximum que peut atteindre V est la plus grande de celles que peut supporter l'un quelconque des condensateurs (par. 4-1).

—o— En chargeant divers condensateurs à un même potentiel (ou en les déchargeant), d'abord séparément, puis après les avoir montés en parallèle, on constate que la déviation du balistique, dans le dernier cas, est la somme des déviations observées dans les cas précédents.

b) *Association en série (ou en cascade).* — L'armature interne I d'un condensateur est reliée à l'armature externe E du suivant (*fig. 5-6*). L'armature I_n du dernier condensateur, portée au potentiel V, prend une certaine charge Q. Par influence, il se développe sur l'armature E_n une charge $-Q$, sur l'armature I_{n-1} une charge $+Q$, etc...

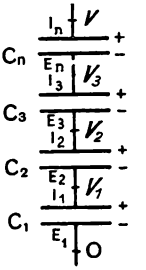


FIG. 5-6. — Condensateurs associés en série.

La charge est la même pour tous les condensateurs. D'autre part, on va du potentiel O au potentiel V à travers les divers condensateurs :

$$V = V_1 + (V_2 - V_1) + \ldots + (V - V_{n-1}),$$

avec $$V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad V_2 - V_1 = \frac{Q}{C_2}, \ \ldots$$

d'où :

$$V = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\right).$$

La batterie équivaut à un condensateur unique ayant la charge Q sous la différence de potentiel V; sa capacité C est donnée par :

[5,6] $$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots.$$

La capacité de l'ensemble est plus petite que la plus petite des capacités associées, mais chaque condensateur ne supporte qu'une fraction de la différence de potentiel V utilisée, et la valeur maximum qu'on peut donner à V est beaucoup plus grande que dans l'association en parallèle.

—o— On reprend les condensateurs de la précédente expérience, et on les

dispose en série : la déviation α observée au balistique lorsqu'on charge l'ensemble est bien liée à celles α_1, α_2, ... observées lorsqu'on charge séparément les condensateurs au même potentiel, par la relation :

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \ldots.$$

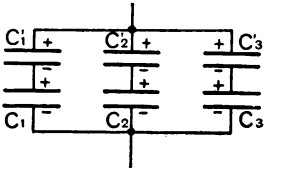


FIG. 5-7. — Association mixte ($m = 3$ groupes en parallèle, formés chacun de $n = 2$ condensateurs en série).

c) On peut également employer des associations mixtes série-parallèle (*fig. 5-7*), dont la capacité se déduit des formules [5,5] et [5,6]. On trouve, par exemple, qu'un ensemble de m groupes en parallèle, formés chacun de n condensateurs en série, tous identiques et de capacité C_1, équivaut à un condensateur unique de capacité $C = \frac{m}{n} C_1$.

5-4. — Réalisation des condensateurs.

Les condensateurs ont de très nombreuses applications, notamment dans les circuits parcourus par des courants alternatifs, en radiotélégraphie, dans divers dispositifs de mesure, etc.... Leur réalisation dépend à la fois de la capacité nécessaire et de la différence de potentiel qu'on veut pouvoir appliquer entre les armatures, le prix de revient et l'encombrement étant aussi à considérer.

En augmentant la surface S des armatures, on augmente à la fois la capacité, la dépense et l'encombrement; en diminuant leur distance e, on augmente la capacité, mais on diminue la tension maximum applicable, qui varie à peu près proportionnellement à e. Il est avantageux, sauf si le prix est prohibitif, d'employer un diélectrique de grande permittivité, et de grande rigidité (par. 4-11).

a) Pour des différences de potentiel élevées, on emploie des condensateurs dont le type est la *bouteille de Leyde*. C'est une bouteille ou un bocal (jarre) en verre, constituant le diélectrique, sur laquelle on a collé une feuille métallique (étain) formant l'armature externe. L'armature interne est constituée dans la bouteille (*fig. 5-8*) par des feuilles de clinquant qui la remplissent; dans la jarre, dont le goulot est large, par une deuxième feuille d'étain collée au verre (*fig. 5-9*).

FIG. 5-8. Bouteille de LEYDE.

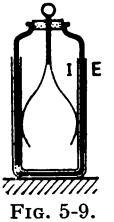


FIG. 5-9. Jarre de LEYDE.

Un tel condensateur peut supporter plusieurs dizaines de milliers de volts, mais sa capacité est faible. Supposons que la jarre ait 9 cm de rayon et 40 cm de hauteur, et que le verre, de permittivité relative $\varepsilon_r = 5$, ait 5 mm d'épaisseur; on en déduit, puisque $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9.10^9}$ F/m,

$$C = \frac{5}{4\pi \times 9.10^9} \frac{(2\pi \times 0{,}09 \times 0{,}4) + \pi \times (0{,}09)^2}{0{,}005} \simeq 0{,}3\ 10^{-9}\ \text{F}.$$

Remarque. — Les phénomènes d'hystérésis diélectrique (par. 4-11) peuvent intervenir dans l'usage des condensateurs.

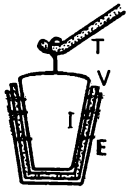


FIG. 5-9 *bis*. — Bouteille de Leyde démontable.

—o— Une expérience classique se fait à l'aide d'une *bouteille de Leyde démontable*, dont les armatures interne I et externe E (*fig. 5-9 bis*) sont des troncs de cônes métalliques, séparés par un vase de verre V. Après avoir chargé ce condensateur, séparons-en les armatures (en soulevant I à l'aide d'une tige T isolante), mettons-les séparément au sol, puis reconstituons l'ensemble (en utilisant à nouveau la tige T). On observe encore une étincelle de décharge en reliant ensuite les armatures par l'intermédiaire d'un éclateur.

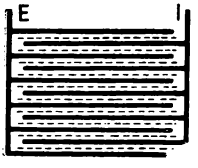


FIG. 5-10. — Condensateur à lames de mica.

b) Pour des différences de potentiel faibles, on réalise des condensateurs beaucoup moins encombrants en empilant des lames très minces de mica ($\varepsilon_r \simeq 6$) argentées; on réunit entre elles les couches d'argent de rang pair, entre elles les couches de rang impair (*fig. 5-10*). La différence de potentiel que peut supporter le condensateur ne dépasse pas quelques centaines de volts, mais on peut réaliser des capacités de plusieurs microfarads, sous un petit volume.

Ainsi, considérons un condensateur téléphonique de $1\,\mu F$ dont l'isolant de mica a 0,1 mm d'épaisseur. On a :

$$C = \frac{6}{4\pi \times 9\,10^9}\frac{S}{10^{-4}} = 10^{-6}\ \text{F}, \qquad \text{d'où} \qquad S = 6\pi 10^{-1} \simeq 1{,}9\ \text{m}^2.$$

Le volume $Se = 1{,}9 + 10^{-4}\ \text{m}^3 = 190\ \text{cm}^3$
est celui d'un cube ayant un peu moins de 6 cm de côté.

On fabrique actuellement des céramiques à base d'oxyde de titane ou de titanate de baryum dont la constante ε_r peut dépasser 1 000, ce qui permet de construire des condensateurs de grande capacité.

c) On trouve dans le commerce des condensateurs peu volumineux et bon marché, construits avec du papier paraffiné et des feuilles d'étain : on superpose, en les intercalant, deux longues bandes de papier et deux longues bandes d'étain, et on enroule le tout en comprimant fortement.

d) *Condensateurs électrolytiques.* — Si l'on plonge dans une solution S de chlorure d'ammonium des lames d'aluminium Al et une lame de plomb Pb (*fig. 5-11*), les premières étant portées à un potentiel plus élevé que les secondes, il ne s'établit pas de courant à travers le liquide électrolyte (chap. 18), parce qu'il se forme sur l'aluminium une couche extrêmement mince d'alumine Al_2O_3 isolante. On réalise ainsi un condensateur, dont cette couche est le diélectrique et dont les armatures sont l'aluminium et la solution.

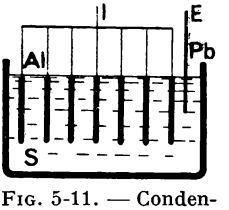


FIG. 5-11. — Condensateur électrolytique (principe).

Les capacités obtenues sont relativement grandes, parce que le diélectrique est très mince : on atteint 0,1 et même 1 μF par cm². Il est possible de réaliser des capacités totales de plusieurs milliers de microfarads. Mais si la différence de potentiel dépasse quelques volts, il passe un courant de fuite appréciable; de plus, le condensateur ne peut supporter sans « claquer » une différence de potentiel supérieure à une quarantaine de volts.

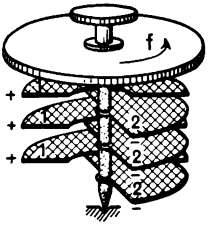


FIG. 5-12. — Condensateur variable : C croît quand on tourne les lames 2 dans le sens de la flèche f. La distance entre les lames est exagérée pour la clarté du dessin.

e) Certains condensateurs à capacité (d'ailleurs faible) réglable de façon continue ont chaque armature formée (*fig. 5-12*) d'une série de lames métalliques planes, en forme de demi-cercles; les lames d'une des séries (marquées 1 sur la figure) sont fixes, tandis que celles de l'autre série (marquées 2), isolées des précédentes et intercalées entre elles, peuvent tourner dans leur plan autour d'un axe perpendiculaire à l'ensemble des lames. On modifie ainsi à volonté la surface utile et, par conséquent, la capacité du condensateur.

5-5. — Énergie d'un condensateur chargé.

a) Lorsqu'on décharge un condensateur, en reliant ses deux armatures par un conducteur, une étincelle se produit un peu avant que le contact soit établi; en outre, le conducteur de jonction s'échauffe d'une façon qu'il est parfois possible de mettre en évidence. Ces dégagements de chaleur correspondent à la libération d'une certaine énergie W qui avait été emmagasinée lors de la charge du condensateur. Si la communication a lieu par un conducteur gros et court, presque toute l'énergie apparaît dans l'étincelle et inversement.

—o— Un fil métallique de 0,05 mm de diamètre et de quelques cm de longueur est fondu ou volatilisé par la décharge d'une batterie portée à un potentiel élevé. Le fil est tendu horizontalement et, si l'on veut rendre l'expérience visible de loin, on place sur lui un petit cavalier de papier, qui tombe quand le fil fond.

—o— Si le fil métallique plonge dans l'eau contenue dans un vase de verre, la volatilisation du fil produit une onde de surpression que l'eau, peu compressible, transmet au verre; celui-ci se brise avec bruit (expérience de la torpille électrique, cf. tome III, par. 6-5-c).

b) Pour évaluer W, prenons comme zéro des potentiels celui de l'armature externe C_2; soit, à un instant donné, q la charge de l'armature interne C_1, $v = q/c$ son potentiel. Pour faire passer de C_2 sur C_1 une charge supplémentaire dq, il faut effectuer contre les forces électrostatiques un travail élémentaire :

$$dW = v\,dq = \frac{q}{C}\,dq.$$

A une charge Q correspond donc pour le condensateur une énergie :

$$W = \int_0^Q \frac{q\,dq}{C}.$$

On peut lui donner l'une des trois expressions équivalentes :

[5,7] $$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}VQ,$$

V étant la d. d. p. correspondant à la charge Q.

N. B. — Ces formules sont valables aussi bien lorsque les armatures sont séparées par un diélectrique que lorsqu'il y a le vide entre elles.

—o— Un même condensateur est chargé successivement à divers potentiels V, mesurés à l'aide d'un voltmètre électrostatique. On le décharge chaque fois à travers un fil fin, dans lequel presque toute son énergie se transforme en chaleur. Ce fil f est à l'intérieur d'un réservoir contenant de l'air, qui s'échauffe temporairement lors de chaque décharge. Un index liquide i permet d'apprécier les dilatations de l'air à pression constante : on constate que les déplacements x de i sont sensiblement proportionnels à V^2.

—o— On peut faire une expérience analogue avec divers condensateurs, de capacités C connues, portés à un même potentiel, et vérifier la proportionnalité de x à C.

c) Pour emmagasiner une énergie relativement grande, il faut employer un condensateur de grande capacité et le charger sous une grande différence de potentiel. Ces deux conditions sont difficiles à concilier, car si l'on cherche à rapprocher les électrodes pour augmenter la capacité, on diminue la différence de potentiel maximum que le condensateur peut supporter. En fait, l'énergie accumulée dans un condensateur reste toujours faible.

Ainsi, soit une batterie de jarres de capacité totale de 0,02 μF et que l'on charge sous une différence de potentiel $V = 20\,000$ volts, sa charge est :

$$Q = 0{,}02\ 10^{-6} \times 20\,000 = 4\ 10^{-4} \text{ coulomb};$$

et son énergie :

$$W = \frac{1}{2}\frac{4}{10\,000} \times 20\,000 = 4 \text{ joules}.$$

Pour un condensateur électrolytique de 5 000 μF, pouvant supporter 20 volts,

$$Q = 5\,000\ 10^{-6} \times 20 = 0{,}1 \text{ coulomb}$$

et :

$$W = \frac{1}{2} \times 20 \times 0{,}1 = 1 \text{ joule}.$$

d) Soit un ensemble de m batteries montées en parallèle, et comportant chacune n condensateurs, tous identiques et de capacité C_1, qui peuvent chacun supporter une différence de potentiel V_1. On pourra appliquer à cet

ensemble une tension nV_1; sa capacité étant (par. 5-3-c) $\frac{m}{n}C_1$, sa charge totale sera :

$$Q = \frac{m}{n}C_1 \times nV_1 = mC_1V_1,$$

et son énergie :

$$W = \frac{1}{2}nV_1 \times mC_1V_1 = \frac{1}{2}mnC_1V_1^2.$$

Si le produit $mn = p$ est constant, W ne dépend pas du mode d'association : on pourra, en particulier, mettre tous les condensateurs en parallèle ($n = 1$) et les charger au potentiel V_1, ou encore les mettre tous en série ($m = 1$) et charger l'ensemble au potentiel pV_1.

5-6. — Énergie d'un système de conducteurs électrisés.

a) On peut généraliser le raisonnement du paragraphe 5-5-bis : soient un certain nombre de conducteurs A_1, A_2, A_3, ... à l'intérieur d'une enceinte E, dont le potentiel est pris égal à zéro; soient Q_1, Q_2, Q_3, ... leurs charges, V_1, V_2, V_3, ... leurs potentiels.

On sait (tome II, par. 5-5) que la variation d'énergie d'un système ne dépend que de son état initial et de son état final. L'énergie potentielle W acquise par l'ensemble précédent, en passant d'un état électriquement neutre ($Q_1 = Q_2 = \ldots 0$, $V_1 = V_2 = \ldots = 0$) à l'état actuel, peut donc être calculée en faisant une hypothèse arbitraire sur la façon dont cette modification s'est produite.

Nous supposerons qu'on fasse varier simultanément les charges q_1, q_2, ... des divers conducteurs de façon qu'elles soient à chaque instant proportionnelles aux charges finales Q_1, Q_2, ... On pourra poser :

$$q_1 = xQ_1, \qquad q_2 = xQ_2, \ \ldots$$

et, pendant la charge, x variera de 0 à 1.

Quand on multiplie toutes les charges par un même nombre, les différences de potentiel sont multipliées aussi par ce nombre; donc, à chaque instant, les potentiels des conducteurs seront :

$$v_1 = xV_1, \qquad v_2 = xV_2, \ \ldots,$$

V_1, V_2, ... étant les potentiels finaux.

Pour réaliser la condition précédente, il suffira d'apporter simultanément sur les conducteurs les charges infiniment petites :

$$\mathrm{d}q_1 = Q_1\mathrm{d}x, \qquad \mathrm{d}q_2 = Q_2\mathrm{d}x, \ \ldots$$

Pendant cette opération, le travail qu'on aura fourni sera :

$$\mathrm{d}W = \mathrm{d}q_1.v_1 + \mathrm{d}q_2.v_2 + \ldots$$
$$= x.\mathrm{d}x \sum VQ.$$

Pour effectuer la charge totale, il faudra fournir le travail :

$$W = \left(\sum VQ\right) \int_0^1 x\,dx$$

ou :

[5,8] $$W = \frac{1}{2} \sum V.Q.$$

La somme $\sum$ contient autant de termes qu'il y a de conducteurs, mais si un conducteur est au potentiel de l'enceinte (ou bien n'est pas chargé), le terme correspondant est nul.

N. B. — La formule [5,8] reste valable même lorsqu'il existe entre les conducteurs un ou plusieurs diélectriques, mais la présence de ceux-ci peut avoir pour effet de modifier les charges et les potentiels : ce sont leurs valeurs actuelles qui interviennent dans l'expression de l'énergie.

b) En particulier, un conducteur isolé dans l'espace, portant une charge Q, et dont le potentiel est V (celui de l'infini étant pris comme origine) a une énergie potentielle :

$$W = \frac{1}{2} V.Q$$

qui s'écrit encore, en tenant compte de [3,8]

$$W = \frac{1}{2} Q^2/C = \frac{1}{2} CV^2.$$

Pour une sphère de rayon R, isolée dans l'espace, on sait que :

[3,9] $$C = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

Soit, par exemple, $R = 0{,}9$ m et $V = 10^5$V, d'où $Q = 10^{-10}$ C; on en déduit :

$$W = 5.10^{-6} \text{ J}.$$

c) Dans le cas d'un condensateur à influence totale, si l'on prend pour zéro des potentiels celui de l'armature externe, la formule [5,8] se ramène bien à [5,7].

5-7. — Énergie d'un diélectrique dans un champ électrostatique.

Chacun des dipôles électriques dont l'ensemble constitue un diélectrique possède une certaine énergie potentielle lorsqu'il est situé dans un champ électrostatique.

a) On a vu (par. 2-17) que l'énergie potentielle d'un dipôle de moment $\vec{p}$ dans un champ $\vec{E}$ est égal au produit scalaire $-\vec{p}.\vec{E}$.

Lorsqu'on a affaire à un ensemble de dipôles formant un volume polarisé v, l'énergie potentielle de ce volume s'obtient en faisant la somme algébrique de celles de tous les dipôles. Soit $\vec{P}$ le vecteur polarisation [4,10]. L'énergie diélectrique est :

[5,9] $$W = -\iiint_v \vec{P}.\vec{E}\,dv.$$

b) Si la polarisation est purement induite, on a (par. 4-5) : $P = \varepsilon_0 \chi_e E$, χ_e étant la susceptibilité du diélectrique. Lorsqu'on amène l'élément de volume dv dans le champ depuis l'infini, on peut admettre que P reste constante le long d'un parcours élémentaire suivant lequel le champ varie de dE. Le travail contre les forces électrostatiques est, pour ce parcours élémentaire :

$$-P\,dv\,de = -\varepsilon_0 \chi_e\,dv\,E\,dE,$$

et pour le parcours total, si χ_e ne dépend pas de E :

$$-\varepsilon_0 \chi_e\,dv\frac{E^2}{2} = -\frac{1}{2}P.E.dv.$$

Pour un volume fini de diélectrique, ce travail est :

[5,10] $$\mathfrak{T} = -\frac{1}{2}\iiint_v P.E.dv.$$

Il représente seulement la moitié de l'énergie W du diélectrique dans le champ, qui est toujours donnée par [5,9]. C'est que, lorsque P n'est pas constant, on a, pour un volume v :

$$dW = -v\,d(P.E) = -v(P.dE + E.dP).$$

Le premier terme de la parenthèse correspond au travail que nous avons considéré ci-dessus, le second à une variation d'énergie interne U : lors de la polarisation, U augmente, parce que les dipôles élémentaires passent d'un état désordonné à un autre qui l'est moins, d'après ce qu'on a vu au par. 4-12.

Remarque : Même lorsque la polarisation est induite, le champ E qui intervient dans les formules précédentes est le champ extérieur (champ influençant) dans lequel est placé le diélectrique. En effet, le champ dépolarisant (par. 4-7) qui s'exerce sur un dipôle donné est dû aux autres dipôles, et le travail effectué par les forces intérieures à un système qui se déplace est nul si les distances de leurs points d'application ne varient pas (tome I, par. 10-11).

5-8. — Localisation de l'énergie électrostatique.

a) La conception du champ électrostatique indiquée au paragraphe 2-1 conduit à considérer que l'énergie des conducteurs électrisés est localisée, non dans les conducteurs mêmes, où le champ est nul, mais dans l'espace qui les entoure. Précisons ces idées sur l'exemple du condensateur plan et supposons d'abord qu'il y a le vide entre les plateaux.

Soit S leur surface, e leur distance, σ la densité électrostatique superficielle.

Leur charge est $Q = S\sigma$ et le champ entre eux est $E = \frac{V}{e} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

D'où l'énergie $$W = \frac{1}{2}VQ = \frac{1}{2}eE.S\varepsilon_0 E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 v,$$

$v = Se$ représentant le volume où existe le champ E.

Pour tous les condensateurs plans, la *densité volumique d'énergie* électrostatique est donc :

$$w = \frac{W}{v} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2.$$

Cette densité s'exprime en joules/m^3 dans le système pratique. Elle est faible : pour $E = 10^6$ V/m, par exemple,

$$w = \frac{1}{2} 8{,}85\ 10^{-12} \times 10^{12} = 4{,}4\ \text{J/m}^3.$$

Elle peut cependant devenir grande dans les champs beaucoup plus intenses qui règnent entre les atomes d'un solide.

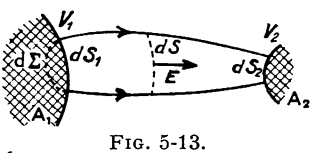


FIG. 5-13.
Énergie dans un tube de champ.

b) On peut généraliser ce résultat au cas du champ créé, dans le vide, par un ensemble quelconque de conducteurs. Considérons (*fig. 5-13*) un tube de champ élémentaire qui unit deux éléments correspondants dS_1 et dS_2 de deux conducteurs A_1 et A_2 dont les potentiels sont V_1 et V_2. Ces surfaces portent les charges $\pm dQ$, auxquelles correspond la fraction :

$$\frac{1}{2} dQ\,(V_1 - V_2) = \frac{1}{2} dQ \int_{A_1 A_2} E.dl$$

de l'énergie électrostatique totale.

Soit une surface fermée, constituée par une longueur quelconque du tube de force considéré, limitée par une section normale dS où le champ a la valeur E et par une surface quelconque $d\Sigma$ dans le conducteur A_1. Le théorème de GAUSS donne :

$$dQ = D.dS = \varepsilon_0 E dS.$$

L'expression de l'énergie correspondant au tube de force est par suite :

$$\frac{\varepsilon_0}{2} \int_{A_1 A_2} E^2 dS\, dl.$$

L'énergie contenue dans un volume v peut donc s'écrire :

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint_v E^2 dv,$$

(avec $dv = dS\,dl$), et la densité d'énergie a la valeur :

[5,11] $$w = \frac{dW}{dv} = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2,$$

ou

[5,12] $$w = \frac{1}{2} D.E.$$

c) Pour une variation dE du champ E, la variation de la densité d'énergie est : [5,13] $$dw = \frac{1}{2} d(D.E) = \frac{\varepsilon_0}{2} d(E^2) = \varepsilon_0 E\, dE.$$

On remarquera la ressemblance de cette expression avec celle de l'énergie de déformation d'un solide élastique (tome I, par. 10-15) :

$$dW = kx dx,$$

où x est la coordonnée qui représente la déformation, k le coefficient de la force de rappel. Sans qu'il faille voir là une analogie trop étroite, on comprend qu'on puisse regarder le champ comme imposant une contrainte au milieu où il règne.

d) Quand, entre les plateaux d'un condensateur plan, on remplace le vide par un diélectrique de permittivité relative ε_r, on sait que sa capacité C est multipliée par ε_r.

Si la charge Q des armatures est la même, leur différence de potentiel passe de V_0 à $V = \frac{V_0}{\varepsilon_r}$, et l'énergie du condensateur, qui était $W_0 = \frac{1}{2} Q V_0$ devient

$$W = W_0/\varepsilon_r.$$

Le champ influençant est resté :

[4,4] $$E_0 = \sigma/\varepsilon_0,$$

σ étant la densité superficielle de charges, qui n'a pas varié; le champ réellement agissant est devenu :

[4,25] $$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{E_0}{\varepsilon_r}.$$

Le déplacement $D = \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon E = \sigma$ est resté le même.

On voit que l'expression [5,11] de la *densité volumique d'énergie* ne convient plus, mais que l'expression :

[5,12] $$\frac{W}{v} = \frac{1}{2} D.E$$

reste valable : on démontre qu'elle s'applique à tous les cas.

e) Calculons, pour un condensateur plan, de volume v, la différence :

$$W - W_0 = \frac{1}{2} D(E - E_0) v.$$

La polarisation étant :

$$P = D - \varepsilon_0 E,$$

on a : $$PE_0 = DE_0 - DE;$$

d'où : $$W - W_0 = -\frac{1}{2} PE_0 v,$$

ce qui est bien l'énergie potentielle propre au diélectrique (par. 5-7-b, compte tenu de la remarque).

5-9. — Calcul des forces et couples entre conducteurs chargés, à partir de l'expression de l'énergie électrostatique.

Lorsqu'on connaît l'énergie électrostatique W d'un ensemble de conducteurs, soit en fonction de leurs charges, soit en fonction de leurs potentiels, on peut en déduire les forces ou couples électrostatiques agissant sur eux, par la méthode suivante, souvent beaucoup plus simple qu'une application directe de la loi de COULOMB.

a) Considérons d'abord les forces attractives qu'exercent l'une sur l'autre les armatures d'un condensateur, qui portent des charges de signes contraires.

Dans le cas d'un condensateur plan à plateaux circulaires, par raison de symétrie, la force résultante qui agit sur chaque plateau est dirigée suivant l'axe du condensateur.

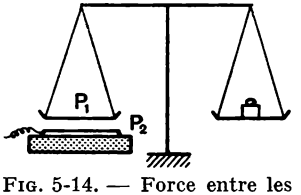


FIG. 5-14. — Force entre les armatures d'un condensateur plan.

—o— L'un des plateaux P_1 d'une balance-trébuchet (*figure 5-14*) forme l'une des armatures d'un condensateur, l'autre étant constituée par un plateau analogue P_2 retourné et isolé par une plaque de paraffine. On réunit P_1 au sol, P_2 à l'un des pôles d'un générateur électrostatique dont l'autre est au sol. On constate une attraction, et, si l'on ne limite pas le déplacement de P_1, une étincelle éclate entre les plateaux lorsque la distance de P_1 à P_2 est devenue assez faible.

Si, ayant disposé des butoirs, on mesure la force attractive F, on trouve qu'elle varie proportionnellement au carré de la différence de potentiel[1], entre les armatures, et en raison inverse du carré de leur distance.

—o— *Effet* JOHNSEN-RAHBECK. — Une plaque bien plane de substance médiocrement conductrice (agate, ardoise) est recouverte d'une plaque métallique. Entre les faces externes des deux plaques, on établit une d. d. p. de 200 à 400 V. On constate qu'il faut exercer une force importante par unité de surface pour séparer les plaques. Celles-ci, même bien planes, ne sont en contact que par un certain nombre de points, où le conducteur médiocre prend le potentiel du métal, tandis qu'aux points où le contact n'est pas réalisé, son potentiel est sensiblement celui de l'électrode inférieure. L'ensemble forme un condensateur dont l'épaisseur de diélectrique est très faible, d'où la grandeur de la force d'attraction.

b) Pour calculer la force d'attraction F, nous partirons de l'expression [5,7] de l'énergie du condensateur.

1° Supposons que le condensateur soit chargé, puis isolé. Sa *charge* reste *constante*. L'énergie électrostatique est :

[5,14] $$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 e}{2\varepsilon_0 S}.$$

1. La mesure des forces ou des couples, entre armatures de condensateurs de forme convenable, permet donc d'évaluer une différence de potentiel : c'est le principe des électromètres, qui seront étudiés au tome VII.

Lorsque la distance des armatures augmente de de ($\gtrless 0$), W varie de :

[5,15] $$(dW)_Q = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\,de,$$

l'indice Q indiquant qu'on opère à charge constante. Le condensateur étant isolé, cette variation est opposée au travail $-F.de$ de la force d'attraction, d'où :

[5,16] $$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S V^2}{e^2}.$$

2° Supposons maintenant que la *différence de potentiel* V entre les armatures du condensateur soit maintenue *constante* au moyen d'une source. L'énergie du condensateur peut s'écrire :

[5,17] $$W = \frac{CV^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2e}.$$

Lorsque la distance des armatures augmente de de, la capacité du condensateur varie de :

$$dC = -\frac{\varepsilon_0 S}{e^2}\,de,$$

et son énergie varie de :

[5,18] $$(dW)_V = \frac{1}{2}V^2 dC = -\frac{\varepsilon_0 S V^2}{2e^2}\,de = -(dW)_Q.$$

Les relations [5,15] et [5,18] s'obtiennent d'ailleurs immédiatement en prenant les différentielles logarithmiques des relations :

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 :$$

$$\frac{(dW)_Q}{W} = -\frac{dC}{C} \qquad \text{et} \qquad \frac{(dW)_V}{W} = \frac{dC}{C}.$$

Le travail de la force d'attraction est $-F.de$, comme dans le cas précédent. Mais nous savons (par. 5-1) que pour maintenir le potentiel constant malgré la variation de capacité, il a fallu que la source fournisse au condensateur une quantité d'électricité $dQ = V dC$, et par suite une énergie :

$$V dQ = V^2 dC = 2(dW)_V$$

(négative si de est positif, et inversement). Cette énergie se partage donc par moitiés en une augmentation ($\gtrless 0$) d'énergie du condensateur et en un travail ($\gtrless 0$) contre la force d'attraction électrostatique.

c) On peut généraliser ce qui précède au cas d'un ensemble quelconque de conducteurs;

1° Si les conducteurs sont *isolés*, l'énergie *totale* du système isolé (au sens énergétique du terme, cf. tome II, par. 5-7) demeure constante. Lors d'un déplacement, le travail accompli par les forces ou les couples électrostatiques est égal à la diminution de l'énergie électrostatique W, évaluée en fonction

des charges, des dimensions et de la distance des conducteurs. Si le déplacement se fait de façon que varie une longueur x ou un angle α la force F dans le premier cas, le moment Γ du couple dans le second, sont donnés par les formules :

[5,19]
$$\begin{cases} F = -\left(\dfrac{\partial W}{\partial x}\right)_Q \\ \Gamma = -\left(\dfrac{\partial W}{\partial \alpha}\right)_Q \end{cases}$$

les indices ayant la signification indiquée ci-dessus.

2° Si les conducteurs sont maintenus à des *potentiels constants*, le travail des forces ou des couples électrostatiques se trouve égal à l'augmentation de l'énergie du système de conducteurs, d'où :

[5,20]
$$\begin{cases} F = \left(\dfrac{\partial W}{\partial x}\right)_V \\ \Gamma = \left(\dfrac{\partial W}{\partial \alpha}\right)_V \end{cases}$$

Les formules [5,19] et [5,20] conduisent bien entendu aux mêmes résultats.

d) Voyons comment les forces et couples sont modifiés lorsque les conducteurs sont placés dans un diélectrique de permittivité relative ε_r, au lieu d'être dans le vide.

A charges constantes, le remplacement du vide par le diélectrique divise par ε_r les potentiels et par suite, d'après [5,8], l'énergie. Les forces et les couples, donnés par les formules [5,19], sont réduits dans le même rapport.

A potentiels constants, l'introduction du diélectrique multiplie par ε_r les charges, donc l'énergie ainsi que les forces et les couples.

En particulier, la formule [5,16], donnant la force qui s'exerce entre les armatures d'un condensateur, devient :

[5,21]
$$F_t = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon S} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon S V^2}{e^2}.$$

Il n'y a pas contradiction entre ces résultats et le fait que nous admettons l'application de la loi de COULOMB sous la forme [1,10] même dans un diélectrique : nous allons voir que le diélectrique, placé dans le champ créé par les conducteurs, est soumis à des actions mécaniques. Il les transmet aux conducteurs et modifie ainsi les actions qui s'exerceraient entre eux dans le vide.

5-10. — Actions mécaniques subies par un volume de diélectrique dans un champ électrostatique.

a) Raisonnons d'abord sur un dipôle rigide O_1O_2 de moment p placé dans un champ qui peut n'être pas uniforme. Il est soumis à un ensemble de deux forces $f_1 = qE_1$ et $f_2 = -qE_2$ (*fig. 5-15*). Appliquons en O_2 une force f égale et parallèle à f_1 et une force f' égale et opposée à f, ce qui ne change pas l'équilibre. On voit alors que le dipôle sera généralement soumis (cf.

tome I, par. 4-14) à un couple (formé par f_1 et f') et à une résultante (celle de f_2 et de f). Si la réduction des forces avaient été faite au point O_1, la résultante aurait eu la même valeur, mais le couple une valeur différente.

Si le champ est uniforme, f_2 est égale à f_1 et de sens opposé : la résultante est nulle. Si le champ E varie peu de O_1 en O_2, le moment du couple a sensiblement la valeur déjà connue :

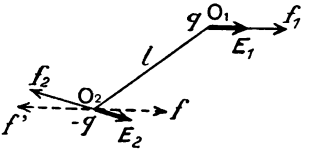


FIG. 5-15. — Forces agissant sur un dipôle rigide dans un champ quelconque.

[2,56] $$\Gamma = pE \sin\theta,$$

qu'on doit affecter du signe —, si l'on compte Γ positivement lorsqu'il tend à produire une rotation dans le sens des angles θ positifs. Cette expression [2,56] changée de signe peut encore se déduire de celle de l'énergie potentielle :

[2,59] $$W = -pE\cos\theta,$$

par la relation :

[5,19] $$\Gamma = -\left(\frac{\partial W}{\partial \theta}\right)_c .$$

La résultante des forces f_1 et f_2 a pour valeur :

$$\vec{F} = \vec{f_1} + \vec{f_2} = q(\vec{E_1} - \vec{E_2}).$$

Ses composantes sont :

$$F_x = q(E_{1,x} - E_{2,x})$$
$$F_y = q(E_{1,y} - E_{2,y})$$
$$F_z = q(E_{1,z} - E_{2,z}).$$

Les composantes de E sont fonction des coordonnées; en passant de O_2 à O_1, celles-ci ont varié de l_x, l_y, l_z. On a donc pour la composante suivant x :

$$E_{1,x} = E_{2,x} + \frac{\partial E_x}{\partial x} l_x + \frac{\partial E_x}{\partial y} l_y + \frac{\partial E_x}{\partial z} l_z,$$

d'où :

$$F_x = q\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} l_x + \frac{\partial E_x}{\partial y} l_y + \frac{\partial E_x}{\partial z} l_z\right) = p_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y \frac{\partial E_x}{\partial y} + p_z \frac{\partial E_x}{\partial z}.$$

Comme le champ dérive d'un potentiel V, on a :

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}, \qquad \text{etc...}$$

Par suite :

[5,22]
$$\left\{\begin{aligned} F_x &= p_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y \frac{\partial E_y}{\partial x} + p_z \frac{\partial E_z}{\partial x}. \\ &\text{De même :} \\ F_y &= p_x \frac{\partial E_x}{\partial y} + p_y \frac{\partial E_y}{\partial y} + p_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ F_z &= p_x \frac{\partial E_x}{\partial z} + p_y \frac{\partial E_y}{\partial z} + p_z \frac{\partial E_z}{\partial z}. \end{aligned}\right.$$

On pourrait obtenir les formules précédentes en partant de l'expression de l'énergie potentielle [2,59]; par exemple :

$$F_x = -\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)_Q = -\frac{\partial}{\partial x}(-pE\cos\theta) = \frac{\partial}{\partial x}(p_xE_x + p_yE_y + p_zE_z).$$

b) Dans le cas d'un dipôle induit, p est parallèle et proportionnel à E. Le *couple* est par suite nul, pourvu que le volume du dipôle soit assez petit et que le champ dépolarisant soit négligeable. L'expérience suivante se rapporte à un cas où il n'en est pas ainsi :

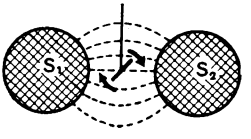


FIG. 5-16. — Orientation d'un diélectrique dans un champ non uniforme.

—o— Entre deux sphères métalliques S_1 et S_2 (*fig. 5-16*) portées à des potentiels différents, on suspend par un fil fin une petite aiguille d'ébonite ou de gomme-laque; elle tend à s'orienter de façon que son axe soit sur la ligne des centres des sphères.

Le champ *agissant* est alors, en effet, plus grand que pour toute autre orientation; la polarisation et le moment dipolaire sont également maximums, et l'énergie potentielle minimum, ce qui est la condition d'équilibre.

L'expérience précédente explique l'orientation des petits fragments de diélectrique utilisés pour tracer des spectres électriques.

c) La *force* subie par le dipôle induit est nulle, dans un champ uniforme comme dans le cas du dipôle rigide.

Dans un champ non uniforme, on a, en posant $p = \alpha E$:

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\alpha E^2}{2}\right) = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial}{\partial x}(E_x^2 + E_y^2 + E_z^2),$$

ou

$$F_x = \alpha\left(E_x\frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y\frac{\partial E_y}{\partial x} + E_z\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) = p_x\frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y\frac{\partial E_y}{\partial x} + p_z\frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

On retrouve les formules [5,22], que p dépende ou non de E.

d) Si l'on a affaire à un volume de diélectrique polarisé, assez petit pour que l'on puisse appliquer les formules différentielles à la variation du champ dans son étendue, les formules précédentes sont applicables, en remplaçant p par le moment dipolaire du volume étudié : $\vec{p} = \iiint_v \vec{P}\,dv$.

e) Les formules [5,22] montrent que la substance est sollicitée vers les régions où le champ est le plus intense. Donnons quelques exemples de leur application.

1° On a signalé, dès le par. 1-4, l'attraction des isolants par les corps chargés électriquement.

2° Une mince lame parallélépipédique de verre P (*fig. 5-17-a*) est suspendue à la place de l'un des plateaux d'une balance équilibrée; sa partie inférieure pénètre à égale distance entre les armatures verticales C_1 et C_2 d'un

condensateur plan. Lorsqu'on établit une différence de potentiel entre ces armatures au moyen d'une machine électrostatique, la plaque descend.

Prenons pour axe des z la verticale, pour axe des x la direction du champ E (*fig. 5-17-b*). Ce champ, uniforme entre les plateaux, diminue rapidement dès qu'on franchit les bords dans la direction z, mais par raison de symétrie reste toujours parallèle à x. Sur une tranche de hauteur dz et de volume $dv = Sdz$, S désignant l'aire de la section horizontale de la plaque diélectrique, s'exerce une force dF donnée par [5,22]. Seule la composante E_x de E existe, et la seule dérivée qui ne soit pas nulle est $\frac{\partial E_x}{\partial z}$; d'autre part :

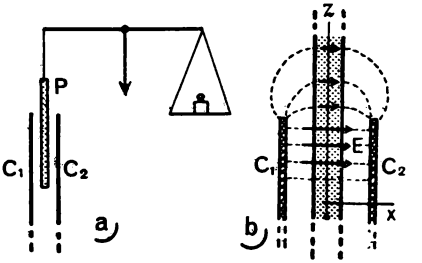


FIG. 5-17. — La lame de verre P est attirée à l'intérieur du condensateur C_1C_2 quand on charge celui-ci.

$$p_x = \chi_e E_x dv = \varepsilon_0 \chi_e S\, dz E_x,$$

d'après [4,19].

D'où : $$dF_z = \varepsilon_0 \chi_e S dz E_x \frac{\partial E_x}{\partial z} = \varepsilon_0 \frac{\chi_e S}{2} \frac{\partial (E_x^2)}{\partial z} dz.$$

En bas de la plaque, pour $z = 0$, $E_x = E$. En haut $E_x \simeq 0$; d'où la force totale :

[5,23] $$F_z = \frac{\varepsilon_0 \chi_e S}{2} \int \frac{\partial (E_x)}{\partial z} dz = \frac{\varepsilon_0 \chi_e S}{2} (E_x^2)_E^0 = -\frac{\varepsilon_0 \chi_e S}{2} E^2.$$

Le signe — indique que la force est dirigée vers le bas.
L'expérience considérée permet de déterminer χ_e, si l'on connaît E.

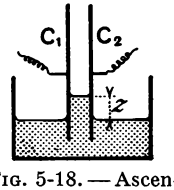


FIG. 5-18. — Ascension d'un diélectrique liquide dans le champ horizontal d'un condensateur.

3° Dans une cuve à faces parallèles contenant du nitrobenzène (*fig. 5-18*), on plonge deux lames métalliques verticales parallèles C_1 et C_2 distantes d'un centimètre environ, entre lesquelles on établit une différence de potentiel V. Le liquide monte entre les lames.

Le calcul de la force s'effectue comme dans le cas de la *figure 5-16*. Il lui correspond une pression dirigée vers le haut et ayant pour valeur :

$$\frac{F_z}{S} = -\frac{\varepsilon_0 \chi_e}{2} E^2.$$

Le liquide monte jusqu'à la hauteur z telle que la pression hydrostatique équilibre la précédente, soit (tome I, par. 17-10) :

[5,24] $$\rho g z = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_e E^2,$$

ρ désignant la masse volumique du liquide.

Exemple. — Pour le benzène, $\rho = 874\ \text{kg/m}^3$; $\chi_e = \varepsilon_r - 1 = 1{,}26$; soit $E = 3\ 10^6\ \text{V/m}$, avec $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ et $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}\ \text{F/m}$, on trouve

$$z \simeq 6.10^{-4}\ \text{m} = 0{,}6\ \text{mm}.$$

f) Lorsqu'on polarise un diélectrique, il subit un changement de volume. —o— Un condensateur plan est placé dans une cuve contenant du sulfure de carbone. Lorsqu'on établit une différence de potentiel V entre ses armatures, le liquide subit une contraction : c'est le phénomène appelé *électrostriction.*

La variation relative de volume $-\dfrac{\Delta v}{v}$ est toujours très faible, de l'ordre de 10^{-7}, dans le cas précédent, pour un champ de 6.10^6 V/m. On a pu mettre en évidence la variation de masse volumique par la variation d'indice de réfraction qui l'accompagne (tome IV, par. 13-9).

L'électrostriction est due aux attractions mutuelles des dipôles moléculaires orientés dans le champ. Les molécules se rapprochent jusqu'à ce que leurs répulsions mutuelles (tome II, par. 9-6) équilibrent les attractions.

On peut montrer que, dans un diélectrique fluide parfait, l'électrostriction correspond à une pression supplémentaire proportionnelle au carré du champ agissant.

ÉLECTROCINÉTIQUE

CHAPITRE 6

COURANTS ÉLECTRIQUES. RÉSISTANCES

6-1. — Courants de charges électriques. Leurs manifestations diverses.

a) Soient deux conducteurs A et B portés à des potentiels différents V_A et V_B : on sait que si on les relie par une substance conductrice, leurs potentiels tendent à s'égaliser (par. 3-1).

—o— Dans le cas de la *figure 6-1-a*, B est, par exemple, au sol ($V_B = 0$), et A a été électrisé par frottement; le fait que V_A n'est pas nul se traduit par une divergence des feuilles de l'électroscope E. Les feuilles retombent immédiatement si l'on relie A et B par un fil métallique MN (*fig. 6-1-b*); leur chute est progressive si MN est un fil fin et long (quelques mètres) de lin ou de coton médiocrement conducteur.

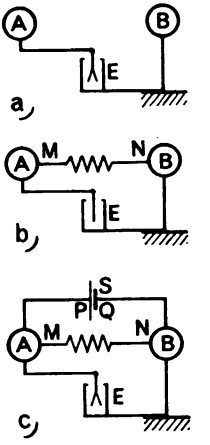


FIG. 6-1. — *a*) L'électroscope E indique une différence de potentiel ΔV entre les conducteurs A et B; *b*) ΔV tombe à zéro si A et B sont reliés par un fil conducteur MN; *c*) ΔV est maintenu différent de zéro, malgré l'existence dans MN d'un courant permanent, grâce à la source S, de pôles P et Q.

D'après la relation

[1,16] $\quad V = k_e \Sigma q/r,$

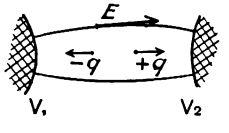


FIG. 6-2. — Mouvement des charges dans un champ *E*.

l'égalisation des potentiels de A et B n'a pu se produire que par suite du déplacement de certaines charges électriques, passant de A vers B ou de B vers A; ce déplacement s'explique, dans le cas actuel, par l'existence entre A et B, dans le conducteur MN, d'un champ électrostatique *E*, dirigé dans le sens des potentiels décroissants; à ce champ correspondent des forces qui mettent en mouvement les charges libres des conducteurs (*fig. 6-2*).

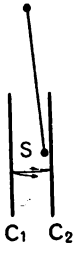


FIG. 6-3. — Carillon électrique.

—o— L'expérience suivante donne une image grossière de l'égalisation des potentiels par transport de charges. Une petite sphère conductrice S (*fig. 6-3*) est suspendue par un fil de soie au milieu de l'intervalle des plateaux C_1 et C_2 d'un condensateur, distants de quelques

centimètres, chargés à l'aide d'une machine électrostatique. La sphère est attirée par un plateau, se charge par contact, est repoussée et transporte les charges, en oscillant d'un plateau à l'autre, tant qu'il reste entre eux un champ suffisant pour entraîner le pendule malgré l'action de la pesanteur. Le bruit des chocs successifs sur les plateaux a fait donner à ce dispositif le nom de « carillon électrique ».

b) Un mouvement de charges constitue ce qu'on appelle un *courant électrique* entre A et B : dans le cas de la *figure 6-1-b*, il ne dure qu'un temps très court, sauf si l'on dispose d'un moyen de compenser les variations de charges de A et B, de façon à conserver entre les extrémités du conducteur MN une différence de potentiel V non nulle. On appelle souvent V *tension* (électrique) entre A et B; la note du par. 2-5 indique l'origine de cette dénomination.

—o— Supposons que, dans l'expérience précédente, le fil MN étant médiocrement conducteur, on charge constamment et régulièrement A (par frottement) : la différence de potentiel entre A et B est maintenue sensiblement constante (ce qu'indique l'électroscope E) malgré le mouvement permanent de charges dans MN.

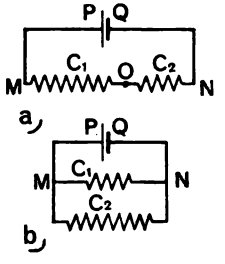


FIG. 6-4. — *a*) Conducteurs MC_1O, OC_2N en série; *b*) Conducteurs MC_1 N, MC_2N en parallèle.

On peut encore (*fig. 6-1-c*), pour maintenir la charge de A (même si le fil MN est bon conducteur, pourvu qu'il soit très fin et très long), utiliser une machine électrostatique (voir chap. 21-A) à frottement ou à influence. Les piles et les accumulateurs (chap. 21-B), les dynamos (chap. 22) sont de même, avec des possibilités diverses, des *sources* ou *générateurs* électriques. On appelle ainsi tout appareil capable d'entretenir une différence de potentiel non nulle entre deux pièces métalliques[1] (qu'on appelle ses *pôles* ou ses *bornes*), même si ces pièces P et Q (*fig. 6-1-c*) sont reliées, à l'extérieur de la source, par un ensemble de conducteurs. Ces derniers sont alors parcourus par des *courants permanents*, qui sont dits *débités* par la source. Les conducteurs sont, par définition, *en série* s'ils sont disposés à la suite les uns des autres, *en dérivation* (ou en parallèle) s'ils offrent aux mouvements des charges entre deux mêmes points plusieurs voies distinctes (*fig. 6-4*). Si deux points d'un circuit sont réunis au sol, celui-ci joue le rôle d'un conducteur (à potentiel pratiquement constant) reliant ces deux points.

Les *réseaux de distribution* électrique comportent des *prises de courant*, reliées en permanence (sauf interruptions voulues ou accidentelles) à des sources de courant maintenant entre leurs bornes une différence de potentiel pratiquement constante, 120 volts par exemple.

L'ensemble d'une source et de conducteurs en contact entre eux et avec ses bornes constitue un *circuit électrique* fermé; on dit qu'on ouvre le circuit

1. Ou plus généralement capable d'entretenir un courant durable dans un circuit.

quand on sépare deux des conducteurs (le plus souvent à l'aide d'un dispositif appelé *interrupteur*) par un isolant, de façon à empêcher le passage du courant.

c) On peut donner le nom de courants électriques, non seulement aux mouvements de charges soumises à un champ électrique dans un milieu conducteur (courants de *conduction*), mais encore aux déplacements de corps électrisés mis en mouvement de façon quelconque, par exemple par entraînement mécanique. On appelle plus spécialement ces derniers courants de *convection* (bien que les courants de conduction doivent aussi être regardés comme dus à une convection). Nous verrons enfin (par. 6-7) que les variations du champ électrique dans un diélectrique et même dans le vide peuvent être considérés comme associées à des courants d'un type particulier, dits de *déplacement* et de *polarisation*.

d) Le passage d'un courant dans un conducteur s'accompagne de phénomènes divers, qu'il est spécialement facile de mettre en évidence lorsqu'on dispose d'un générateur, tel qu'une dynamo, pouvant fournir des courants permanents intenses (ce dernier adjectif sera précisé ci-après) :

1° *Effets magnétiques.* — On peut les mettre en évidence à l'aide de barreaux ou d'aiguilles aimantés, dont les propriétés seront étudiées au chapitre 8.

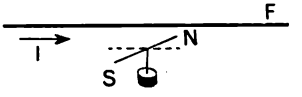


FIG. 6-5. — Expérience d'OERSTED.

—o— *Expérience d'*ŒRSTED (1819) : un fil conducteur F est disposé au-dessus d'une aiguille de boussole, SN, mobile autour d'un axe vertical, et orienté vers le nord, parallèlement à cette aiguille (*fig. 6-5*). Quand on fait passer un courant dans F, l'aiguille tourne et, après des oscillations amorties, prend une nouvelle orientation.

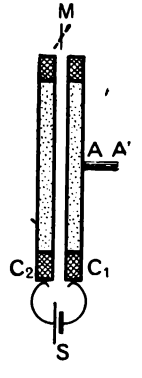


FIG. 6-6. Expérience de ROWLAND.

Cette expérience peut être réalisée non seulement à l'aide d'un fil métallique, mais aussi à l'aide d'un tube contenant, par exemple, une solution conductrice de sulfate de cuivre, ou encore à l'aide d'une longue lampe à vapeur de mercure en fonctionnement (par. 10-1). D'une façon générale, le passage d'un courant électrique, c'est-à-dire de charges en mouvement dans un solide, un liquide, un gaz, ou même dans le vide, peut agir sur une aiguille aimantée comme le ferait un aimant. On dit que le courant (comme l'aimant) crée dans l'espace qui l'entoure un *champ magnétique* (par. 8-6), qui apparaît et cesse avec lui.

—o— Expérience de ROWLAND (1876). Le principe en est le suivant : deux conducteurs annulaires C_1 et C_2 (*fig. 6-6*) de même axe reçoivent d'un générateur S des charges de signes contraires. L'un deux, C_1 par exemple, peut tourner à grande vitesse autour de son axe horizontal AA'. En M est une aiguille aimantée, suspendue à un fil sans torsion : elle dévie lorsque le plateau tourne. En faisant tourner simultanément en sens inverses C_1 et C_2, on augmente l'effet observé, toujours très petit.

L'expérience réussit encore si C_1 et C_2 sont divisés en secteurs par des cloisons axiales. Elle met en évidence le champ magnétique produit par un courant de convection.

Réciproquement, les charges électriques en mouvement subissent, lorsqu'elles sont placées dans un champ magnétique, des forces qui peuvent être transmises aux conducteurs dans lesquels elles se propagent (voir chap. 12).

—o— En approchant dans une direction convenable un aimant d'un conducteur souple, on voit celui-ci se déformer, lorsqu'il est parcouru par un courant électrique. L'expérience réussit encore si le courant dans un conducteur est remplacé par un faisceau de particules électrisées se propageant dans un gaz raréfié (par. 12-3).

N. B. — Les phénomènes *électromagnétiques*, dont nous venons de donner des exemples, sont associés à toutes les formes de courants électriques envisagées au paragraphe 6-1-c. Les autres effets, dont nous allons parler, n'appartiennent au contraire qu'à certaines formes du courant.

2° *Effets thermiques.* — Le plus important, au point de vue pratique, est l'*effet* JOULE, dégagement de chaleur associé au passage de tout courant de conduction, et qu'on interprète comme résultant du choc des particules électrisées en mouvement sur les molécules du milieu conducteur (voir par. 17-5, 18-7 et 19-8). Il est utilisé, par exemple, dans les radiateurs électriques et les lampes à incandescence; nous y reviendrons au chapitre 7. D'autres relations entre phénomènes thermiques et phénomènes électriques seront étudiées aux chapitres 20 et 21.

3° *Effets chimiques.* —o— Plongeons deux fils de platine reliés aux pôles d'un générateur dans une solution de chlorure cuivrique $CuCl_2$ dans l'eau. Du cuivre se dépose sur l'un des fils, du chlore se dégage au contact de l'autre : le passage du courant s'est accompagné d'une décomposition chimique, appelée *électrolyse*, du sel dissous dans l'eau (voir chap. 18).

4° *Effets lumineux.* — Certains sont dus uniquement à une élévation de température produite par effet JOULE. Mais d'autres accompagnent le passage du courant électrique dans les gaz, en certaines circonstances : l'arc électrique, l'étincelle, la décharge dans les gaz raréfiés en sont des exemples (voir chap. 17).

5° *Effets biologiques.* — Le passage des courants électriques à travers les êtres vivants peut y produire des actions très diverses : échauffements, coagulations, électrocutions..., pouvant résulter elles-mêmes de l'effet JOULE et de certaines électrolyses.

6-2. — Sens d'un courant.

a) La *figure 6-7* représente une expérience mettant en évidence les principaux effets d'un courant de conduction : un circuit électrique comporte une source S (batterie d'accumulateurs) et un interrupteur inverseur J permettant de relier par des conducteurs les pôles P et Q respectivement soit aux points M et M′, soit aux points M′ et M. Entre M et M′ sont disposés

en série une bobine B, une lampe à incandescence L, une cuve C contenant la solution de chlorure cuivrique et les fils de platine disposés comme il a été dit en 6-1-d-3°, enfin un rhéostat Rh (voir par. 6-15) muni d'un curseur K. Suivant la position de ce dernier, une portion plus ou moins longue du fil métallique que porte le rhéostat est introduite dans le circuit. Un aimant NS est placé au voisinage de la lampe L; au centre de la bobine B est suspendue par un fil sans torsion, une aiguille aimantée A.

Lorsqu'on ferme le circuit, en reliant, par exemple, M à P et M′ à Q, l'aiguille A dévie dans un certain sens, le filament de L est porté à l'incandescence, et en même temps dévie sous l'action du champ magnétique de NS, du chlore apparaît sur le fil de platine F, et du cuivre sur F′.

Si l'on relie M à Q et M′ à P, les déviations du fil A et du filament de la lampe changent de sens, et c'est sur F′ qu'apparaît le chlore, sur F qu'apparaît le cuivre. On dit que les actions électromagnétiques et les décompositions électrolytiques sont des phénomènes *polarisés*, contrairement à l'effet JOULE, qui se traduit dans tous les cas par un dégagement de chaleur.

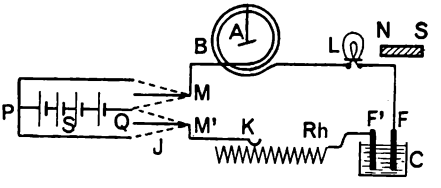


FIG. 6-7. — Effets divers d'un courant.

Remarque : certains effets d'origine électromagnétique, comme l'action mutuelle de deux bobines traversées par un même courant (par. 12-14), ou l'attraction d'une pièce de fer doux vers l'intérieur d'une bobine où passe un courant (par. 15-15), ne changent pas de sens quand on inverse les connexions avec la source; mais nous verrons qu'il y a alors combinaison de deux effets polarisés, qui, séparément, se trouvent inversés, et dont la résultante ne varie pas.

b) Les effets polarisés gardent le même sens, qu'ils soient produits par un mouvement déterminé de charges positives, ou par un mouvement en sens inverse de charges négatives. On a convenu d'appeler *sens* du courant celui du déplacement de charges *positives* susceptible de produire les mêmes effets polarisés que le courant considéré. Si le courant est, en réalité, dû à un déplacement de charges négatives (ce qui est le cas des courants de conduction dans les métaux), son sens conventionnel est donc inverse de celui du mouvement de ces charges. Des deux pôles d'un générateur, celui par lequel *sort* un courant positif (et qui est donc au potentiel le plus élevé) est appelé *pôle positif*[1], l'autre est le pôle négatif.

Il peut se faire également que le courant soit dû au déplacement simultané de charges positives et négatives : c'est ce qui a lieu dans les gaz et dans les électrolytes. Le courant est dit *continu* s'il ne change pas de sens en fonction du temps, *alternatif* s'il varie de sens périodiquement.

1. En appelant *positif* celui des pôles d'une pile de VOLTA qui est en contact avec l'électrode de cuivre (par. 21-6), on a fixé par là même le signe des diverses charges électriques (cf. par. 1-2).

6-3. — Intensité d'un courant. Ampère.

a) —o— Si, dans l'expérience représentée par la *figure 6-7*, on déplace le curseur du rhéostat, on constate que les déviations diverses, l'échauffement du filament et la masse d'électrolyte décomposée par seconde, augmentent ou diminuent simultanément (suivant que la longueur du rhéostat mise en circuit diminue ou augmente).

On dit que le courant est d'autant plus intense que ces effets sont plus grands. D'une façon précise, si, à travers un contour déterminé (celui d'une section d'un fil conducteur par exemple), il passe pendant un temps dt une quantité d'électricité dQ, le quotient :

[6,1] $$I = \frac{dQ}{dt}$$

est, par définition, l'*intensité* du courant à travers le contour. On dit très souvent : « le courant » au lieu de « l'intensité du courant ».

N. B. — dQ est la somme arithmétique des charges positives qui traversent pendant l'unité de temps le contour dans le sens choisi comme positif, et des charges négatives qui le traversent en sens opposé.

b) Un courant, même continu, est dit variable si son intensité varie en fonction du temps. *En régime permanent*, il ne peut y avoir accumulation progressive des charges en une région quelconque du circuit; il en résulte qu'à travers une section quelconque d'un ensemble de conducteurs *en série, l'intensité est partout la même.*

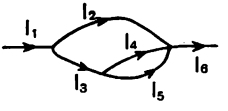


FIG. 6-8. — Partage des intensités entre branches en dérivation.

Quand le circuit comporte diverses branches en parallèle, les charges se partagent entre elles, donc aussi les intensités, pour se réunir quand les branches se rejoignent : dans le cas de la *figure 6-8*, par exemple, les courants ayant sur les diverses branches les valeurs et les sens indiqués, on a :

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5 = I_6.$$

Les résultats précédents s'appliquent même au cas de courants variables, dans la mesure où l'on peut négliger la capacité des conducteurs qu'ils chargent ou déchargent.

c) Lorsque les charges qui se déplacent sont toutes identiques (électrons de charge e dans les métaux ou dans le vide, par exemple) au nombre de n par unité de volume, la densité volumique de charge est $\rho = ne$. Si ces charges sont animées d'une vitesse moyenne $\bar{u}$ dans la direction du champ électrique E, la quantité d'électricité qui traverse une surface S normale à $\bar{u}$ (*fig. 6-9*) dans le temps dt est :

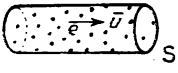


FIG. 6-9. — Intensité $I = neS\bar{u}$.

$$dQ = neS\bar{u}dt,$$

d'où : [6,2] $$I = neS\bar{u}.$$

Un même courant peut donc être transporté par des charges nombreuses et lentes ou par un plus petit nombre de charges plus rapides (constance du produit $n\bar{u}$).

Si l'on a plusieurs sortes de particules chargées, l'intensité devient :

[6,3] $$I = S\,(n_1 e_1 \bar{u}_1 + n_2 e_2 \bar{u}_2 + \ldots),$$

les charges et les vitesses étant évaluées algébriquement.

d) L'unité pratique d'intensité, appelée *ampère* (symbole A) sera définie au par. 11-2. D'après la relation [6,1], l'ampère est l'intensité d'un courant débitant un coulomb par seconde.

L'unité C.G.S.E.S est le franklin par seconde; on a :

[6,4] $$1\text{A} = 3.10^9 \text{ franklin par seconde,}$$

puisque 1 coulomb $= 3.10^9$ franklins (par. 1-7).

On utilise parfois aussi l'unité d'intensité du système C.G.S.E.M. (voir par. 9,2), qu'avec certains auteurs nous appellerons le *biot*. Elle est telle que :

[6,5] $$1^{\text{A}} = \frac{1}{10}\,\text{biot.}$$

Beaucoup de courants ont des intensités de l'ordre de quelques ampères ou de quelques dixièmes d'ampère (lampes à incandescence, petits moteurs); dans certaines grosses machines électriques (générateurs d'usine) et certaines cuves à électrolyses, les intensités atteignent des centaines ou des milliers d'ampères, alors que les courants dans le vide ou dans les gaz ionisés ont généralement des intensités de l'ordre du microampère, parfois beaucoup moindres (10^{-15} A ou moins encore), et cependant mesurables.

Remarques. — 1° La valeur de la charge élémentaire $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C (par. 3-17) indique qu'un courant, même très peu intense, transporte un très grand nombre de telles charges : environ 6.10^{12} par microampère. Ce n'est que dans des cas exceptionnels que la structure discontinue de l'électricité entraîne des fluctuations de courant appréciables. Nous y reviendrons aux tomes VII et VIII.

2° Les quantités d'électricité mises en jeu par la charge ou la décharge de conducteurs électrisés, ne correspondent d'ailleurs qu'à des courants d'intensité moyenne très faible, même si leur durée est très brève. C'est ainsi qu'un conducteur de capacité 10^{-9} F, au potentiel de 10^3 V, ne porte qu'une charge de 10^{-6} C, qui pourrait être transportée en 10^{-3} s par un courant d'intensité moyenne 10^{-3} A seulement.

—o— Un corps électrisé par frottement est relié par un fil soigneusement isolé à un galvanomètre dont l'autre borne est mise au sol : l'appareil ne donne généralement pas de déviation notable, bien que toute la charge du corps l'ait traversé.

3° On trouve parfois commode d'utiliser l'*ampère-heure* (A. h), *unité de quantité d'électricité* (et non d'intensité) égale à la charge transportée en une heure par un courant de 1 ampère[1] :

[6,6] 1 ampère-heure = 3 600 coulombs.

1. Cette habitude peut être rapprochée de l'emploi du *kilowatt-heure*, unité d'énergie correspondant à une puissance de 1 kilowatt mise en œuvre pendant une heure (tome I, par. 10-5). Ne pas écrire A/h.

6-4. — Mesure des intensités.

a) Les appareils servant à la mesure des intensités sont appelés *ampèremètres*, ou, s'il s'agit d'intensités très faibles, milliampèremètres, microampèremètres, ou encore *galvanomètres*[1]. Ils font intervenir les effets électromagnétiques, thermiques ou (exceptionnellement) les effets chimiques des courants considérés.

Un électromètre gradué en potentiels, et de capacité C connue, peut également servir à mesurer une intensité I : si son potentiel varie de dV en un temps dt, l'intensité du courant qui le charge est :

[6,7] $$I = C\frac{dV}{dt}.$$

Cette méthode convient surtout pour la mesure des très faibles intensités.

b) Le montage que représente la *figure 6-10* comporte un commutateur K, sorte d'interrupteur à mouvement rotatif ou vibratoire, permettant à intervalles rapprochés les passages successifs du courant de charge du condensateur C (lorsqu'il est réuni à la source S, *fig. 6-10-a*) et de son courant de décharge (à travers l'ampèremètre A, *fig. 6-10-b*).

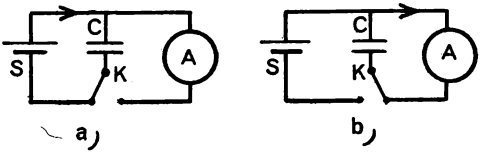


FIG. 6-10. — Charges et décharges successives d'un condensateur.

S'il y a par unité de temps N charges et décharges complètes, si V est la différence de potentiel aux bornes de la source et C la capacité du condensateur, l'ampèremètre est traversé par un courant continu, mais non constant, d'intensité *moyenne* :

[6,8] $$I = NCV.$$

On peut, en principe, déterminer V par des mesures à l'électromètre absolu, C d'après les dimensions du condensateur (ou encore sa charge $Q = CV$ à l'aide d'un cylindre de Faraday étalonné en quantité), N par des mesures purement mécaniques, d'où I. Pourvu que l'ampèremètre donne une indication stable, c'est-à-dire qu'il ait une inertie suffisante, il se trouve ainsi étalonné.

c) L'étalonnage des ampèremètres usuels se fait en pratique par comparaison; une fois bien établie l'une quelconque des lois où intervient l'intensité, cette loi peut être appliquée à la mesure d'intensités de référence servant à de tels étalonnages.

On a constaté, en particulier, que, dans toute électrolyse, la masse de chacun des corps libérés est proportionnelle à l'intensité et à la durée de l'opération. C'est ainsi qu'un courant de 1 A traversant une solution aqueuse de nitrate d'argent $AgNO_3$, dépose par seconde, dans des conditions expérimentales convenablement précisées, 1,118 mg d'argent. Ce résultat a été utilisé comme définition *pratique* de l'ampère (par. 18-3).

1. Les *galvanoscopes* sont des instruments analogues, mais non gradués, destinés à détecter le passage d'un courant, et éventuellement son sens.

6-5. — Densité de courant.

a) En chaque point M d'un milieu où se déplacent des charges électriques, on peut définir un vecteur $\vec{i}$ ayant pour origine ce point, pour direction et sens celui du mouvement des charges, si elles sont positives (ou ayant le sens inverse, si elles sont négatives), et dont le module est :

[6,9] $$i = \frac{dI}{dS},$$

dI étant l'intensité transportée par ces charges, à travers une surface infiniment petite d'aire dS normale à leur vitesse.

Ce vecteur est appelé *densité de courant* en M. Ses composantes suivant trois axes rectangulaires représentent les débits des charges à travers l'unité de surface normale à chaque axe.

L'unité pratique de densité de courant est l'ampère par mètre carré.

b) On peut définir (cf. par. 2-3) des *lignes de courant*, tangentes à $\vec{i}$ en chaque point, des *tubes de courant* formés par des lignes de courant s'appuyant sur le contour d'une surface S. L'intensité du courant qui traverse cette surface est :

[6,10] $$I = \iint_S \vec{i}.\vec{n^o}\, dS,$$

$\vec{n^o}$ représentant le vecteur unitaire normal à S.

Considérons une surface *fermée* S limitant un volume v à l'intérieur d'un conducteur, et soit Q la charge qu'elle renferme :

$$Q = \iiint_v \rho\, dv,$$

ρ étant la densité volumique de charges.

L'intensité du courant qui sort de cette surface est :

$$I = \oiint_S \vec{i}.\vec{n^o}\, dS = -\frac{dQ}{dt} = -\iiint_v \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dv.$$

Le théorème de GREEN (par. 2-12) permet d'écrire :

$$\iint_S \vec{i}.\vec{n^o}\, dS = \iiint_v \operatorname{div} \vec{i}.\, dv,$$

d'où :

[6,11] $$\operatorname{div} \vec{i} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

En régime permanent, la densité volumique de charges ne varie pas au cours du temps, et la relation [6,11] devient :

[6,12] $$\operatorname{div} \vec{i} = 0.$$

Le flux du vecteur $\vec{i}$ est alors nul à travers toute surface fermée; ce flux est conservatif (par. 2-12). Les tubes de courant se ferment sur eux-mêmes, car s'ils partaient de certaines surfaces pour aboutir à d'autres, il y aurait accumulation de charges sur ces dernières.

6-6. — Champ électromoteur. Force électromotrice.

a) Un champ électrostatique E_s ne peut pas entretenir un courant permanent dans un circuit fermé. En effet ce champ dérive d'un potentiel : il produit un travail total nul sur une charge, lorsque le trajet de cette charge est fermé; s'il aide au déplacement sur une certaine longueur du circuit, il s'y oppose dans le reste.

Ainsi, dans le cas de la *figure 6-7*, si M est relié au pôle positif P de la source, et M′ à son pôle négatif Q, le potentiel diminue constamment de M en M′ à travers B, L et C (ce qu'on peut vérifier à l'aide d'un électromètre) : il doit augmenter de Q en P.

Des charges positives peuvent se déplacer spontanément, dans le sens de $\vec{E}_s$, de M en M′, mais leur mouvement ne peut se continuer dans le même sens de Q en P que grâce au générateur S qui fournit le travail nécessaire (le raisonnement reste valable en changeant les sens des déplacements, lorsqu'il s'agit de charges négatives, comme celles des électrons qui circulent dans les métaux).

On peut attribuer ce travail à une force, sur laquelle nous reviendrons en étudiant les divers générateurs : si, de plus, on rapporte cette force à l'unité de charge, on peut l'appeler *champ électromoteur* E_m. En tout point d'un conducteur, une charge est en général soumise au champ :

[6,13] $$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_m$$

résultant de la composition du champ électromoteur (qui peut être nul en certains points) et du champ électrostatique.

A l'intérieur du générateur, E_s et E_m sont nécessairement de sens opposés, au moins dans certaines régions, d'après ce qu'on a vu plus haut.

b) Évaluons la circulation du champ E le long d'une ligne de courant, (fermée comme nous l'avons vu) :

$$\oint E \cos(\widehat{E, \mathrm{d}l})\,\mathrm{d}l = \oint E_m \cos(\widehat{E_m, \mathrm{d}l})\,\mathrm{d}l + \oint E_s \cos(\widehat{E_s, \mathrm{d}l})\,\mathrm{d}l.$$

La seconde intégrale du second membre est nulle (par. 2-5). Reste donc le travail effectué par le champ électromoteur sur une charge positive unité. Posons :

[6,14] $$U = \oint E_m \cos(\widehat{E_m, \mathrm{d}l})\,\mathrm{d}l.$$

U est appelée la *force électromotrice* du générateur : c'est donc, par définition, la circulation du champ électromoteur le long d'un contour fermé traversant le générateur dans le sens du courant; on écrit, en abrégé, f. é. m.

N. B. — La dénomination « force électromotrice », consacrée par l'usage, est illogique : U n'a pas les dimensions d'une force (quotient d'un travail par une longueur), mais celles du quotient d'un travail par une quantité d'électricité.

U s'évalue par suite avec les mêmes unités qu'une différence de potentiel, c'est-à-dire en volts dans le système pratique. Certains générateurs, comme

les piles thermoélectriques, ont des f. é. m. de l'ordre des millivolts; celles des éléments de piles électrochimiques sont de l'ordre du volt, celles des dynamos à courant continu, de l'ordre des centaines de volts; celles des machines électrostatiques peuvent dépasser 10^5 et même 10^6 V. Ces f. é. m. sont, dans certains cas, *pratiquement* constantes; mais elles peuvent varier plus ou moins avec l'état chimique des piles ou la vitesse de rotation du générateur et même l'intensité du courant débité (voir chap. 21 et 22).

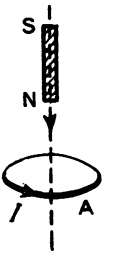


FIG. 6-11. — L'anneau A est parcouru par un courant, bien que tous ses points restent au même potentiel, quand on déplace l'aimant NS suivant son axe.

L'emploi conjugué d'un *électromètre*, qui mesure les différences de potentiel, et d'un *galvanomètre* ou d'un ampèremètre qui mesure les intensités, permet de mettre en évidence la différence qui existe entre les générateurs électrostatiques et les piles ou accumulateurs. Ces derniers donnent entre leurs pôles des différences de potentiel faibles, que l'on ne peut mettre en évidence à l'aide d'un électroscope que par l'artifice du par. 3-15, alors que si l'on réunissait les pôles d'un générateur électrostatique en fonctionnement à un électroscope, les feuilles de celui-ci seraient arrachées par la violence de la répulsion. En revanche, on peut brancher directement un tel générateur électrostatique sur un galvanoscope, alors que si l'on y réunissait les pôles d'une pile, la déviation brutale détériorerait l'appareil.

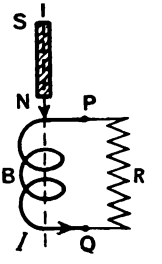


FIG. 6-12. — Dans le conducteur QBP, un champ électromoteur existe (dans le sens du courant) dans la bobine B, un champ électrostatique seul existe en dehors de B.

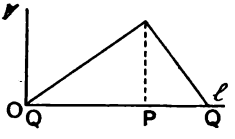


FIG. 6-13. — Variation du potentiel le long du circuit de la *figure* 6-12.

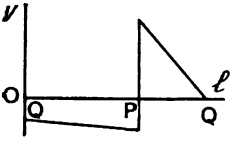


FIG. 6-14. — Variation du potentiel le long d'un circuit comportant un générateur électrochimique.

c) L'expérience que nous allons décrire correspond à un cas très particulier, mais intéressant :

—o— Si l'on déplace un aimant NS (*fig. 6-11*) suivant l'axe d'un anneau métallique A, celui-ci est parcouru par un courant, résultant de phénomènes d'induction électromagnétique, qui seront étudiés au chapitre 10.

Par raison de symétrie, la f. é. m. est répartie dans ce cas d'une manière continue et le potentiel est le même en tous les points, ce qui montre bien la nécessité de distinguer les champs E_m et E_s, puisque ce dernier est ici nul.

Le siège d'une f. é. m. d'induction peut encore être dans une partie seulement d'un circuit homogène, par exemple dans la bobine B de la *figure 6-12*. Lorsqu'on suit le circuit dans le sens du courant I à partir du point Q, le potentiel varie alors comme le montre le schéma de la *figure 6-13*, où le potentiel de Q a été pris pour origine.

Le plus souvent, le circuit n'est pas homogène. Dans les générateurs électrochimiques (chapitre 21), lorsqu'on suit le sens du courant dans le circuit, le potentiel présente des discontinuités suivant lesquelles se manifestent les f. é. m. et entre lesquelles il décroît toujours (*fig. 6-14*). Enfin, les deux types de variation de la f. é. m., continu et discontinu, peuvent coexister : il en est ainsi dans les générateurs thermoélectriques (par. 21-15).

6-7. — Courants de déplacements, courants de polarisation.

a) Lorsqu'on relie par un fil conducteur les armatures A et B d'un condensateur C (*fig. 6-15*) aux bornes P et Q d'un générateur S, il se produit dans les fils de jonction et dans le générateur un mouvement éphémère de charges. Celles-ci s'accumulent sur les armatures et ne circulent pas dans le diélectrique qui les sépare; nous y reviendrons au par. 6-16.

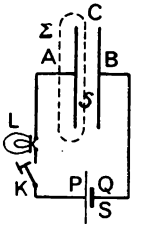


FIG. 6-15. — Courant non permanent dans un circuit ouvert.

—o— On peut mettre ce courant en évidence très facilement si l'on dispose d'un condensateur ayant une grande capacité (de l'ordre de 100 microfarads, par exemple); quand on réunit les bornes du condensateur à celles du secteur continu (à 440 volts), la lampe à incandescence L, intercalée sur l'un des fils, brille pendant un court moment.

Pendant la charge (ou la décharge) du condensateur, le vecteur déplacement $\vec{D}$ (par. 4-4) aux divers points de son diélectrique subit une variation. On appelle, comme l'a proposé MAXWELL (1862), *densité de courant de déplacement*, en ces points, le vecteur :

$$\vec{i}_D = \frac{d\vec{D}}{dt}. \qquad [6,15]$$

Cette dénomination se justifie parce que l'étude des phénomènes d'électromagnétisme, dans le cas des courants rapidement variables, fait intervenir concurremment les courants ordinaires et les courants de déplacement (voir tome VII). Considérons, d'ailleurs, dans le cas de la *figure 6-15*, une surface fermée Σ coupant à la fois le conducteur parcouru par le courant I à l'instant t et le diélectrique, et entourant l'armature A, de surface utile S. Supposons, pour traiter un cas simple, qu'il s'agisse d'un condensateur plan. Le flux électrique à travers Σ est, d'après les théorèmes de GAUSS et de COULOMB,

$$\Psi = Q = S\sigma = S.D,$$

d'où l'on déduit :

$$I = \frac{dQ}{dt} = S\frac{dD}{dt} = Si_D. \qquad [6,16]$$

Ceci montre non seulement que i_D a bien les dimensions d'une densité de courant, mais encore que le courant de déplacement peut être considéré comme prolongeant, dans le diélectrique, le courant ordinaire qui passe dans le conducteur PA : les lignes et tubes de courant se trouvent ainsi

fermés, même dans le cas des courants temporaires qui traversent un circuit ouvert (c'est-à-dire interrompu par un diélectrique).

Les vecteurs $\vec{i}_D$ et $\vec{D}$ ont en chaque point même direction, si le diélectrique est isotrope; les lignes de courant de déplacement sont donc confondues avec les lignes de déplacement.

b) Si le diélectrique est le vide, le déplacement est proportionnel au champ électrostatique $\vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Aucun mouvement d'électricité ne correspond ici au courant de déplacement :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t},$$

bien que, nous l'avons dit, ce courant ait les mêmes propriétés magnétiques qu'un courant de conduction.

Si le diélectrique est matériel, on a (par. 4-4) :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

d'où :

[6,17] $$\frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Le courant de déplacement est alors la somme du courant de déplacement dans le vide et du *courant de polarisation* $\frac{\partial P}{\partial t}$, qui correspond à un déplacement réel de charges. En effet, une variation de P revient, d'après ce qu'on a vu au par. 4-12, à une variation de la distance l des charges q des dipôles élémentaires, au nombre de n par unité de volume :

[6,18] $$\frac{\partial P}{\partial t} = n.q\frac{\partial l}{\partial t}.$$

D'après [6,2] et [6,9], cette expression est bien celle d'une densité de courant.

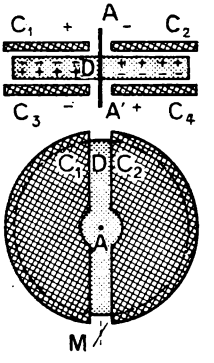


FIG. 6-16. — Mise en évidence d'un courant de polarisation.

c) Le *courant de polarisation* a pu être mis en évidence par le champ magnétique qu'il produit.

—o— Un disque circulaire D de matière diélectrique peut tourner entre des conducteurs fixes C_1, C_2, C_3, C_4, disposés comme l'indique la *fig. 6-16*. Les segments C_1 et C_4 sont reliés au pôle positif (par exemple) d'un générateur; les segments C_2 et C_3, à son pôle négatif. Par suite, les deux moitiés du disque D sont polarisées en sens inverses. Si l'on fait tourner le disque autour de l'axe AA', sa polarisation change quand il traverse la région séparant C_1C_3 de C_2C_4 : il en résulte un courant de polarisation parallèle à l'axe de rotation AA'. On peut le déceler par son action sur une aiguille aimantée placée en M.

d) Un diélectrique réel a toujours une certaine conductibilité (par. 4-11); il est donc le siège de courants de conduction, en même temps que de courants de déplacement. D'autre part, lorsque le courant de conduction varie dans un conducteur, le champ électrique varie : il se produit par suite un courant de déplacement. Mais, le plus souvent, les courants de conduction sont négligeables devant les courants de déplacement dans les diélectriques; c'est l'inverse dans les conducteurs, sauf aux fréquences élevées (cf. tome VII).

6-8. — Résistance électrique, conductance; unités. Première loi d'Ohm.

a) Considérons (*fig. 6-17*) un conducteur C parcouru par un courant permanent qui lui est amené en deux points A et B par des fils métalliques reliés aux pôles d'un générateur; un rhéostat à curseur et un inverseur sont intercalés, comme dans le cas de la *figure 6-7*. L'ensemble forme un circuit unique, en tous les points duquel l'intensité I du courant est la même. Mesurons I au moyen d'un ampèremètre ou d'un galvanomètre G en série avec C, et mesurons la différence de potentiel $V = V_A - V_B$ au moyen d'un électromètre E. La relation entre I et V dépend de la nature de C. Les *figures 6-18* donnent quelques exemples de courbes $V = f(I)$, dites « caractéristiques ».

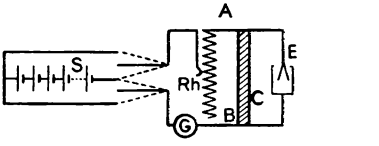


Fig. 6-17. — Dispositif pour l'étude des variations simultanées de $V_A - V_B$ et de I.

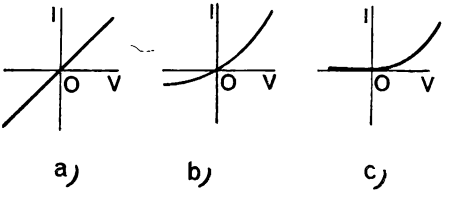


Fig. 6-18. — Exemples de « caractéristiques » $I = f(V)$: *a*) conducteur ohmique; *b*) redresseur à sec; *c*) diode.

b) Dans un certain nombre de cas, en particulier celui très important dans la pratique, des conducteurs homogènes métalliques ou électrolytiques (à condition qu'ils ne soient ni en mouvement dans un champ magnétique, ni placés dans un champ variable), la relation est la plus simple possible : *la différence de potentiel $V_A - V_B$ est proportionnelle à l'intensité I du courant*

$$[6,19] \qquad V_A - V_B = RI.$$

Cette formule exprime la première loi d'Ohm (1827), qui sera complétée plus loin.

R est une constante pour un conducteur de forme et de nature donnée, dans un état thermodynamique déterminé : elle ne dépend pas de I. On l'appelle *résistance* électrique du conducteur entre les points A et B. On appelle *conducteurs ohmiques*, ceux auxquels s'applique la formule [6,19].

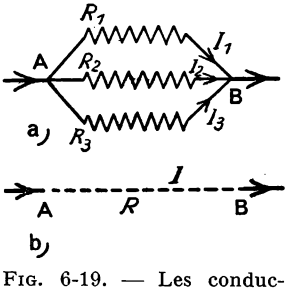


Fig. 6-19. — Les conductances de conducteurs en parallèle s'ajoutent.

Par généralisation, le rapport $\frac{V_A - V_B}{I}$, lorsqu'il n'est pas indépendant de I, est appelé résistance non ohmique (voir par. 6-17); pour le moment, nous laisserons ce cas de côté.

c) L'*unité* pratique de résistance, appelée *ohm* (abréviation Ω) est la résistance d'une portion de circuit entre les extrémités de laquelle existe une différence de potentiel de 1 volt, quand l'intensité du courant qui la traverse est 1 ampère :

[6,20] $$1\,\Omega = \frac{1\text{V}}{1\text{A}}.$$

On peut définir d'une façon analogue les unités C.G.S.E.S. et C.G.S.E.M. de résistance, en fonction des unités correspondantes de potentiel et d'intensité :

[6,21] $$\begin{cases} 1\,\Omega = \dfrac{1}{300} \cdot \dfrac{1}{3.10^9} = \dfrac{1}{9.10^{11}} \text{ unités C.G.S.E.S. de résistance} \\ \quad = \dfrac{10^8}{0{,}1} = 10^9 \text{ unités C.G.S.E.M. de résistance.} \end{cases}$$

d) On appelle *conductance* l'inverse :

[6,22] $$G = \frac{1}{R}$$

de la résistance; l'unité pratique de conductance, qui est celle d'un conducteur ohmique de résistance 1 ohm, est l'ampère par volt[1] :

$$1\ \text{A/V} = 1\Omega^{-1}.$$

e) *N. B.* — Pour que la résistance soit constante, il faut non seulement que le conducteur conserve les mêmes dimensions et la même forme, mais encore qu'il soit placé dans les mêmes conditions physiques, en particulier à la même température (voir chap. 18 et 19). Or le passage même du courant, provoquant un dégagement de chaleur (qui augmente d'ailleurs avec l'intensité) tend à échauffer le conducteur : ce n'est qu'en évitant cet échauffement qu'on peut vérifier avec précision la loi d'Ohm.

6-9. — Résistance d'un ensemble de conducteurs ohmiques.

a) Si plusieurs conducteurs à température uniforme, de résistances R_1, R_2, ... sont en série, à la suite les uns des autres, la différence de potentiel V aux extrémités de l'ensemble est la somme des différences de potentiel partielles V_1, V_2, ... (compte tenu, s'il y a lieu, des différences de potentiel de contact qui seront étudiées au chapitre 20). L'intensité I étant partout la même, la résistance R de l'ensemble est telle que :

$$RI = R_1 I + R_2 I + \ldots$$

d'où : [6,24] $$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

ce qu'on traduit par l'énoncé suivant : *des résistances en série s'ajoutent.*

1. Certains auteurs lui donnent le nom de mho (ohm retourné).

Si toutefois les conducteurs ne sont pas assez bien serrés l'un contre l'autre, il peut exister entre eux une *résistance de contact*, souvent instable, qui intervient dans la résistance de l'ensemble. Cette remarque s'applique aussi au cas suivant.

b) Soient plusieurs conducteurs de résistances R_1, R_2, ... disposés *en parallèle, entre les mêmes extrémités* A et B (*fig. 6-19*), entre lesquelles existe une différence de potentiel V; soient I_1, I_2, ... les intensités des courants qui les traversent. L'ensemble pourrait être remplacé, sans rien changer au reste du circuit, par un conducteur unique, de résistance R dite « équivalente », dans lequel passerait un courant d'intensité $I = I_1 + I_2 + \ldots$.

Des relations :

[6,19 *bis*] $$V = RI = R_1 I_1 = R_2 I_2 = \ldots$$

on déduit, en tenant compte de la précédente,

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \ldots$$

ou

[6,25] $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

ce qu'on traduit par l'énoncé suivant : *des conductances en parallèle s'ajoutent.*

c) En particulier, la résistance équivalente à deux résistances R_1, R_2 en parallèle est :

[6,26] $$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

et les courants dans les deux branches s'expriment en fonction du courant total I par les relations :

[6,27] $$I_1 = I\frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

On peut d'ailleurs écrire directement, d'après [6,19 *bis*],

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1};$$

le courant se partage en raison inverse des résistances.

6-10. — Shunts d'ampèremètres. Voltmètres à résistance.

a) Si l'on dispose, en parallèle avec un ampèremètre ou un galvanomètre de résistance R, un conducteur de résistance R/n, l'intensité i du courant dans l'ampèremètre est, en fonction de l'intensité totale I, donnée par :

[6,28] $$i = I\frac{R/n}{R + R/n} = \frac{I}{n+1}.$$

On utilise couramment de telles résistances en parallèle, appelées *shunts* d'ampèremètre, ayant par exemple les valeurs $R/4$, $R/9$, etc..., pour mesurer des courants I atteignant jusqu'à 5, 10... fois le courant i maximum pour lequel l'instrument a été construit.

N. B. — Ces shunts sont en général reliés à l'ampèremètre par des cordons conducteurs AA′ et BB′ (*fig. 6-20*) dont la résistance propre constitue une partie de celle R de la branche où est l'ampèremètre : on ne doit pas les modifier.

D'ailleurs, R, et a fortiori R/n, sont en général *faibles* (fractions d'ohm), de façon que l'introduction de l'ampèremètre en série dans le circuit ne modifie pas sensiblement l'intensité à mesurer. Les contacts entre les cordons et le shunt doivent être excellents, sous peine d'introduire des résistances parasites faussant les mesures.

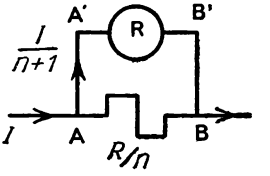


FIG. 6-20. — Principe des ampèremètres à shunts.

b) Les *voltmètres à résistance* sont construits, en principe, comme des ampèremètres (ou galvanomètres) sensibles, *à grande résistance* R : placés entre deux points A et B entre lesquels existe une différence de potentiel V, ils sont traversés par un courant $i = \frac{V}{R}$, proportionnel à V; ils sont habituellement gradués en volts ou fractions de volt. Si les points A et B font partie d'un circuit parcouru par un courant I, le voltmètre est monté *en dérivation* sur AB (*fig. 6-21*). Si la résistance R est insuffisante, la mise en place du voltmètre modifie d'une façon excessive la différence de potentiel à mesurer : il est important d'éviter cette cause d'erreur.

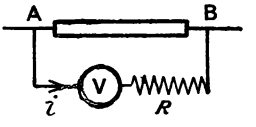


FIG. 6-21. — Principe des voltmètres à résistance.

Sous cette réserve, les voltmètres remplacent avantageusement, dans beaucoup de cas, les électromètres : ils sont d'emploi plus commode, et sont souvent plus sensibles. On peut, au besoin, en disposant en série avec l'instrument une résistance supplémentaire nR, diviser par $n + 1$ l'intensité i, pour une même valeur de V, et par suite multiplier par $n + 1$ la différence de potentiel maximum mesurable.

6-11. — Mesure des résistances. Pont de WHEATSTONE.

a) La mesure de la résistance d'un conducteur entre deux points M et N peut se déduire de celles de l'intensité I du courant qui le traverse et de la différence de potentiel $V_M - V_N$ correspondante.

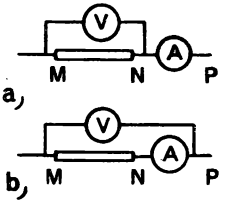


FIG. 6-22. — Mesure d'une résistance par la méthode ampère-mètre-voltmètre.

Si l'on dispose un voltmètre de résistance R_V et un ampèremètre de résistance R_A, comme l'indique la *figure 6-22-a*, le voltmètre mesure bien $V_M - V_N$, mais l'ampèremètre mesure l'intensité $I' = I + \frac{V_M - V_N}{R_V}$.

Si l'on branche les appareils comme le montre la *figure 6-22-b*, l'ampèremètre mesure I, mais le voltmètre, la tension $V_M - V_P = V_M - V_N + R_A I$. On évalue aisément la correction lorsqu'elle n'est pas négligeable.

Cette méthode, dite de l'ampèremètre et du voltmètre, est rapide, mais le plus souvent peu précise.

b) Dans le dispositif appelé *pont de* WHEATSTONE, un ensemble de quatre conducteurs MN NP MQ QP sont disposés comme les quatre côtés d'un losange (*fig. 6-23*); soient respectivement x, R, R_1, R_2 leurs résistances. Les points « diagonalement opposés » peuvent être reliés, par l'intermédiaire d'un interrupteur J, aux pôles d'une source S (accumulateur, par exemple); entre les deux autres sommets du losange est placé un galvanomètre G.

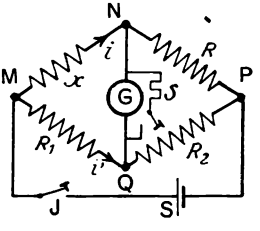


FIG. 6-23. — Principe du Pont de WHEATSTONE.

Le pont est dit *équilibré* quand, grâce à un réglage convenable de l'une des résistances, soit R, le galvanomètre ne dévie pas lorsqu'on ferme l'interrupteur. (Des précautions doivent être prises pour ne pas envoyer dans G, au cours des tâtonnements, un courant trop intense : on peut à cet effet lui associer un shunt S, qu'on met hors circuit quand le réglage est presque obtenu.)

Soient, lorsque le pont est en équilibre, I et I' les intensités respectives dans les branches MNP et MQP. Les points M et N étant au même potentiel, on a :

$$V_M - V_N = V_M - V_Q \qquad \text{ou} \qquad xI = R_1 I'$$

et de même :

$$RI = R_2 I',$$

d'où :

[6,29] $$x = R\frac{R_1}{R_2}.$$

On peut ainsi évaluer, au besoin avec une très grande précision (10^{-5} en valeur relative) l'une des résistances, soit x, en fonction des trois autres. Il peut être commode de donner à R_1/R_2, suivant l'ordre de grandeur de x, l'une des valeurs 1, 10, 100, 1 000 ou 1/10, 1/100, 1/1 000.

6-12. — Cas d'un conducteur homogène de section constante; deuxième loi d'OHM.

a) Soit, par exemple, un fil métallique homogène, de section S et de longueur l; sa résistance R peut se calculer par la formule :

[6,30] $$R = \rho\frac{l}{S},$$

qui traduit ce qu'on appelle souvent la deuxième loi d'OHM, et dans laquelle ρ est constante, pour un conducteur de constitution déterminée, placé dans des conditions physiques déterminées. Ces résultats s'expliquent comme suit.

La proportionnalité de R à la longueur l résulte immédiatement de la règle d'addition des résistances des conducteurs en série, établie ci-dessus. Si d'autre part, deux fils identiques sont montés en parallèle, leurs conductances s'ajoutent, la résistance de l'ensemble est donc la moitié de celle d'un

seul des fils; mais, la loi de chute des potentiels étant la même sur l'un et l'autre fil, on ne change rien à la résistance de l'ensemble si on établit entre eux un contact sur toute leur longueur, ce qui revient à utiliser un fil de section double. Plus généralement, si l'on multiplie la section par un facteur n quelconque, on divise par n la résistance.

b) La constante ρ est appelée *résistivité* du conducteur (dans son état actuel). Elle s'évalue, dans le système pratique, en $\Omega.m^2/m$, c'est-à-dire en $\Omega.m$[1]. Son inverse

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \qquad [6,31]$$

est appelée *conductivité*. Par exemple, l'expérience montre que, pour réaliser une résistance de 1Ω avec un fil de cuivre de section 1 mm^2 (10^{-6} m^2), il faut en prendre une longueur de 60 m. La résistivité du cuivre est donc :

$$\rho = \frac{10^6}{60} \simeq 1{,}6\ 10^{-4}\ \Omega.m.$$

Nous reviendrons aux chapitres 18 et 19 sur les valeurs des résistivités et sur leurs variations possibles.

La deuxième loi d'Ohm n'est exacte qu'autant que l'on peut considérer le courant comme uniformément réparti dans toute la section du conducteur, c'est-à-dire la *densité* de courant $\vec{i}$ comme la même en tous les points de la section. Par suite, quand le courant vient se localiser vers la surface, comme il arrive avec certains courants alternatifs de grande fréquence (voir tome VII), la résistance n'est plus inversement proportionnelle à la section.

De même, pour un courant continu, si la section du fil varie brusquement en un point, il se produit une perturbation dans le voisinage de ce point. La formule qui donne R doit subir une correction, dont il faut tenir compte dans les expériences de précision.

La loi d'Ohm s'applique également aux conducteurs filiformes de section constante, même de forme non cylindrique, pourvu que leur rayon de courbure soit grand devant le diamètre du fil.

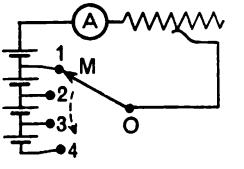


Fig. 6-24. — Si l'on amène la manette OM successivement sur les plots 1, 2, 3, 4, l'ampèremètre indique des courants I, $2I$, $3I$, $4I$.

c) La vérification expérimentale de la loi d'Ohm peut se faire, d'une façon simplifiée, en utilisant un circuit dont les divers éléments en série avec le fil étudié ont une résistance négligeable devant celle de ce dernier. —o— 1° On utilise comme générateur une batterie d'accumulateurs B, de résistance intérieure négligeable, dont on peut prendre à volonté, comme l'indique la *figure 6-24*, 1, 2, 3, 4 éléments. La résistance R étant toujours la même, l'ampèremètre (ou milliampèremètre) indique des intensités I, $2I$, $3I$, $4I$. Il y a donc proportionnalité entre les tensions (proportionnelles aux nombres d'éléments) et les intensités qu'elles produisent dans une même résistance.

1. Ne pas dire ni écrire Ω/m.

—o— 2° On introduit successivement, ainsi que le montre la *figure 6-25*, les longueurs l, $2l$, $3l$, $4l$ d'un fil fin résistant dans un circuit qui, par ailleurs, a une résistance négligeable. L'ampèremètre indique des intensités qui sont inversement proportionnelles à ces longueurs, ce qui vérifie bien la loi des longueurs.

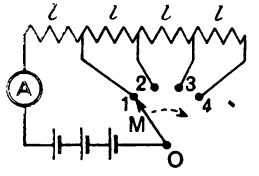


FIG. 6-25. — Si l'on amène la manette OM successivement sur les plots, 1, 2, 3, 4, l'ampèremètre indique des courants I, $I/2$, $I/3$, $I/4$.

Dans le pont de WHEATSTONE à corde (*fig. 6-26*), les conducteurs MQ et QP de la *figure 6-23* sont remplacés par un fil tendu, sur lequel un curseur mobile établit le contact Q; le rapport R_1/R_2 de la formule [6,29] est celui des longueurs MQ et QP, si le fil est bien homogène et de section bien constante.

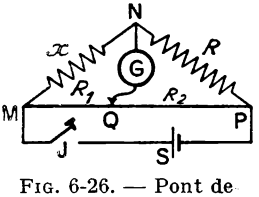


FIG. 6-26. — Pont de WHEATSTONE à corde.

—o— 3° On vérifie la loi des sections, en introduisant successivement dans le circuit de la *figure 6-27* un fil de section S, puis un fil de même longueur de section $2S$: l'intensité double.

—o— 4° Le même dispositif permet encore de substituer les uns aux autres des fils de mêmes longueurs et de mêmes sections, mais de métaux différents, par exemple de zinc, puis de fer, puis de cuivre : on trouve des intensités croissantes, qui correspondent aux résistivités décroissantes de ces trois métaux.

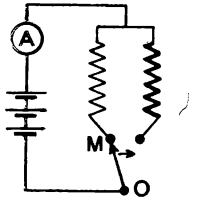


FIG. 6-27. — Dispositif permettant de vérifier l'influence de la section (ou de la nature) d'un fil sur sa résistance.

d) Certaines *jauges de contraintes* sont constituées par un ensemble de fils métalliques très fins (nichrome de 13μ de diamètre, par exemple) parallèles, très rapprochés, associés en série; on peut les réaliser à l'aide d'un fil unique disposé en zig-zag sur une face d'un support plat, ou enroulé sur les deux faces, ou formant la trame d'un tissu, ou encore par impression d'un dépôt mince (cupronickel ou alliage or-argent).

Convenablement fixées sur un corps qui s'allonge ou se raccourcit, ces jauges subissent des variations de résistance qui permettent de déterminer la déformation du support; d'où leur emploi comme extensomètres et, indirectement, comme dynanomètres, manomètres, etc....

La section du fil diminuant en même temps que sa longueur augmente, la sensibilité Σ, définie comme le rapport de la variation relative de résistance à la variation relative de longueur, serait, d'après la formule [6,30], de la forme $\Sigma = 1 + 2\sigma$, σ étant le coefficient de POISSON (tome I, par. 7-4), si la résistivité ρ ne variait pas. En fait, ρ dépend des efforts subis par le fil, et Σ est, suivant les modèles, de l'ordre de 0,5 à 3,5. Il y a lieu de tenir compte de l'influence de la température sur les dimensions de la jauge et sur sa résistivité (par. 19-2).

6-13. — Relation entre la densité de courant et le champ.

a) La loi d'OHM entraîne une relation simple entre la densité de courant $\vec{i}$ et le champ électrique $\vec{E}$. On a, en effet, pour un conducteur cylindrique homogène, de longueur l et section S :

$$V_A - V_B = El, \qquad I = Si,$$

et :

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S}.$$

D'où la relation suivante, qui a un caractère vectoriel :

[6,32] $$\vec{E} = \rho \vec{i} \qquad \text{ou} \qquad \vec{i} = \gamma \vec{E}.$$

La densité du courant ohmique est donc proportionnelle au champ dans le conducteur.

La formule [6,32] ne fait intervenir que des grandeurs définies en chaque point du conducteur. Là où existe un champ électromoteur (voir par. 6-2), elle reste valable, à condition de prendre pour E le champ total donné par la formule [6,13]. La formule [6,32] s'applique encore en chaque point d'un conducteur métallique parcouru par un courant alternatif à haute fréquence, pour lequel, nous l'avons dit, la loi d'OHM sous la forme [6,30] n'est plus exacte.

Mais, dans certains cristaux, la conductivité varie selon la direction, et les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{E}$ peuvent ne plus être portés par la même droite.

b) La condition [6,12] du régime permanent, jointe à [6,32], donne :

[6,33] $$\operatorname{div} \gamma \vec{E} = 0,$$

ou, si le milieu est homogène ($\gamma = c^{te}$) et sans champ électromoteur ($E = E_s$) :

$$\operatorname{div} \vec{E}_s = 0.$$

La densité de courant dérive alors du même potentiel que le champ E_s, à la constante γ près.

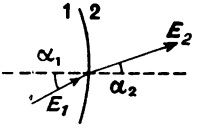


FIG. 6-28. — Réfraction des lignes de courant à la surface de séparation de deux milieux de conductivités différentes.

A la surface qui sépare deux milieux de conductivités γ_1 et γ_2, les lignes de champ et les lignes de courant se réfractent comme les lignes de champ à l'intersurface de deux milieux diélectriques (par. 4-6). Considérons, comme sur la *figure 4-9*, une surface fermée, en forme de cylindre droit aplati, dont les bases ont une aire dS et dont la hauteur, infiniment petite du second ordre, est normale à la surface de séparation. La condition [6,33], associée au théorème de GREEN, montre que l'intégrale de la composante normale de γE, étendue à toute la surface fermée, est nulle. On en tire :

$$\gamma_1 E_{1,n} dS - \gamma_2 E_{2,n} dS = 0,$$

$$\gamma_1 E_{1,n} = \gamma_2 E_{2,n},$$

ou (*fig. 6-28*) :

[6,33 *bis*] $$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

Si la conductivité du milieu 1, par exemple, est considérablement supérieure à celle du milieu 2, α_1 est beaucoup plus grand que α_2. Les lignes de courant sont à peu près parallèles à la surface dans le milieu le plus conducteur et en sortent à peu près normalement. C'est le cas d'un fil métallique entouré d'une gaine imparfaitement isolante. On voit donc que le champ électrique d'un conducteur siège d'un courant stationnaire, diffère de celui du même conducteur chargé électrostatiquement, en ce qu'il n'est pas nul à l'intérieur et qu'il peut avoir une composante tangentielle non nulle à l'extérieur.

Toutefois, dans le cas limite où le conducteur serait *parfait*, c'est-à-dire où γ tendrait vers une valeur infiniment grande, il faudrait que E tendît en même temps vers zéro, la densité de courant devant demeurer finie. Dans un conducteur parfait, le champ électrique serait donc nul, non seulement lors de l'équilibre électrostatique, mais aussi en régime de courant permanent.

—o— On peut tracer le spectre électrique d'un conducteur de grande résistance, constitué par un trait de graphite sur du papier, dont les extrémités sont reliées aux pôles d'un générateur électrostatique et dont le milieu est relié au sol. La différence de conductivité n'étant pas énorme entre le graphite et le papier, on obtient, par la technique décrite au paragraphe 2-3, un spectre qui a l'allure de la *figure 6-29* (planche I).

6-14. — Résistance d'un conducteur quelconque.

La relation [6,32], qui exprime la coïncidence des lignes de courant et des lignes de champ dans un conducteur homogène et isotrope de forme quelconque, permet de ramener le calcul de la résistance de ce conducteur à la résolution d'un problème d'électrostatique.

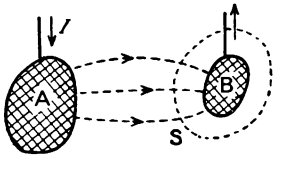


FIG. 6-30. — Le calcul de la résistance entre deux électrodes à potentiel uniforme se ramène à celui d'une capacité.

Étudions le cas où deux électrodes A et B (*fig. 6-30*) de très grande conductivité sont utilisées pour le passage du courant dans le milieu à étudier, dont la conductivité est notablement plus faible. Dans ces conditions, les variations de potentiel entre deux points d'une même électrode sont négligeables devant celles qui existent entre les deux électrodes. La détermination de la distribution des courants dans le milieu se ramène à celle du potentiel. Le courant qui traverse le milieu a pour expression :

$$I = \iint_S \vec{i}.\vec{n^o}\,dS = \gamma \iint_S \vec{E}.\vec{n^o}.dS,$$

S étant une surface qui entoure l'électrode B, à l'exception de l'aire par laquelle arrive le courant et qui est généralement négligeable. Le théorème de GAUSS (par. 2-10 et 4-4) donne :

$$\iint_S \vec{E}\vec{n^o}\,dS = Q/\varepsilon,$$

Q étant la charge de B correspondant, comme en électrostatique, au champ E qui existe sur S : ce champ n'est, en effet, pratiquement pas perturbé par la présence des charges existant entre A et B, dont la densité volumique totale est très faible. Lorsque l'ensemble des électrodes peut être assimilé à un condensateur à influence totale, de capacité C, on peut écrire :

$$Q = C\,(V_A - V_B),$$

On en déduit :

$$I = \frac{\gamma}{\varepsilon_0} C\,(V_A - V_B).$$

D'où, en comparant à [6,19] :

[6,34] $$R = \frac{\varepsilon_0}{\gamma C}.$$

Par exemple, la résistance opposée aux courants de fuite dans un câble cylindrique, dont le conducteur a un rayon R_1 et l'isolant de permittivité ε un rayon R_2, se calcule à partir de [5,3]. Elle vaut par unité de longueur :

$$R = \varepsilon \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi\gamma}.$$

La formule [6,34] est utile lorsque les électrodes limitent un conducteur de forme géométrique simple (conducteur électrolytique, chap. 18) ou encore lorsque les deux électrodes sont plongées dans un milieu très étendu. C'est le cas de la cuve rhéographique (par. 18-13-d); c'est également celui des opérations de prospection électrique, où l'on cherche des informations sur la nature du sol, d'après des mesures de la résistance électrique entre deux électrodes qui y sont enfouies.

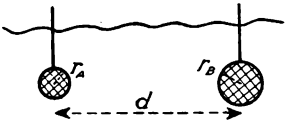


FIG. 6-31. — Dispositif utilisable en prospection électrique.

Raisonnons sur deux électrodes sphériques (*fig. 6-31*) de rayons r_A et r_B, séparées par une distance d grande devant les rayons. Les potentiels des sphères sont :

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{d}\right)$$

$$V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r_B} + \frac{1}{d}\right).$$

D'où la capacité de l'ensemble :

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} - \frac{2}{d}}$$

et la résistance :

$$R = \frac{1}{4\pi\gamma}\left(\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} - \frac{2}{d}\right).$$

En particulier, la présence de nappes souterraines d'eau salée, qui accompagnent les gisements de pétrole et ont une résistivité faible, se met facilement en évidence.

6-15. — Résistances étalonnées. Rhéostats. Potentiomètres.

a) Des mesures précises ont montré qu'on obtient une réalisation matérielle de l'*ohm* à l'aide d'un fil de mercure pur, à 0° C (contenu nécessairement dans un tube isolant) ayant une section uniforme[1] de 1 mm², et une longueur de 106,3 cm (ce qui correspond à une résistivité $\rho \simeq 94.10^{-4}\,\Omega\,.\mathrm{m}$). Des précautions sont prises pour éviter toute correction importante aux extrémités de la colonne, là où la section augmente brusquement.

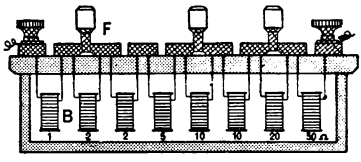


FIG. 6-32. — Boîte de résistances de 100 Ω maximum, dont 68 Ω seulement sont mis en circuit.

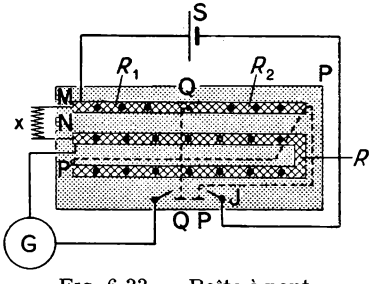


FIG. 6-33. — Boîte à pont.

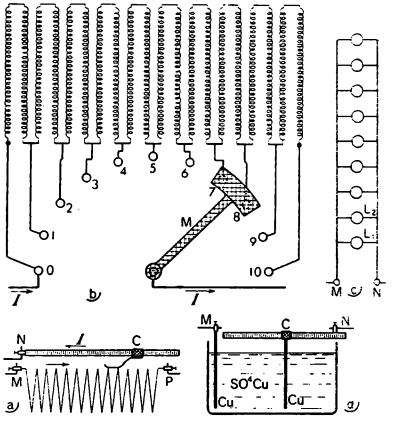


FIG. 6-34. — Rhéostats de types divers : *a*) à curseur (la borne P permet son emploi comme potentiomètre); *b*) à plots et manette M; *c*) à lampes L_1 L_2... (qu'on introduit, en parallèle en nombre variable); *d*) à liquide (électrolytique, voir par. 18-4).

b) Des étalons secondaires plus maniables, mais un peu moins précis, sont faits avec des fils d'alliage convenable, comme la manganine (par. 19-2), à résistivité élevée et surtout très peu variable en fonction de la température; on les règle par comparaison avec un ohm étalon. On les groupe souvent en *boîtes de résistances* contenant une série de bobines B, que des fiches F permettent à volonté de court-circuiter ou d'introduire en série dans un montage (*fig. 6-32*); ces bobines sont choisies de façon à permettre de donner à volonté à la résistance mise en circuit des valeurs multiples entiers quelconques (jusqu'à un certain maximum) de la résistance la plus faible, par des combinaisons analogues à celles d'une boîte de masses marquées (tome I, par. 6-1).

La *figure 6-33* représente la partie supérieure d'une boîte à pont (de WHEATSTONE), utilisable comme il a été indiqué au paragraphe 6-11-b.

N. B. — On doit veiller spécialement à ne pas faire circuler dans les résistances étalonnées un courant d'intensité supérieure à la valeur prévue (parfois faible), un échauffement même temporaire risquant de les détériorer définitivement.

c) Les rhéostats sont des conducteurs de résistance réglable (mais dont on n'a pas besoin de connaître la valeur exacte) que l'on introduit dans un circuit pour pouvoir faire varier à volonté

1. Pour déterminer la section du tube, il faut peser le mercure qu'il contient : sa masse doit être 14,4521 g.

l'intensité du courant. Ils peuvent supporter un échauffement plus ou moins grand, selon leur mode de construction. La *figure 6-34* donne le schéma des principaux types de rhéostat et fait comprendre leur fonctionnement.

d) Un *potentiomètre* est un dispositif formé de deux conducteurs MN, NP en série (*fig. 6-35*) de résistances respectives R_1 et R_2, l'une d'elles, soit R_1 étant réglable, et la somme $R = R_1 + R_2$ le plus souvent maintenue constante. Il peut être formé à l'aide de deux boîtes de résistances en série, ou d'un rhéostat à curseur à trois bornes (*fig. 6-34-a*), ou d'un fil tendu, analogue à celui d'un pont de WHEATSTONE à corde (*fig. 6-26*).

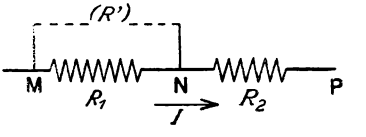


FIG. 6-35. — Principe du potentiomètre.

Si l'on fait passer un courant i dans le potentiomètre aux bornes M et P duquel se trouve appliquée la différence de potentiel V, la différence de potentiel entre M et N est :

$$[6,35] \qquad V_1 = R_1 I = \frac{R_1}{R} V.$$

On peut la faire varier de 0 à V, en faisant varier R_1. L'appareil peut servir à des expériences diverses, par exemple à l'étalonnage d'un voltmètre. Il y a lieu toutefois, lorsqu'on dispose en parallèle avec MN une résistance R' (celle du voltmètre, par exemple), de tenir compte de ce que la résistance équivalente entre M et N devient (par. 6-9)

$$\frac{R_1 R'}{R_1 + R'} = \frac{R_1}{1 + R_1/R'} :$$

elle n'est assimilable à R_1 que si $R' \gg R_1$.

6-16. — Courants de décharge ou de charge d'un condensateur à travers une résistance constante.

La loi d'OHM permet de calculer, en fonction du temps, le courant variable qui traverse un conducteur ohmique relié aux armatures d'un condensateur qui se charge ou se décharge.

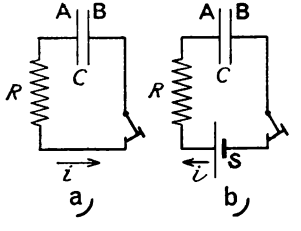


FIG. 6-36. — Décharge ou charge d'un condensateur à travers une résistance R.

a) Soit C sa capacité; supposons qu'à partir d'un certain instant, pris comme origine, les armatures A et B soient reliées par un conducteur de résistance constante R (*fig. 6-36-a*).

Appelons respectivement V et v, $Q = CV$ et $q = Cv$ les valeurs de la différence de potentiel entre A et B et celles de la charge de l'armature positive A, aux instants 0 et $t > 0$. L'intensité à l'instant t est $i = -\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$, le signe — indiquant qu'elle est positive dans le sens AB, q décroissant en fonction de t.

En l'absence de tout champ électromoteur, notamment de tout effet de self induction (voir par. 11-4) appréciable, on a constamment $v = Ri$, d'où :

$$\frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt},$$

ou

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{\theta},$$

en posant : [6,36] $\theta = RC.$

L'intégration de cette équation différentielle, où les variables sont séparées, donne : $\ln q = -\frac{t}{\theta} + k$, k étant une constante.

A l'instant O, $q = Q$; d'où :

$$\ln Q = k.$$

On a donc :

[6,37] $$\ln\frac{q}{Q} = -\frac{t}{\theta},$$

d'où [6,38] $$q = Q \exp(-t/\theta).$$

Par suite :

[6,39] $$v = V \exp(-t/\theta)$$

et [6,40] $$i = \frac{V}{R} \exp(-t/\theta).$$

La *figure 6-37-a* représente les variations de la fonction $\exp(-t/\theta)$ en fonction de t/θ : q, v et i sont réduits à la fraction $\frac{1}{e} = 0{,}368$ de leur valeur

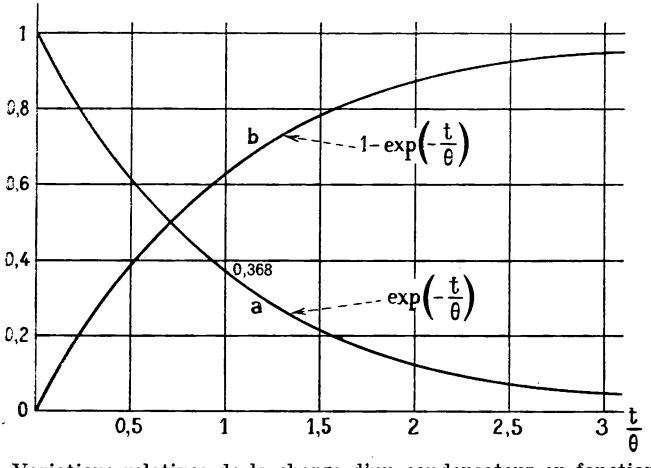


FIG. 6-37. — Variations relatives de la charge d'un condensateur en fonction du temps (circuit de résistance constante).

primitive au bout du temps θ, et à moins de 1/20 000 de cette valeur au bout du temps 10θ.

b) θ a mêmes dimensions qu'un temps : c'est la *constante de temps* du circuit. Elle s'exprime en secondes, si R et C sont évalués respectivement en ohms et en farads (ou encore s'ils sont évalués l'un et l'autre en unités C.G.S.E.S.).

Exemple : soit $C = 10^{-6}$ F et $R = 100\,\Omega$: $\theta = 10^{-4}$ s.

La décharge est donc pratiquement terminée au bout d'un temps extrêmement court, sauf lorsque R ou C sont très grands.

—o— Un condensateur de grande capacité C, soit 10μF, est rechargé plusieurs fois de suite au même potentiel V (soit 10 volts), et déchargé pendant un temps connu t à travers une résistance élevée (soit $R = 10^7\Omega$, d'où $\theta = 100$ s). La charge q qu'il conserve est ensuite mesurée au galvanomètre balistique, comme nous le verrons au par. 10-9 : on trouve qu'elle varie bien en fonction de t comme l'indique la formule [6,38].

Cette expérience donne le principe d'une méthode de mesure des résistances très élevées; on a en effet, d'après [6,36] et [6,37],

[6,41] $$R = \frac{1}{C}\frac{t}{\ln Q/q}.$$

Si toutefois le diélectrique n'est pas parfaitement isolant, ou s'il présente des phénomènes d'hystérésis (par. 4-11), les résultats sont altérés d'une façon qu'il est, selon les cas, plus ou moins difficile d'évaluer.

c) Supposons maintenant qu'à l'instant 0, le condensateur étant déchargé, on relie A et B respectivement aux pôles positif et négatif d'un générateur S, de force électromotrice U, R étant la résistance totale du circuit extérieur au condensateur (*fig. 6-36-b*).

Admettons comme ci-dessus, que l'influence de la self induction du circuit est négligeable, mais tenons compte de ce que le courant va de B en A à travers S. On a alors :

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad \text{et} \qquad U - v = Ri,$$

d'où $$U - \frac{q}{C} = R\frac{dq}{dt}.$$

On en déduit, en posant $Q = CU$:

$$\frac{d(Q-q)}{Q-q} = -\frac{dt}{\theta},$$

d'où, en intégrant, $$\ln (Q - q) = -\frac{t}{\theta} + k,$$

k étant une constante.

A l'instant 0, $q = 0$; d'où : $\ln Q = k$.

On a donc

$$\ln\frac{Q-q}{Q} = -\frac{t}{\theta},$$

d'où

[6,42] $$q = Q[1 - \exp(-t/\theta)]$$

Par suite

[6,43] $$v = U[1 - \exp(-t/\theta)]$$

et [6,44] $$i = \frac{U - v}{R} = \frac{U}{R} \exp(-t/\theta).$$

La *figure 6-37-b* représente les variations de la fonction $1 - \exp(-t/\theta)$ en fonction de t; on voit que q, v et i s'approchent de leurs valeurs de régime Q, U et 0) suivant une loi rappelant celle du paragraphe 6-a.

6-17. — Circuits contenant des résistances non-ohmiques.

Quand le rapport V/I de la tension aux bornes d'un conducteur à l'intensité n'est pas indépendant de I, les lois relatives aux circuits ohmiques (par. 6-8) ne sont plus applicables.

a) Nous examinerons seulement le cas où le circuit contient une seule résistance non-ohmique en série avec des résistances ohmiques. En général, on ne peut mettre sous une forme algébrique la relation entre l'intensité des courants et les différences de potentiel, et l'on doit recourir à des méthodes graphiques.

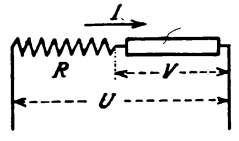


FIG. 6-38. — Résistance ohmique et résistance non ohmique en série.

Soit, par exemple, (*figure 6-38*) une résistance ohmique R en série avec un conducteur dont la caractéristique C (*figure 6-39*) a une pente négative. Une différence de potentiel U étant maintenue aux bornes de l'ensemble, soit I l'intensité dans le circuit. Traçons la droite D d'équation $V = U - RI$; elle fait avec l'axe des I un angle α tel que $\mathrm{tg}\,\alpha = R$ et passe par le point M de C dont l'ordonnée est I_1, soit V_1 son abscisse; cette droite coupe l'axe des V au point d'abscisse U et la distance $U - V_1$ représente la différence de potentiel aux bornes de R.

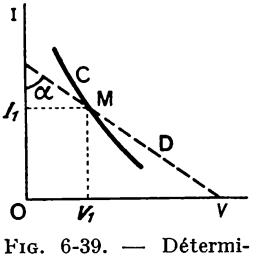


FIG. 6-39. — Détermination du régime de fonctionnement d'un dispositif tel que celui de la figure 6-38.

b) Le graphique précédent permet de discuter les conditions de stabilité du courant dans les circuits non ohmiques, conditions qui n'existent pas dans les circuits purement ohmiques. Si le courant, ayant la valeur I_1, éprouve une petite variation accidentelle, une augmentation par exemple, on voit sur la *figure 6-39* que la tension d'utilisation V décroît moins vite que ne le fait $U - RI$, c'est-à-dire que n'augmente RI : la tension V tend à remonter et I à diminuer, ce qui assure dans ce cas la stabilité.

La condition de celle-ci est donc :

[6,45] $$R > -\frac{dV}{dI}.$$

Nous retrouverons ces considérations dans le cas des tubes à décharges et de l'arc électrique (chapitre 17).

CHAPITRE 7

ÉNERGIE DU COURANT ÉLECTRIQUE RÉSEAUX DE CONDUCTEURS

7-1. — Énergie et puissance mises en jeu par un courant.

a) On a vu (par. 2-5) qu'une charge électrique Q qui passe d'un point A où le potentiel électrostatique est V_A à un point B où il est V_B subit une diminution d'énergie potentielle :

[7,1] $$W_{AB} = Q\,(V_A - V_B).$$

Les signes de la charge et du potentiel étant déterminés, W_{AB} représente, en valeur algébrique, une énergie *libérée*, sous forme de travail mécanique, de chaleur, ou autre, du fait du déplacement de Q. D'après le principe de conservation de l'énergie, lorsqu'un courant électrique traverse l'espace conducteur compris entre les pôles d'un générateur, les charges libres se déplacent dans le sens d'une diminution d'énergie potentielle, les positives allant dans le sens du champ électrique, qui est celui des potentiels décroissants, les négatives en sens inverse. La formule [7,1] représente donc l'énergie électrique disponible par suite du passage du courant. D'après la définition [6,1] de l'intensité, on peut écrire, en régime permanent :

[7,2] $$W_{AB} = I\,(V_A - V_B)\,t,$$

ou

[7,2 *bis*] $$\frac{W_{AB}}{t} = I\,(V_A - V_B).$$

Le produit de l'intensité du courant par la différence de potentiel (ou tension, cf. par. 6-1-b) entre deux points du circuit représente la *puissance du courant électrique* utilisable entre ces points.

b) Cette énergie peut être transformée de diverses façons, qui dépendent de la constitution du circuit entre les points A et B. Si les points A et B sont réunis par un conducteur ohmique, tel qu'un fil métallique, l'expérience montre que le passage du courant dégage de la *chaleur* (par. 6-1-c). S'il y a entre A et B un moteur électrique, l'énergie électrique y apparaît en partie sous forme de *travail mécanique*. S'il existe une cuve électrolytique (chapitre 18),

il se produit un accroissement de l'*énergie chimique* de l'ensemble des corps décomposés par le passage du courant. S'il y a le vide, nous verrons au chapitre 16 que l'énergie électrique sert à accroître l'*énergie cinétique* des électrons qui conduisent le courant.

c) L'énergie électrique disponible est fournie par le générateur, elle résulte de la transformation d'une autre énergie, qui peut être du *travail mécanique* (dans les machines électrostatiques ou électromagnétiques), de l'*énergie chimique* (dans les piles hydroélectriques et les accumulateurs), de l'*énergie thermique* (dans les piles thermoélectriques), et même de l'*énergie électrique* (transformateurs, tome VII).

7-2. — Loi de Joule.

a) Dans un conducteur purement ohmique, toute l'énergie disponible est transformée en chaleur, par effet Joule. Combinons la loi d'Ohm [6,19] avec la formule [7,2], il vient :

[7,3] $$W = RI^2t.$$

Cette formule traduit la *loi de* Joule : *la quantité de chaleur dégagée par unité de temps dans un conducteur est proportionnelle à sa résistance et au carré de l'intensité.*

On peut encore écrire :

[7,4] $$W = \frac{(V_A - V_B)^2}{R}t.$$

Pour une différence de potentiel constante, la quantité de chaleur dégagée par unité de temps est inversement proportionnelle à la résistance du conducteur. Si on l'exprime en calories (1 cal = 4,185 joules), R, I et V restant évalués respectivement en ohms, ampères et volts, la quantité de chaleur s'écrit :

[7,5] $$\mathcal{Q}\,(\text{cal}) = \frac{1}{4{,}185}RI^2t = \frac{1}{4{,}185}\frac{(V_A - V_B)^2t}{R}.$$

La chaleur de Joule conserve la même valeur lorsque le courant change de sens en gardant la même intensité. Nous verrons aux chapitres 20 et 21 qu'il existe d'autres phénomènes thermoélectriques n'ayant pas cette propriété.

b) De nombreuses expériences permettent de montrer que le courant dégage de la chaleur dans un conducteur.

—o— Dans un litre d'eau, plongeons une résistance dans laquelle nous dépensons 1 kilowatt; il apparaît par seconde 1 000/4,2 calories, et pour amener ce litre d'eau de 20° à 100°, ce qui exige 80 000 calories, il faudra le temps 80 000 × 4,2/1 000 ≃ 336 s, ou 5,7 min. En réalité, à cause des pertes de chaleur, il faudra un temps supérieur.

—o— Une lampe de radiateur, de 250 watts, exigera un temps 4 fois plus grand.

—o— Un fil de nichrome tendu horizontalement en ACB (*figure 7-1*) entre les deux points fixes A et B, s'échauffe sous l'influence du courant, se dilate et se courbe suivant AC'B. La flèche qu'il prend ainsi croît avec l'intensité du courant et le fil finit par devenir lumineux comme le filament d'une lampe à incandescence. Quand on coupe le courant, il cesse d'être lumineux et revient à sa position initiale.

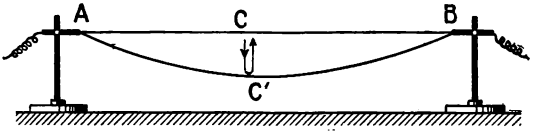


FIG. 7-1. — Dilatation d'un fil par effet JOULE.

—o— Un fil d'acier dur (corde de piano) se comporte d'une façon analogue, mais il présente, pendant sa dilatation ou sa contraction, des arrêts qui manifestent le phénomène de recalescence (tome II, par. 2-4).

—o— Si l'on répète l'expérience avec un fil de fer galvanisé, pour une valeur suffisante de l'intensité, le zinc qui recouvre le fil brûle avec une flamme bleue très lumineuse.

—o— Dans une solution saturée de sulfate de cuivre plongent deux électrodes de cuivre; on fait passer dans la solution un courant de quelques ampères pendant 5 minutes : un thermomètre plongé dans le liquide montre que la température s'est notablement élevée.

c) Les expériences suivantes permettent des vérifications quantitatives de la loi de JOULE.

—o— Dans un calorimètre est disposée la résistance parcourue par le courant. En agissant sur le rhéostat, on y maintient chaque fois pendant une minute, des courants d'intensité 1, 2, 3, 4 ampères : les élévations de température correspondantes sont entre elles comme les nombres 1, 4, 9, 16. La quantité de chaleur dégagée dans un temps donné est proportionnelle au carré de l'intensité.

Si, dans cette expérience, on mesure l'intensité I avec un ampèremètre et la différence de potentiel aux bornes V avec un voltmètre et si, d'autre part, on déduit la quantité de chaleur $\mathcal{Q}$ de l'élévation de température, la capacité calorifique totale du calorimètre étant connue, le rapport $VI/\mathcal{Q}$ donne la valeur de l'équivalent mécanique de la calorie : c'est le principe de la meilleure méthode dont on dispose pour déterminer cette constante; mais il convient de bien tenir compte des échanges de chaleur avec l'extérieur ou de les rendre négligeables.

—o— On peut montrer de même que la quantité de chaleur dégagée par un courant d'intensité donnée est proportionnelle à la résistance. Les résistances contenues dans quatre calorimètres en série de même capacité calorifique, sont entre elles comme les nombres 1, 2, 3, 4 : les élévations de températures simultanées sont entre elles dans les mêmes rapports.

Mais si les résistances sont montées en parallèle, les échauffements correspondants sont en rapports inverses, comme l'indique la formule [7,4].

Nous verrons au chapitre 19 comment la théorie électronique interprète l'effet JOULE.

7-3. — Applications de l'effet JOULE.

a) Soit un fil conducteur traversé par un courant dans lequel la quantité de chaleur dégagée par effet JOULE est par unité de temps $\mathcal{Q}/t$. Si le fil était isolé thermiquement, sa température s'élèverait constamment par unité de temps, de la quantité $\frac{\Delta T}{t} = \frac{\mathcal{Q}}{mct}$, m étant la masse de conducteur, c sa chaleur spécifique, jusqu'à ce que soit atteinte la température de fusion. Mais le fil perd de la chaleur par contact avec l'air ambiant et avec ses supports (convection et conduction) et par rayonnement (tome II, par. 1-9). Si le courant n'est pas trop intense, on arrive à un régime stationnaire, où la quantité de chaleur $\mathcal{Q}$ dégagée par le courant est égale à celle que le fil perd dans le même temps, la température T_r restant constante (*courbe I, fig. 7-2*). Si le courant est plus intense, on peut atteindre la température de fusion T_f (courbe II) avant que le régime stationnaire ait pu s'établir.

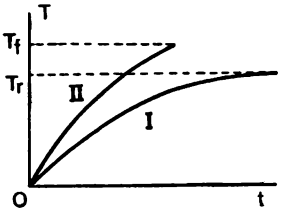


FIG. 7-2. — Échauffement d'un fil parcouru par un courant constant.

b) Le cas des courbes du genre I est celui de chauffage électrique et de l'éclairage électrique par incandescence. Pour le *chauffage*, on utilise des fils peu fusibles et peu oxydables (nichrome, alliage de Ni, Cr et autres constituants) pouvant supporter une température de régime de 1 000 °C environ (parfois même plus de 1 200 °C). La puissance dépensée dans un radiateur électrique est de l'ordre de 500 watts à 5 000 watts, selon les modèles.

Pour l'*éclairage*, on porte des filaments à une température aussi élevée que possible, pour qu'ils rayonnent une proportion importante d'énergie sous forme de radiations visibles (Cf. tome II, chap. 20). On a employé autrefois des filaments de carbone, puis de divers métaux; le seul utilisé actuellement est le tungstène, maintenu, pour éviter l'oxydation, soit dans le vide (à 2 000 °C environ), soit dans une atmosphère de gaz inerte (à 2 600 °C environ).

c) Les courbes du genre II caractérisent les *fusibles*, destinés à couper un circuit électrique dès que le courant y dépasse une valeur déterminée, considérée comme dangereuse. Le métal utilisé est le plomb, l'aluminium, parfois l'argent en fils très fins (pour de très faibles intensités).

—o— Si l'on dispose en parallèle deux fusibles de même métal et de sections différentes, il peut arriver que ce soit le plus gros (où se produit, comme on l'a vu, le plus fort dégagement de chaleur) qui fonde le premier.

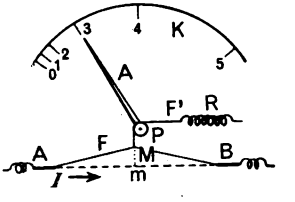


FIG. 7-3. — Principe des ampèremètres thermiques.

d) La dilatation thermique qui accompagne l'élévation de température d'un fil conducteur parcouru par un courant est utilisée pour mesurer ce courant dans les *ampèremètres thermiques*.

La *figure 7-3* donne le schéma d'un de ces appareils. Le courant I passe dans un fil conducteur fin F, dont les extrémités A et B sont fixes, et dont

le milieu M subit la traction d'un fil isolant et souple F', tendu lui-même par un ressort R; F' est enroulé autour d'une poulie P, solidaire de l'aiguille indicatrice A. Toute petite déformation de F par échauffement entraîne une variation de la flèche Mm et se traduit par un déplacement amplifié de l'extrémité de A devant le cadran K.

La graduation n'est pas linéaire, bien qu'on puisse s'arranger pour que la rotation de l'aiguille n'augmente pas comme I^2, mais moins vite; nous donnerons au tome VII des indications plus détaillées sur ces appareils, et sur les *voltmètres thermiques* fondés sur le même principe.

e) La formule $W = RI^2t$ montre que dans des conducteurs en série, c'est aux endroits où la résistance R est la plus grande que le dégagement de chaleur est le plus grand; il est donc important d'éviter les « mauvais contacts » (par. 6-9) dans un montage électrique.

7-4. — Énergie fournie à un récepteur électrique. Force contre-électromotrice.

On appelle *récepteur* d'énergie électrique tout appareil qui transforme cette énergie en une forme autre que la chaleur de JOULE, par exemple un moteur ou une cuve à électrolyse (par. 6-1). Si un récepteur de résistance ohmique R est branché entre les points A et B d'un circuit, la relation [7,3] n'est applicable qu'à la partie W_j de l'énergie totale W qui est transformée en chaleur. Soit $W_R = W - W_j$ la partie de W (généralement la plus importante) recueillie sous une autre forme. On a :

[7,6] $$(V_A - V_B)\,It = RI^2\,t + W_R.$$

La quantité

[7,7] $$U_R = W_R/It,$$

qui a les mêmes dimensions qu'une différence de potentiel, est par définition, la *force contre-électromotrice* (f. c. é. m.) du récepteur. C'est donc le quotient de la puissance de nature quelconque, autre que celle correspondant à l'effet JOULE, qui apparaît dans le récepteur, par l'intensité du courant qui le traverse. Elle peut varier avec sa vitesse (si c'est un moteur), son état chimique (cas de l'électrolyse), et parfois avec la valeur de I.

La relation [7,6] peut s'écrire :

[7,8] $$V_A - V_B = RI + U_R.$$

Elle exprime ce qu'on appelle parfois la *loi d'*OHM *appliquée au cas des récepteurs*. La tension aux bornes du récepteur est donc égale à sa f. c. é. m. *augmentée* de la chute ohmique de tension RI.

7-5. — Énergie fournie par un générateur électrique.

a) Soient A et B les pôles positif et négatif d'un générateur électrique fermé sur un circuit extérieur, dans lequel il fait circuler de A vers B un courant d'intensité I. Une généralisation de la formule [7,8] permet d'écrire :

[7,9] $$V_A - V_B = RI + \Sigma U_R,$$

la somme Σ s'étendant aux f. c. é. m. de tous les récepteurs, et R désignant la résistance totale du circuit extérieur. Nous savons qu'en régime permanent, les charges en mouvement traversent le générateur : celui-ci possède une résistance ohmique R_G et il s'y produit un dégagement de chaleur de JOULE égal à $R_G I^2 t$. L'énergie W_G fournie par le générateur est égale à celle transformée dans les récepteurs, augmentée de la chaleur totale de JOULE :

$$W_G = RI^2t + R_G I^2 t + \Sigma W_R, \qquad [7,10]$$

ou, par une transformation analogue à celle qui conduit à [7,8],

$$U = (R + R_G)\, I + \Sigma U_R, \qquad [7,11]$$

en posant

$$U = W_G/It. \qquad [7,12]$$

U_G est la *force électromotrice* du générateur, déjà introduite au par. 6-6-b, comme travail effectué par le champ électromoteur sur une charge positive unité.

b) En particulier, supposons que le circuit extérieur soit formé uniquement par des résistances ohmiques. On a :

$$U = (R + R_G) I. \qquad [7,13]$$

Cette relation est appelée parfois loi de POUILLET.

—o— La *figure 7-4* montre comment on peut vérifier cette loi. S est une source de f. é. m. U, supposée constante, et de résistance intérieure R_G, A un ampèremètre. On donne à la résistance extérieure constituée pratiquement par la résistance du rhéostat Rh (car les fils de connexion et l'ampèremètre ont une résistance négligeable), les valeurs *connues* R_1, R_2, R_3, ... et on note les intensités I_1, I_2, I_3, ... correspondantes. Il faut vérifier que :

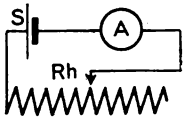


FIG. 7-4. — Dispositif pour la vérification de la loi de POUILLET.

$$(R_1 + R_G) I_1 = (R_2 + R_G) I_2 = \ldots = U;$$

R_G est généralement inconnue; mais écrivons l'équation [7,13] sous la forme :

$$\frac{1}{I} = \frac{R + R_G}{U}.$$

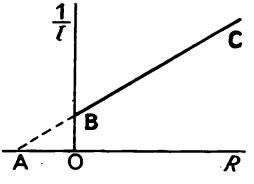


FIG. 7-5. — Variation de l'inverse $1/I$ de l'intensité débitée par un générateur de force électromotrice constante, en fonction de la résistance extérieure R.

Si l'on porte $x = R$ en abscisse et $y = 1/I$ en ordonnée, la courbe $y = f(x)$ est une droite BC (*fig. 7-5*). Comme pour $y = 0$, on a $x = -R_G$, le segment AO représente la résistance intérieure de la pile (ou plus exactement la somme des résistances de la pile et de l'ampèremètre).

Il arrive parfois que l'expérience ne semble pas vérifier la loi de POUILLET : c'est qu'alors la f. é. m. U n'est pas constante (voir par. 6-6-b).

c) En comparant les relations [7,9] et [7,11], on voit qu'entre la f. é. m. U d'un générateur et la d. d. p. $V_A - V_B$ entre ses bornes existe la relation :

$$[7,14] \qquad V_A - V_B = U - R_G I.$$

Elle traduit ce qu'on appelle parfois la *loi d'*OHM *appliquée au cas des générateurs.*

La d. d. p. aux bornes est donc, en circuit fermé, toujours inférieure à la f. é. m. Elle tend vers celle-ci lorsque l'intensité du courant tend vers zéro, et lui est égale en *circuit ouvert.* On peut par suite mesurer la f. é. m. en utilisant un voltmètre électrostatique; une autre méthode sera indiquée ci-après (par. 7-7).

La formule [7,14] montre que si l'on fait croître progressivement l'intensité I, la chute de la tension $V = V_A - V_B$ entre les pôles est d'autant plus rapide que la résistance intérieure R_G du générateur est plus grande (*fig. 7-6*).

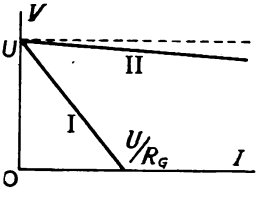


FIG. 7-6. — Différence de potentiel V aux bornes d'un générateur de force électromotrice U constante, en fonction de l'intensité I débitée. Courbe I : R_G relativement grand; Courbe II : R_G relativement faible.

—o— Disposons, en parallèle entre les pôles du générateur, un nombre progressivement croissant de lampes identiques. Ces lampes sont choisies de façon que chacune d'elles éclaire normalement quand elle est seule. Avec une batterie d'accumulateurs, dont la résistance intérieure est très faible, il faut ajouter beaucoup de lampes pour que leur éclat diminue d'une façon notable. Avec une pile faite d'éléments en nombre convenable pour obtenir la même f. é. m. U, mais dont la résistance R_G est plus grande, l'éclat des lampes baisse rapidement dès qu'on en ajoute à la première. (Il se peut d'ailleurs, dans ce cas, que U décroisse en fonction du temps, d'autant plus vite que I est plus grand.)

La d. d. p. aux bornes du générateur deviendrait nulle pour une valeur de l'intensité :

$$I = U/R_G.$$

Le circuit serait alors fermé sur une résistance extérieure négligeable devant R_G (*court-circuit*). Le plus souvent, d'ailleurs, une valeur du courant bien inférieure à la précédente détériore le générateur. Sur la courbe I de la *figure 7-6*, les valeurs de V au delà de $I = 10$ A, par exemple, sont dépourvues d'intérêt dans le cas d'accumulateurs ne pouvant supporter sans danger une intensité supérieure.

d) On tire de la formule [7,11], en supposant qu'il y a un seul récepteur dans le circuit :

$$[7,15] \qquad I = \frac{U - U_R}{R + R_G},$$

ce qui explique le nom de force *contre*-électromotrice donné à U_R.

—o— Une batterie d'accumulateurs S débite un courant I dans un circuit qui comprend en série (*figure 7-7*) un petit moteur électrique M et une lampe

L; une deuxième lampe L′ est placée en dérivation aux bornes du moteur; elle a une résistance assez grande pour que le courant I' qui la traverse soit, dans toute l'expérience, négligeable par rapport à I. On immobilise d'abord le moteur avec la main; la lampe L′ n'éclaire presque pas, tandis que L brille vivement. Si l'on abandonne le moteur, celui-ci présente, quand il tourne, une f. c. é. m. U_R, ce qui, d'après [7,5], diminue l'intensité I; mais la tension $V = U_R + RI$ aux bornes de M augmente : l'intensité lumineuse de L diminue et celle de L′ augmente.

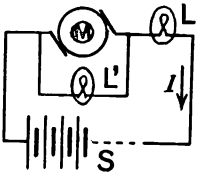


FIG. 7-7. — Quand le moteur tourne, l'intensité lumineuse de la lampe L diminue, celle de L′ augmente.

La formule [7,15] peut se généraliser. Dans un circuit sans dérivation, choisissons pour sens positif celui dans lequel circule le courant I. Comptons les f. é. m. comme positives lorsque le courant circule du pôle — au pôle + (générateur), comme négatives lorsqu'il va du + au — (récepteur). On a :

$$[7,15\ bis] \qquad I = \frac{\Sigma U}{\Sigma R}.$$

Si une suite de conducteurs de résistances R_1, R_2, ... joignant deux points M et N sont parcourus par un courant I (compté positivement de M vers N) et s'il existe entre M et N des forces électromotrices ou contre-électromotrices U, U', U'', ..., comptées positivement lorsqu'elles tendent à produire un courant positif, on a (compte tenu des f. é. m. de contact qui seront étudiées au chapitre 20);

$$[7,16] \qquad V_M - V_N = I\Sigma R - \Sigma U.$$

On retrouve la relation [7,15 *bis*] lorsque M et N sont confondus.

7-6. — Réseaux de conducteurs. Équations de KIRCHHOFF. Résistance équivalente.

a) Les notions acquises dans la première partie de ce chapitre et dans le précédent permettent d'aborder l'étude de circuits électriques quelconques, comprenant un certain nombre de générateurs, de récepteurs, de résistances, assemblés d'une manière plus ou moins compliquée, formant ce qu'on appelle un *réseau* de conducteurs (*fig. 7-8*). Les parties sans dérivation, telles que AB, se nomment les *branches*; les contours fermés de conducteurs, comme ABCA sont les *mailles*; les points tels que A, où aboutissent plusieurs conducteurs, sont les *nœuds* ou *points multiples*.

Les équations de KIRCHHOFF, dont nous allons parler, permettent de déterminer les intensités des courants continus qui circulent dans les diverses branches du réseau en régime permanent, les f. é. m. et les résistances étant données. Des cas particuliers de ce problème ont déjà été considérés (par. 6-3 et 6-9 à 6-11).

b) On choisit sur chaque branche un sens positif *arbitraire*, et l'on cont sidère une intensité comme positive si elle correspond à un courant circulan dans le sens choisi; comme on l'a signalé au paragraphe 6-3-b, il ne peut y

avoir nulle part accumulation d'électricité (en régime permanent); en tout point, il faut qu'il parte, dans un temps donné, une quantité d'électricité égale à celle qui arrive. On a donc en A, par exemple (*fig. 7-8*) :

$$I_3 - I_4 - I_1 = 0$$

et plus généralement, en chaque point multiple :

[7,17] $$\Sigma I = 0,$$

l'intensité I *relative à chaque fil étant, dans la somme* [7,17], *prise avec son signe ou le signe opposé, suivant que le sens positif choisi sur ce fil va vers le point multiple ou, au contraire, en vient.*

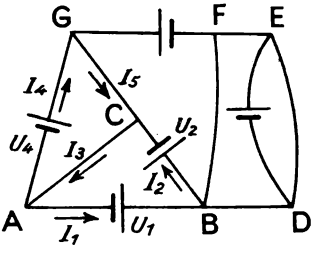


FIG. 7-8. — Exemple de réseau de conducteurs.

c) Considérons maintenant un circuit fermé quelconque du réseau, par exemple la maille AGBA (*fig. 7-8*) et parcourons-la dans un sens donné, par exemple celui des aiguilles d'une montre. Pour chaque branche, nous compterons *avec son signe le produit RI, si le sens de parcours coïncide avec le sens positif choisi sur cette branche;* nous compterons *positivement les f. é. m. ou f. c. é. m. U si elles tendent à élever le potentiel dans le sens de parcours sur la maille; et inversement.*

On a ainsi, pour la maille AGBA :

$$R_4 I_4 + R_5 I_5 - R_2 I_2 - R_1 I_1 = U_4 + U_2 - U_1,$$

et plus généralement, pour toute maille :

[7,18] $$\Sigma U = \Sigma RI,$$

les sommes étant prises algébriquement avec les conventions indiquées.

d) Les deux groupes de relations [7,17] et [7,18] constituent les *équations* de KIRCHHOFF. Si le réseau comprend n nœuds et b branches, il faut avoir b relations indépendantes pour déterminer toutes les intensités : celles-ci seront positives ou négatives, selon que les courants correspondants circulent dans le sens positif choisi sur la maille ou en sens inverse. Les équations [7,17] fournissent $n - 1$ relations indépendantes, la dernière d'entre elles étant impliquée par les précédentes. Il faudra donc choisir $b - (n - 1)$ circuits fermés auxquels s'appliqueront les équations de KIRCHHOFF, en ayant soin de prendre des circuits indépendants, c'est-à-dire tels que la relation [7,18] exprimée pour certains d'entre eux n'entraîne pas la même relation pour d'autres. Il existe toujours dans un réseau un nombre suffisant de relations indépendantes pour qu'on puisse calculer toutes les intensités.

Toutefois, il n'est pas toujours possible de fixer à priori le signe des f. é. m., car, selon le sens du courant qui passe dans une branche contenant certains appareils électrochimiques ou électromagnétiques, il peut se faire que ces appareils fonctionnent comme générateurs ou comme récepteurs. Il faut alors vérifier qu'il n'y a pas contradiction entre le sens obtenu pour le courant et le signe attribué à la f. é. m.

e) Les équations de KIRCHHOFF permettent de calculer dans le cas général la *résistance équivalente* (définie comme au paragraphe 6-9-b) d'une portion d'un réseau, comprise entre deux points A et B, qui contient seulement des résistances, mais pas de f. é. m. On dit alors qu'on a affaire à un *réseau passif*.

Un calcul plus rapide est souvent possible, lorsqu'on s'appuie sur certaines relations de symétrie dans la disposition des conducteurs. Par exemple, soit un réseau formé de 12 fils identiques, ayant chacun la résistance R_0, disposés suivant les arêtes d'un cube (*fig. 7-9*). Cherchons la résistance équivalente entre deux sommets opposés A et B. Numérotons les arêtes comme l'indique la figure. Soit I le courant qui arrive en A et sort en B. Par symétrie, on a, en A et en B :

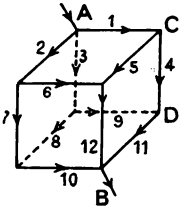


FIG. 7-9. — Résistance d'un réseau formé par les arêtes d'un cube.

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_{10} = I_{11} = I_{12} = \frac{I}{3}.$$

En C :

$$I_4 = I_5 = \frac{I_1}{2} = \frac{I}{6},$$

et on trouve la même valeur pour I_6, I_7, I_8 et I_9.

Le long du trajet ACDB, par exemple, on a :

$$V_A - V_B = \frac{R_0 I}{3} + \frac{R_0 I}{6} + \frac{R_0 I}{3} = \frac{5}{6} R_0 I.$$

La résistance équivalente a donc pour valeur :

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{5}{6} R_0.$$

7-7. — Mesure des forces électromotrices par la méthode d'opposition.

a) La *figure 7-10* représente schématiquement le montage utilisé, qui se compose d'un potentiomètre (par. 6-15-d) ACB alimenté par un générateur S_1, de f. é. m. U_1; entre les bornes B et C est disposée en dérivation une branche CS_2B, comportant un second générateur S_2, de f. é. m. U_2, et un galvanomètre G. Les pôles sont disposés de telle façon que les courants qu'enverraient dans cette branche les sources S_1 ou S_2, si chacune était seule, seraient de sens opposés, d'où le nom de la méthode.

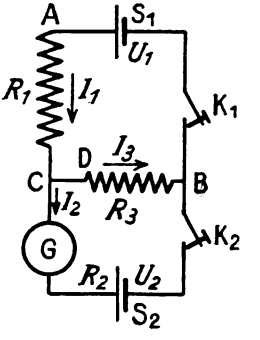


FIG. 7-10. — Méthode d'opposition.

Soient respectivement R_1, R_2, R_3 les résistances des branches BS_1AC, CS_2B et CDB; soient I_1, I_2, I_3 les intensités des courants qui les traversent. Le montage est réglé lorsque les résistances R_1 et (ou) R_3 sont choisies de telle façon que le galvanomètre ne dévie pas lorsque les interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés. Tant que le réglage n'est pas obtenu, on ne ferme K_2 que

pendant un temps très court, pour éviter de faire passer un courant trop intense dans G et surtout dans S_2.

La condition $I_2 = 0$ entraîne $I_3 = I_1 = \dfrac{U_1}{R_1 + R_3}$, d'où :

[7,19] $$U_2 = V_C - V_B = \frac{R_3}{R_1 + R_3} U_1.$$

La comparaison des f. é. m. U_1 et U_2 (ou encore celle de deux générateurs placés successivement en S_2, U_1 restant constant) se ramène donc à celle de deux résistances. On agit, le plus souvent, sur R_3, en maintenant $R_1 + R_2$ constante. L'incertitude relative sur la f. é. m. mesurée peut, avec des sources suffisamment stables, être inférieure à 10^{-4}.

b) Il est intéressant, pour discuter la sensibilité, d'appliquer les équations de KIRCHHOFF au cas où, dans le montage précédent, l'équilibre n'est pas réalisé.

Le réseau possède deux sommets C et B qui donnent tous deux la condition :

[7,20] $$I_1 = I_2 + I_3.$$

Il existe trois circuits fermés : BS_1CDB, $BDCS_2B$ et BS_1CS_2B, qui donnent respectivement les trois relations :

[7,21] $$I_1R_1 + I_3R_3 = U_1,$$

[7,22] $$-I_3R_3 + I_2R_2 = -U_2,$$

[7,23] $$I_1R_1 + I_2R_2 = U_1 - U_2.$$

Mais deux seulement de ces trois relations sont indépendantes, car la troisième, par exemple, s'obtient en ajoutant la seconde à la première. Au total, on a bien trois équations pour déterminer les inconnues I_1, I_2 et I_3.

En éliminant I_3 entre [7,20] et [7,22], puis I_1 entre la relation obtenue et [7,23], on obtient

[7,24] $$I_2 = \frac{R_3 (U_1 - U_2) - R_1 U_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}.$$

Cherchons, par exemple, comment le courant I_2 dans le galvanomètre est influencé par un réglage imparfait de R_3, la somme $R_1 + R_3$ étant maintenue constante.

Désignons par N et D respectivement le numérateur et le dénominateur de l'expression [7,24]. La variation dI_2 de I_2 correspondant à une variation dR_3 de R_3 est de la forme :

$$\frac{dI_2}{dR_3} = \frac{DN' - ND'}{D^2}$$

N' et D' désignant les dérivées de N et de D par rapport à R_3. A l'équilibre, $N = 0$, d'où :

$$\frac{dI_2}{dR_3} = \frac{N'}{D}.$$

Comme, en outre, $R_1 + R_3$ est constant, $\dfrac{d}{dR_3}[(R_3 + R_1)\, U_2] = 0$, d'où finalement :

[7,25] $$\frac{dI_2}{dR_3} = \frac{U_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}.$$

7-8. — Conséquences des équations de KIRCHHOFF.

Certaines propositions, qui ne sont que des corollaires des lois de KIRCHHOFF, sont néanmoins utiles à expliciter, car elles peuvent rendre service dans l'étude des réseaux de conducteurs.

a) *Thèorème de superposition.* — Les équations de KIRCHHOFF étant linéaires par rapport aux intensités et aux f. é. m., il en résulte que, dans un réseau de résistances données, la superposition de plusieurs régimes permanents réalisables est aussi un régime permanent réalisable. Il suffit d'ajouter, dans chaque branche, les intensités et les f. é. m. qui correspondent aux divers régimes. En particulier, l'intensité qui passe dans un fil quelconque est la somme des intensités qui passeraient dans ce fil si chaque f. é. m. du système était seule.

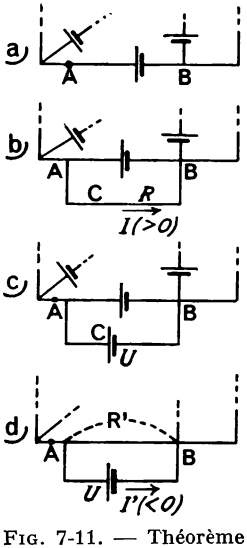


FIG. 7-11. — Théorème de THÉVENIN (on suppose $V_A > V_B$).

La résistance de chaque branche n'intervient dans les équations que par le produit RI; par suite, si l'intensité est nulle dans un fil, sa résistance n'intervient plus. On peut donc, sans modifier les intensités, supprimer tout fil où ne passe aucun courant, même si des f. é. m. y sont intercalées. Inversement, on peut ajouter tous les fils que l'on veut, pourvu qu'il n'y passe aucun courant.

b) *Théorème de* THÉVENIN. — Considérons deux points A et B d'un réseau de conducteurs (*fig. 7-11-a*), à l'intérieur duquel se trouvent des générateurs et où circulent des courants; soit $V_A - V_B$ leur différence de potentiel. Imaginons que l'on réunisse A et B par un conducteur ACB de résistance R (*fig. 7-11-b*) et proposons-nous de trouver l'intensité I du courant qui va passer dans ce conducteur.

Pour cela, supposons qu'on dispose sur le fil ACB (*fig. 7-11-c*), en opposition avec $V_A - V_B$, un générateur de f. é. m. U et de résistance intérieure négligeable, tel qu'il ne passe plus aucun courant dans ACB. Si nous prenons comme sens positif celui qui va de A vers B, le long du fil ACB, on doit avoir :

$$U = -(V_A - V_B).$$

On peut considérer le régime ainsi réalisé comme la superposition des deux suivants :

1° Le générateur placé sur ACB est seul; ceux du réseau sont supprimés, sans que les résistances soient modifiées (*fig. 7-11-d*) : si R' est la résistance équivalente du réseau entre A et B, l'intensité du courant dans ACB est :

$$I' = \frac{U}{R + R'} = -\frac{V_A - V_B}{R + R'}.$$

2° La pile extérieure est supprimée et les générateurs du réseau conservés (*fig. 7-11-b*); l'intensité du courant dans ACB est l'intensité cherchée I.

Quand on superpose ces deux régimes, les intensités s'ajoutent et on a :

$$I' + I = 0;$$

par suite :

[7,26] $$I = \frac{V_A - V_B}{R + R'}.$$

D'où le théorème : *Soit* $V_A - V_B$ *la d. d. p. entre deux points* A *et* B *d'un réseau quelconque; le courant débité dans un conducteur supplémentaire branché entre* A *et* B *est identique à celui qu'y produirait un générateur de f. é. m.* $U = V_A - V_B$ *et de résistance intérieure égale à celle du réseau entre* A *et* B. —o— On vérifie ce théorème en faisant varier R et en mesurant les valeurs correspondantes de I. Il existe une constante R', telle que $I(R + R') = C^{te}$.

e) Appliquons le théorème de THÉVENIN à l'étude d'un pont de WHEATSTONE légèrement déséquilibré. Soient respectivement x, $R + dR$, R_1 et R_2 les résistances des quatre branches MN, NP, MQ, QP (*fig.* 7-12), le pont étant équilibré lorsque $dR = 0$, ce qui suppose remplie la condition

[6,29] $$x = R\frac{R_1}{R_2}.$$

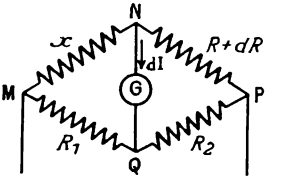


FIG. 7-12. — Pont de WHEATSTONE déséquilibré.

Pour évaluer l'intensité di, comptée positivement de N en Q, du courant qui passe dans le galvanomètre, dont la résistance est G, supposons d'abord le circuit coupé entre N et Q, et calculons dans ce cas la différence de potentiel $V_N - V_Q$. Un raisonnement analogue à celui du paragraphe 6-9 donne, en posant $V_M - V_P = V$:

$$V_M - V_N = V\frac{x}{x + R + dR}$$

$$V_M - V_Q = V\frac{R_1}{R_1 + R_2} = V\frac{x}{x + R} \qquad \text{(en tenant compte de [6,29]).}$$

D'où :

$$V_N - V_Q = Vx\left(\frac{1}{x + R} - \frac{1}{x + R + dR}\right)$$

$$\simeq V\frac{x.dR}{(x + R)^2},$$

si l'on suppose dR très petit vis-à-vis de R.

En faisant la même hypothèse, on trouve pour la résistance équivalente entre N et Q, si de plus celle de la branche BMS est négligeable (ce qui revient à confondre M avec P, en l'absence de la f. é. m.) :

$$R' \simeq \frac{xR}{x + R} + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}.$$

D'où enfin :

$$dI = \frac{V_N - V_Q}{G + R'}.$$

Soit, par exemple, $x' = R = R_1 = R_2$. Il vient :

$$V_N - V_Q = \frac{V}{4}\frac{dR}{R} \qquad \text{et} \qquad R' = R,$$

d'où

$$dI = \frac{V}{4(G + R)}\frac{dR}{R}.$$

d) *Théorème de réciprocité.* — Nous admettrons sans démonstration la proposition suivante : *Si un générateur de f. é. m. U, seul dans un réseau et placé dans une branche* 1, *envoie dans une branche 2 un courant d'intensité I, on obtient le même courant I dans la branche 1 si le générateur est placé dans la branche 2, sans que les résistances des branches soient modifiées.*

Le théorème de superposition permet de généraliser la proposition précédente : il peut exister dans le réseau d'autres f. é. m. que U; I représente alors la variation de courant que produit l'introduction de U, sans que les résistances des branches varient.

7-9. — Transfert de puissance.

Les considérations suivantes ont de l'importance, en particulier, dans les transports d'énergie électrique (voir aussi par. 22-19). Soient A et B deux points d'un réseau I équivalent, au sens du par. 7-6-b, à un générateur de f. é. m. U et de résistance intérieure R_G. Relions-les à un conducteur II quelconque, mais *passif*, c'est-à-dire ne comprenant qu'une résistance R, que nous supposerons ohmique (*fig. 7-13*).

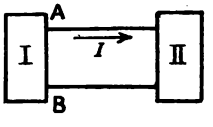


FIG. 7-13. — Transfert de puissance.

L'intensité du courant qui traverse II est :

$$I = \frac{U}{R + R_G}.$$

La puissance cédée par I à II est :

[7,27] $$\mathcal{P} = RI^2 = \frac{RU^2}{(R + R_G)^2}.$$

Si R_G est variable, il y a, pour augmenter $\mathcal{P}$, intérêt à la prendre aussi petite que possible. Si R est variable, on voit sur la formule [7,27] que $\mathcal{P}$ tend vers zéro pour les très petites ou les très grandes valeurs de R; entre ces limites, on trouve une valeur extrême pour :

$$\frac{d\mathcal{P}}{dR} = U^2\left[\frac{1}{(R + R_G)^2} - \frac{2R}{(R + R_G)^3}\right] = 0,$$

donc pour :

[7,28] $$R = R_G.$$

La valeur correspondante de $\mathcal{P}$ est :

[7,29] $$\mathcal{P}_m = \frac{U^2}{4R_G}.$$

Elle représente un maximum, comme on le vérifie en calculant $\frac{d^2\mathcal{P}}{dR^2}$ pour $R = R_G$.

Ainsi, *la puissance cédée au circuit passif est maximum lorsque sa résistance est égale à la résistance interne du générateur.*

Le rapport :

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_m} = \frac{4RR_G}{(R + R_G)^2}$$

varie d'ailleurs peu au voisinage de $R = R_G$, de sorte que la condition [7,28] n'a pas besoin d'être très exactement satisfaite.

On remarque que la puissance totale dépensée dans l'ensemble des circuits est égale à :

$$UI = \frac{U^2}{R + R_G}.$$

Pour $R = R_G$, elle se répartit par moitiés dans le circuit passif et dans le générateur.

Application : soit une pile de DANIELL (par. 21-8), pour laquelle $U \simeq 1$V et $R_G = 2\,\Omega$ (par exemple) : la puissance maximum correspondrait à $I = 0{,}25$ A et serait d'un quart de watt. Dans les accumulateurs et les dynamos, R_G est très faible (petite fraction d'ohm), et c'est l'intensité maximum tolérable (en raison de l'effet JOULE) qui limite la puissance.

7-10. — Groupements de générateurs.

Soient U_1, U_2, U_3, ... leurs f. é. m., R_1, R_2, R_3, ... leurs résistances intérieures.

a) Associons les générateurs *en série*, de façon que le pôle positif de chacun d'eux soit relié au pôle négatif du suivant (*fig. 7-14*). En circuit fermé, ils sont traversés par le même courant et s'ils débitent sur une résistance R, la seconde loi de KIRCHHOFF donne :

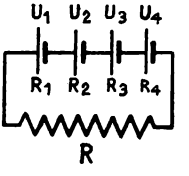


FIG. 7-14. Générateurs en série.

[7.30]
$$U_1 + U_2 + U_3 + \ldots = (R + R_1 + R_2 + R_3 + \ldots)\, I.$$

L'ensemble se comporte comme un générateur dont la f. é. m. est la somme des f. é. m. associées et dont la résistance intérieure est la somme de celles des générateurs. Il faut limiter supérieurement l'intensité débitée à la plus faible des valeurs limites supportées par les divers générateurs. Toutes ces propositions restent vraies si le circuit extérieur est plus complexe qu'une simple résistance ohmique.

Si l'on associe m générateurs identiques, de f. é. m. U et de résistance R_i, la formule [7,30] devient :

[7,30 *bis*] $$mU = (R + mR_i)\, I.$$

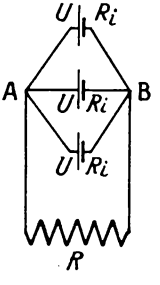


FIG. 7-15. Générateurs en parallèle.

b) Associons les générateurs *en parallèle* en les réunissant par leurs pôles de même nom (*fig. 7-15*). On constitue ainsi un circuit dans lequel, à moins que les f. é. m. soient égales, il passe un courant inutile et même parfois dangereux pour les sources.

Aussi ce groupement n'a-t-il d'intérêt que s'il porte sur des générateurs identiques. La d. d. p. entre les pôles A et B en circuit ouvert est alors égale à la f. é. m. U commune aux générateurs. Chacun des n générateurs est, en circuit fermé, traversé par une fraction $1/n$ du

courant total. Dans le cas particulier où le circuit extérieur se compose d'une résistance ohmique R, on a :

$$U = \left(R + \frac{R_i}{n}\right) I. \qquad [7,31]$$

c) Groupons maintenant des générateurs *identiques*, de façon à former m branches en parallèle, chaque branche contenant n générateurs en série (*fig. 7-16*). L'ensemble équivaut à un générateur de f. é. m. égale à nU et de résistance intérieure $\frac{nR_i}{m}$. L'intensité débitée sur une résistance extérieure R est :

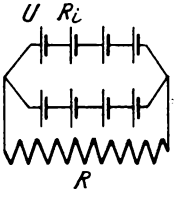


FIG. 7-16. — Association de $m = 2$ groupes en parallèle formés chacun de $n = 4$ générateurs en série.

$$I = \frac{nU}{R + \frac{nR_i}{m}} = \frac{mnU}{mR + nR_i}. \qquad [7,32]$$

Si l'on fait varier m et n, leur produit étant donné, I est maximum quand le dénominateur de [7,32] est minimum, car le numérateur est constant. Ce dénominateur est la somme de deux termes dont le produit $mnRR_i$ est constant, pour un circuit extérieur déterminé; il est donc minimum quand ces termes sont égaux, c'est-à-dire pour :

$$R = \frac{nR_i}{m}.$$

On retrouve la condition générale du par. 7-9. Si la résistance R du circuit extérieur est grande devant R_i, il vaut mieux grouper tous les générateurs en série. Si $R \ll R_i$, il vaut mieux les associer en parallèle.

CHAMP MAGNÉTIQUE
INDUCTION

CHAPITRE 8

CHAMPS ET MOMENTS MAGNÉTIQUES

8-1. — Aimants.

a) Un *aimant* est un morceau d'acier qui, à la suite d'un traitement spécial, a acquis la propriété d'attirer le fer, d'être orienté par la Terre (s'il est mobile autour de son centre de gravité), d'attirer ou de repousser d'autres aimants. On donne aux aimants des formes très diverses : barreau, aiguille, fer à cheval, etc.... Il existe des oxydes de fer naturels (pierres d'aimants), ayant les mêmes propriétés.

Considérons, en particulier, un aimant en forme de parallélépipède allongé (barreau ou aiguille). L'expérience montre qu'en général ses propriétés magnétiques[1] paraissent localisées vers les extrémités, dans deux régions qu'on appelle les *pôles*.

—o— Si l'on plonge le barreau dans la limaille de fer, il emporte, aux deux extrémités, deux houppes de limaille, qui manifestent l'attraction du fer par l'aimant et montrent que cette attraction paraît localisée dans la région des deux pôles (*fig. 8-1*).

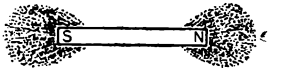


FIG. 8-1. — Houppes de limaille sur un barreau aimanté.

Quand le barreau est très long par rapport à ses dimensions transversales et « régulièrement aimanté », ses pôles se trouvent très près des deux extrémités et peuvent, en première approximation, être considérés comme deux points N et S.

Dans l'expérience précédente, rien ne permet de distinguer un pôle de l'autre.

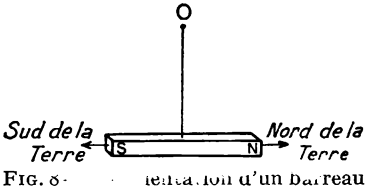


FIG. 8- ... ientation d'un barreau aimanté dans le champ terrestre.

—o— Mais suspendons une aiguille aimantée à un fil sans torsion appréciable, ou disposons la sur un pivot de façon qu'elle soit horizontale et puisse tourner librement dans le plan horizontal (*fig. 8-2*) : elle s'oriente à peu près du nord au sud et ce dispositif constitue une boussole. Si on retourne l'aiguille bout pour bout, elle abandonne sa nouvelle position, pour revenir vers l'ancienne, dans laquelle elle se fixe à nouveau après quelques oscillations.

C'est donc toujours le même pôle N qui va vers le nord du globe : on l'appelle le *pôle nord*; l'autre S est appelé le *pôle sud*. La droite SN est appelée *axe magnétique* de l'aimant.

1. Du grec *magnès*, aimant.

b) Les pôles de deux barreaux différents agissent les uns sur les autres : *les pôles de même nom se repoussent et les pôles de noms contraires s'attirent.*
—o— On approche de l'aiguille de boussole NS un barreau tenu à la main. On constate que le pôle sud repousse S et attire N.

Ces actions (forces magnétiques) peuvent se rapprocher de celles qui interviennent entre charges électriques, chaque pôle étant *supposé* porter une « masse magnétique » nord (positive) ou sud (négative). L'orientation des aimants, rappelant celle d'un dipôle électrique dans un champ électrique uniforme (par. 2-17), peut être considérée comme résultant de forces magnétiques égales et opposées, agissant sur les deux pôles de l'aimant, dont les masses magnétiques, égales et opposées, sont placées dans un *champ magnétique* uniforme (en un lieu donné), le *champ terrestre.* Ce dernier n'a pas son équivalent en électrostatique; mais un champ magnétique ayant des propriétés de même nature existe au voisinage de tout aimant et de toute charge électrique en mouvement (par. 6-1).

c) On peut transformer temporairement en aimant une pièce de fer primitivement non aimantée.
—o— L'une des extrémités d'un clou C est amenée au contact ou à proximité d'un aimant A (*fig. 8-3*). On constate que l'autre extrémité de C attire la limaille de fer; cette attraction cesse (ou diminue très fortement) lorsqu'on éloigne l'aimant A. Le clou avait acquis une *aimantation induite.* L'action d'un aimant sur la limaille s'explique de même : chaque grain se transforme en un petit aimant et agit sur les grains voisins.

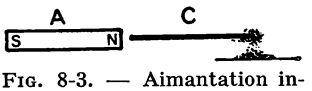


FIG. 8-3. — Aimantation induite, manifestée par l'attraction de la limaille.

—o— Deux aiguilles étant suspendues côte à côte par deux fils fins attachés au même point et pendant verticalement (*fig. 8-4 a*), s'écartent l'une de l'autre lorsqu'on place un pôle d'aimant au-dessous de leurs extrémités libres (*fig. 8-4 b*).

Une aimantation permanente très marquée est conservée par certaines pièces d'acier, après qu'elles ont été placées dans un champ magnétique intense. Nous y reviendrons au chapitre 15. L'aimantation est dite *rigide* quand on peut la considérérer comme pratiquement indépendante du champ dans lequel se trouve l'aimant.
—o— On peut encore donner une aimantation permanente à une aiguille d'acier, en la frottant plusieurs fois de suite, dans le même sens, avec le bout d'un aimant (voisin d'un de ses pôles).

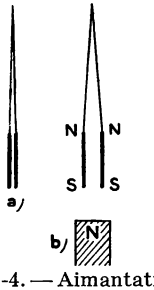


FIG. 8-4. — Aimantation induite, manifestée par les répulsions mutuelles.

Ces expériences et d'autres, comme celle de l'aimant brisé (par. 8-2-a), conduisent à comparer les aimants aux milieux polarisés électriquement (chap. 4) : le fer doux, aux diélectriques parfaits; l'acier, aux électrets ou à la tourmaline. Les résultats déduits de l'hypothèse de la polarisation dans le cas des diélectriques peuvent être transposés, comme nous le verrons, au cas des aimants.

8-2. — Différences essentielles entre l'électrostatique et le magnétisme.

Il est indispensable de bien tenir compte des points suivants :

a) On ne connaît en magnétisme aucun phénomène analogue à la conduction électrique; et, contrairement à ce qui se passe pour l'électricité, il est impossible d'isoler des masses magnétiques d'un signe déterminé.

—o— Si l'on brise un barreau aimanté SN (*fig. 8-5-a*), les deux morceaux obtenus sont encore des aimants S_1N_1 et S_2N_2, ayant chacun deux pôles qui attirent la limaille de fer, et peuvent comme le premier s'orienter dans le champ terrestre, ou agir sur d'autres aimants. Chacun de ces aimants en donne à son tour de nouveaux, si on le brise. En replaçant bout à bout S_1N_1 et S_2N_2, on reconstitue l'aimant primitif, les pôles intermédiaires se neutralisant (si le contact est assez bon). La disposition de la *figure 8-5-b* donnerait un aimant présentant un pôle sud à chaque extrémité, et un pôle nord en son milieu.

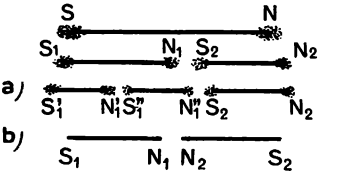


FIG. 8-5.
Expérience de l'aimant brisé.

—o— On peut fabriquer un tel aimant d'une seule pièce, avec une aiguille à tricoter, par exemple, comme il sera indiqué au par. 15-9.

b) D'autre part, la position même des pôles d'un aimant et leur distance ne sont pas accessibles à une expérience précise; mais seules le sont la direction de l'axe magnétique, ainsi que la grandeur du « moment magnétique », qui sera défini ci-après. Il peut donc paraître préférable de ne faire intervenir que celles-ci dans les raisonnements, et de laisser entièrement de côté les masses magnétiques, que les théories modernes conduisent d'ailleurs à considérer comme n'ayant pas d'existence réelle (voir par. 8-11). S'il nous arrive d'utiliser cette notion, parce qu'elle permet un langage plus intuitif ou plus rapide, et surtout une transposition immédiate au cas du magnétisme de calculs et de résultats importants établis en électrostatique, il conviendra de ne pas oublier son caractère conventionnel.

c) Cette transposition appelle encore une précision importante : alors que les moments et les champs électriques sont représentables par des vecteurs *polaires*, nous verrons (par. 8-9) que les moments et les champs magnétiques doivent être représentés par des vecteurs *axiaux* (Tome I, par. 4-9). Cela veut dire que les premiers ont, comme les forces ou les vitesses linéaires, même caractères de symétrie qu'un cône de révolution, tandis que les derniers ont, comme les moments des couples et les vitesses de rotation, même caractère de symétrie qu'un cylindre tournant autour de son axe. Nous avons déjà utilisé au tome I le symbole $\overset{\curvearrowright}{\mathfrak{V}}$ pour distinguer les vecteurs axiaux des vecteurs polaires $\vec{\mathfrak{V}}$.

8-3. — Aimant dans un champ magnétique *H* uniforme. Moment magnétique « coulombien » *j*.

a) Voyons comment on peut préciser les notions fondamentales du magnétisme sans faire intervenir la masse magnétique. Nous avons rappelé qu'un barreau aimanté placé dans le champ magnétique terrestre s'oriente, sans translation horizontale. D'autre part, l'expérience montre que le poids d'un barreau ne change pas lorsqu'on l'aimante. Ainsi, le champ magnétique terrestre n'exerce pas de force sur un aimant (pas de composante horizontale, ni de composante verticale), mais seulement un couple.

—o— On peut mesurer, par exemple, ce couple dans le champ terrestre (ou plus aisément dans sa composante horizontale), par une méthode statique, en lui opposant un couple antagoniste créé par la torsion d'un fil vertical (tome I, par. 4-8), comme dans la balance de Coulomb utilisée en électrostatique (par. 1-6). On trouve que le moment du couple qu'il faut exercer sur le barreau pour le maintenir dans un azimut θ à partir de sa position d'équilibre (*fig. 8-6*) varie suivant la loi :

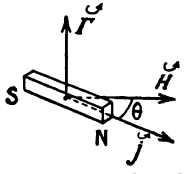


Fig. 8-6. — Couple agissant sur un aimant placé dans un champ magnétique.

$$[8,1] \qquad \Gamma = C \sin\theta.$$

Il est maximum et égal à C pour $\theta = \pi/2$.

—o— On peut aussi, pour mesurer C, utiliser une méthode dynamique. Plaçons le barreau dans un étrier de cuivre suspendu à l'aide d'un fil sans torsion (fil de cocon par exemple), de façon qu'il soit horizontal. Il est alors orienté suivant la direction sud-nord du champ magnétique terrestre, qu'on appelle aussi direction du *méridien magnétique*. Écartons l'aimant dans un plan horizontal, à partir de sa position d'équilibre, d'un angle θ. L'équation de son mouvement est (tome I, par. 14-7) :

$$-C\sin\theta = K\frac{d^2\theta}{dt^2},$$

K désignant le moment d'inertie du barreau par rapport à l'axe de rotation. Si l'angle θ est assez petit, on peut écrire :

$$-C\theta = K\frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Cette dernière équation est celle d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal (tome III, par. 4-2) :

$$\theta = \theta_m \sin\omega t,$$

dont la pulsation est :

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{K}}$$

et la période :

$$[8,2] \qquad T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\frac{K}{C}}.$$

—o— En mesurant la période des petites oscillations d'un même barreau aimanté en divers points d'un espace tel que celui d'une salle d'expérience, on trouve la même valeur (loin des aimants artificiels et des masses de fer); le champ magnétique terrestre (ou plutôt sa composante horizontale, qui intervient seule ici) peut donc être regardé comme uniforme dans cet espace. En des endroits plus éloignés, la période des oscillations d'un aimant donné peut changer, le champ terrestre n'étant plus exactement le même.

b) Numérotons 1 et 2 deux barreaux aimantés et mesurons les couples maximums auxquels ils sont soumis, soient C_1 et C_2 au point P, C'_1, C'_2 au point P′ (*fig. 8-7*). Lorsque l'aimantation est rigide, on constate que

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C'_1}{C'_2}.$$

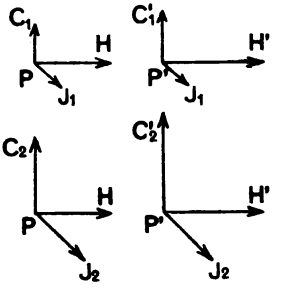


FIG. 8-7. — Couple maximum $C = jH$ (C est représenté par un vecteur : voir tome I, par. 4-9).

On peut admettre que ces rapports, constants en un même point, sont ceux de deux grandeurs j_1 et j_2 caractérisant les deux aimants, et considérer chacune de ces grandeurs comme représentable par un vecteur axial, ayant pour direction et sens ceux de l'axe magnétique de l'aimant correspondant. Le vecteur $\overset{\curvearrowright}{j}$ est appelé *moment magnétique coulombien*[1]. Les unités servant à l'évaluer seront définies au par. 8-7 b. Son point d'application n'étant pas déterminé, $\overset{\curvearrowright}{j}$ est un vecteur *libre*, au sens donné à ce terme au par. 1-5 du tome I.

c) D'après ce qui précède, les rapports des couples maximums exercés en deux points fixes sur un même aimant ne dépendent pas du choix de celui-ci :

$$\frac{C_1}{C'_1} = \frac{C_2}{C'_2}.$$

On est conduit à admettre que ces rapports sont égaux à celui H/H' des modules de deux grandeurs vectorielles, caractérisant l'état de l'espace en P et P′, et qui sont les *champs magnétiques* en ces points. Les directions de ces vecteurs sont, par définition, celles qu'ils tendent à faire prendre aux axes magnétiques des barreaux sur lesquels ils agissent. Ce qui précède suppose toutefois que, dans tout l'espace qu'occupe chaque barreau, le champ peut-être considéré comme uniforme (cf. par. 5-10 a). Les unités de champ seront définies au par. 8-6 c.

d) Comparons maintenant les couples C_1 et C'_2 subis par les deux barreaux placés l'un en P, l'autre en P′ :

$$\frac{C_1}{C'_2} = \frac{C_1}{C_2}\frac{C_2}{C'_2} = \frac{j_1}{j_2}\frac{H}{H'}.$$

1. L'adjectif « coulombien » distingue $\overset{\curvearrowright}{j}$ d'un autre moment magnétique, dit « ampérien » qui sera défini au par. 12-9. Les vocables *coulombien* et *ampérien* ont été recommandés par la Commission électrotechnique internationale.

On peut donc écrire : $C = kjH,$

la constante k dépendant des unités choisies, tant pour j que pour H. En posant arbitrairement $k = 1$, on fixe l'unité de moment magnétique, si celle de champ magnétique est choisie. On a alors

[8,3] $$C = jH.$$

N. B. — Au champ et au moment magnétique *rationalisés* que nous considérons correspondent, en langage non rationalisé, un champ $\hat{H} = 4\pi H$ et un moment $\check{j} = j/4\pi$. D'où :

[8,3*] $$C = jH = \check{j}\hat{H}.$$

En combinant les relations [8,1] et [8,3], on obtient :

[8,4] $$\Gamma = jH \sin\theta.$$

8-4. — Champ magnétique d'un aimant.

a) On peut étudier le champ produit par un aimant ou un système d'aimants (combiné avec le champ terrestre, si ce dernier n'est pas comparativement négligeable), en utilisant une aiguille aimantée, dite *magnétomètre*, de dimensions assez petites pour que le champ soit pratiquement uniforme dans la région où elle se trouve.

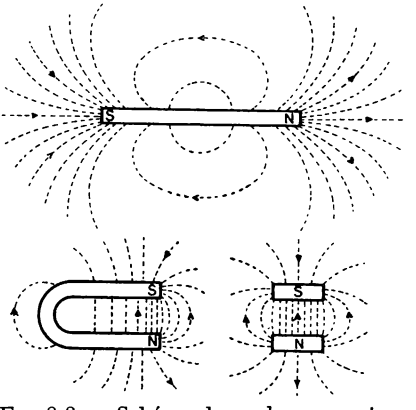


FIG. 8-8. — Schéma de quelques spectres magnétiques : *a*) barreau droit régulièrement aimanté; *b*) aimant en U à plat; *c*) aimant en U, de bout.

Libre de s'orienter, une telle aiguille se place, en chaque point, tangentiellement à la *ligne de champ*, telle qu'on l'a définie au par. 2-3 :

—o— Sur une plaque horizontale de carton ou de verre posée sur un aimant, saupoudrons de la limaille de fer (bien exempte de graisse) contenue dans un tamis. En frappant des coups légers sur la plaque, on fait sauter la limaille, qui s'oriente en l'air et retombe alignée en files plus ou moins nettes. Les grains, qui sont plus ou moins allongés, s'aimantent en effet par influence et se disposent tangentiellement aux lignes de champ, ou à la projection de celles-ci sur le plan de la plaque.

On obtient ainsi des *spectres magnétiques* analogues aux spectres électriques du par. 2-3, mais souvent beaucoup mieux dessinés. Les *figures 8-8* ci-contre et *8-9* à *8-11* (planches 1 et 2) en donnent quelques exemples. En particulier, les lignes de champ entre les pôles d'un aimant en fer à cheval sont parallèles : le champ magnétique y est uniforme.

b) Le champ magnétique créé par un aimant peut se calculer par des formules analogues à celles qui ont été établies pour les corps polarisés électriquement. En particulier, le champ, à une distance grande devant les

dimensions de l'aimant, est analogue à celui d'un dipôle. Les expériences de GAUSS, que nous allons décrire, démontrent cette analogie, en même temps qu'elles donnent une méthode de mesure des moments magnétiques des barreaux aimantés trop gros pour qu'on puisse leur appliquer les méthodes de torsion ou d'oscillation.

8-5. — Expériences de GAUSS.

—o— Un très petit barreau aimanté (*magnétomètre*) est suspendu horizontalement en O (*fig. 8-12*) à un fil sans torsion. On l'abrite des courants d'air par une cage de verre; ses rotations sont mesurées par la méthode de POGGENDORFF (tome I, par. 2-15). Il s'oriente d'abord sous l'influence de la composante horizontale $\mathcal{H}$ du champ magnétique terrestre, dans la direction x'x.

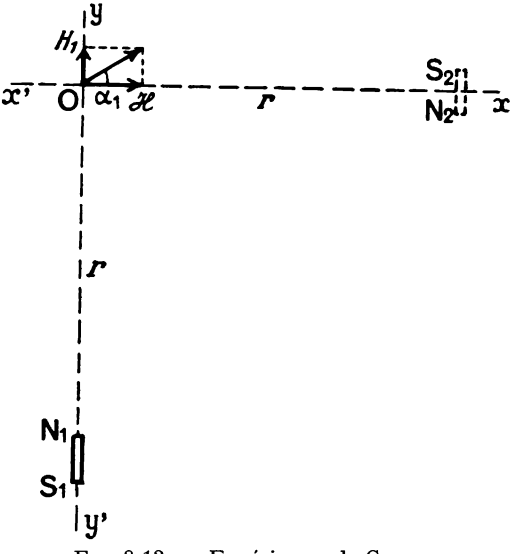


FIG. 8-12. — Expériences de GAUSS.

Le barreau aimanté à étudier est ensuite placé en N_1S_1, dans le même plan horizontal que le magnétomètre, de façon que son moment magnétique ait la direction y'y normale à x'x, et que son centre soit situé à une distance r de O grande devant sa longueur. Le champ H_1 qu'il crée en O est dirigé suivant Oy. Il se compose vectoriellement avec le champ $\mathcal{H}$, le champ résultant faisant avec Ox l'angle α_1 tel que :

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{H_1}{\mathcal{H}}.$$

Le magnétomètre tourne de l'angle α_1, ce qui permet de déterminer H_1; on trouve que ce champ est proportionnel à j et à $\frac{1}{r^3}$, donc de la forme :

$$H_1 = k_1 \frac{j}{r^3}, \qquad [8,5]$$

analogue à [2,63].

Dans une seconde expérience, on transporte le barreau parallèlement à lui-même en N_2S_2 de façon que son centre soit sur x'x, à la distance r de O. Le champ H_2 qu'il produit est encore dirigé suivant Oy, et le magnétomètre fait avec Ox un angle α_2 tel que $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{H_2}{\mathcal{H}}$.

On trouve :

[8,6] $$H_2 = k_2 \frac{j}{r^3},$$

formule analogue à [2,64]. La constante k_2 est, avec une incertitude de l'ordre de $\frac{1}{1\,000}$, égale à $k_1/2$, comme dans le cas de l'électrostatique.

Les actions magnétiques produites par un petit aimant sont donc bien, comme celles qu'il subit, comparables à celles produites ou subies par un dipôle électrique.

8-6. — Champ magnétique des courants.

a) L'expérience d'Oersted (par. 6-7 c) indique qu'un courant électrique crée dans l'espace qui l'entoure un champ magnétique $\overset{\smile}{H}$. Ce champ a les mêmes propriétés que celui d'un aimant, et peut être étudié de la même façon. On trouve qu'en un point donné, et pour une position fixe du circuit parcouru par le courant, $\overset{\smile}{H}$ est constant en direction, et proportionnel à l'intensité I du courant.

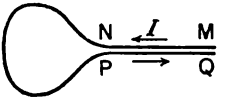


Fig. 8-13. — L'ensemble des fils MN et PQ produit un champ sensiblement nul.

Le champ conserve sa direction et sa grandeur, mais change de sens lorsque le courant, gardant la même intensité, circule en sens inverse dans le circuit inchangé. Il en résulte que toute portion de circuit formée par deux fils accolés et parcourus en sens contraires par le même courant, tels que MN et PQ (*fig. 8-13*), produit un champ sensiblement nul.

Nous reviendrons au par. 8-9 sur la correspondance qui existe entre le sens du courant et celui du champ.

—o— Soit un magnétomètre SN mobile dans un plan horizontal, et orienté sous l'action du champ terrestre, de composante horizontale $\mathcal{H}$; disposons au-dessus de lui, normalement à sa direction (*fig. 8-14*) un long fil conducteur rectiligne horizontal F. Lorsqu'on fait passer dans ce fil un courant I, la position d'équilibre du magnétomètre ne change pas (il peut toutefois se retourner bout pour bout, si le courant est assez intense, et d'un sens convenable); ceci prouve que le champ H créé par le courant a même direction que $\mathcal{H}$.

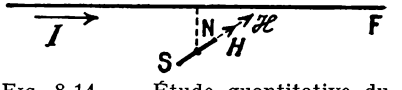


Fig. 8-14. — Étude quantitative du champ d'un conducteur rectiligne.

D'après [8,3], la période des petites oscillations du magnétomètre est, en l'absence de courant :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{j\mathcal{H}}},$$

j étant son moment magnétique coulombien et K son moment d'inertie.

Lorsque le courant passe, elle devient :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{j(\mathcal{H} + H)}}.$$

On en déduit :

[8,7] $$H = \frac{4\pi^2 K}{j}\left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}\right).$$

On trouve que la quantité $\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}$ est proportionnelle à l'intensité du courant, ce qui montre que H l'est aussi.

En inversant le sens du courant, on vérifie que H change de signe.

b) On peut étudier la topographie du champ magnétique des courants *intenses* (plusieurs dizaines d'ampères) en réalisant leurs *spectres magnétiques* au moyen de limaille de fer, comme on l'a indiqué pour les aimants (par. 8-4).

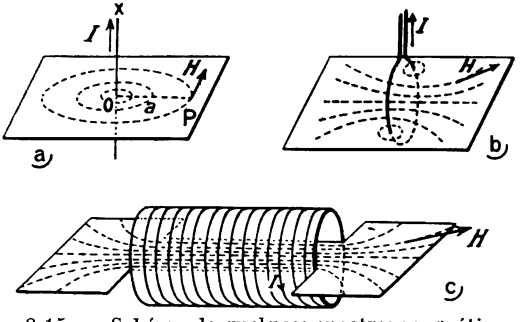


FIG. 8-15. — Schéma de quelques spectres magnétiques :
a) courant rectiligne indéfini; *b*) spire circulaire; *c*) solénoïde.

Les *figures 8-15 et 8-16* (planche 2) représentent les résultats obtenus dans des cas importants.

On constate toujours que les lignes de champ sont des courbes fermées, chacune d'elles entourant au moins un fil parcouru par le courant. De plus, au voisinage immédiat d'un fil, les lignes du champ ont sensiblement la forme de circonférences, dont le plan est normal à la direction du fil (*figure 8-16*, planche 2).

Les *électro-aimants* sont des bobines à noyau de fer permettant de créer, lorsqu'on les « excite », c'est-à-dire lorsqu'on y fait passer un courant, les champs magnétiques parfois très intenses nécessaires à certaines expériences (voir par. 15-15).

c) De ce que les lignes de champ d'un courant sont des courbes fermées, il résulte que le champ H ne dérive pas d'un potentiel uniforme. Si nous déplaçons suivant une telle ligne fermée quelconque un petit aimant, le travail total du champ est bien nul après un tour, par suite de la présence simultanée de pôles opposés. Mais, malgré l'impossibilité d'isoler ces pôles, on peut faire en sorte qu'un seul d'entre eux soit soumis à l'action du champ magnétique : on constate alors que ce pôle peut tourner indéfiniment suivant une ligne de champ, effectuant ainsi un travail contre les frottements.

—o— Le courant d'un accumulateur pénètre par la tige de cuivre F (*fig. 8-17*), suivant l'axe d'un vase de verre V, dans une solution saturée de sulfate de cuivre; il en sort par un anneau de cuivre A. Un disque de liège D, convenablement lesté, sert de support au barreau NS fortement aimanté, dont le pôle N, qui émerge, est seul soumis au champ du courant passant dans F. On constate que l'aimant tourne autour de F, dans un sens qui dépend de celui du courant, aussi longtemps que dure celui-ci.

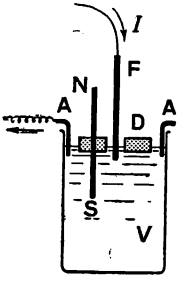


FIG. 8-17. — Rotation du pôle d'aimant N dans le champ du courant *I*.

On peut donc écrire, pour la circulation du vecteur H le long d'une ligne de champ fermée :

[8,8] $$\oint H \, dl \neq 0,$$

contrairement à l'égalité [2,18] applicable au champ électrostatique. On verra au par. 9-8 que l'intégrale [8,8] a une valeur bien définie.

8-7. — Unités de champ et de moment magnétique.

a) On appelle *solénoïde* un enroulement hélicoïdal de fil conducteur, le pas de l'hélice étant petit. Les spires sont donc rapprochées et, en première approximation, on peut considérer le solénoïde comme formé d'un ensemble de spires égales et coaxiales. Soient n le nombre de spires par unité de longueur, I l'intensité du courant dans le solénoïde. L'expérience montre qu'à l'intérieur du solénoïde, le champ H est sensiblement uniforme, parallèle à l'axe (*fig. 8-18*, planche 3), et que son module est de la forme

$$H = knI,$$

k étant une constante qui dépend du choix des unités.

b) Dans le système pratique, I s'évaluant en ampères et n en nombre de spires par mètre de longueur, l'unité du champ H a été choisie de telle façon que la constante k de la formule précédente soit égale à 1 :

[8,9] $$H = nI.$$

L'unité pratique de champ est donc l'*ampère par mètre* : c'est le champ à l'intérieur d'un solénoïde pour lequel $nI = 1$ A/m (par exemple, $I = 1$ mA et $n = 1\,000$ spires par mètre).

Voici quelques exemples de valeurs numériques de champs magnétiques : la composante horizontale de champ terrestre est, à Paris, de l'ordre de 16 A/m[1]. Entre les branches d'un bon aimant en U, le champ peut atteindre 10^4 A/m; entre les pôles d'un puissant électro-aimant, plus de 5.10^6 A/m.

En unités cohérentes, le champ non rationalisé a pour valeur, dans un solénoïde :

[8,9*] $$\hat{H} = 4\pi nI.$$

1. Ce qui correspond à un champ non rationalisé de 200 A/m, soit 0,20 oersted. Une étude du champ terrestre, ainsi que des mesures magnétiques, sera faite au tome VII.

L'unité C. G. S. E. M. de champ magnétique, qui pourrait être appelée le biot par centimètre, a reçu le nom d'*oersted*. On a donc

[8,10] $$1 \text{ A/}m = \frac{0{,}1}{100} \text{oersted} = 1 \text{ millioersted}$$

(formule à retenir).

c) L'unité pratique de moment magnétique (coulombien) est, d'après la formule [8,3], le moment d'un aimant qui dans un champ de 1 A/m est soumis à un couple de 1 N.m lorsqu'on l'écarte d'un angle droit à partir de sa position d'équilibre. C'est donc le newton x mètre carré par ampère. Nous verrons au par. 10-4-a qu'on peut également l'appeler weber-mètre.

L'unité C. G. S. E. M., de moment coulombien est, d'après la formule [8,3], l'erg par oersted; nous verrons qu'on peut aussi l'appeler maxwell. cm.

8-8. — Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit parcouru par un courant.

a) Si, dans un champ magnétique H uniforme (c'est-à-dire constant en grandeur, direction et sens) ou pratiquement tel dans la région de l'espace où se font les observations, on dispose (*fig. 8-19*) une spire plane C parcourue par un courant et pouvant s'orienter librement, on constate qu'elle se place de façon que son plan soit normal à la direction du champ, s'orientant ainsi comme le ferait un barreau aimanté dont l'axe magnétique serait normal au plan de la spire.

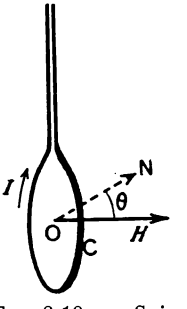


FIG. 8-19. — Spire plane, parcourue par un courant et mobile dans un champ H.

La spire étant dans le vide (ou pratiquement dans l'air), si on l'écarte d'un angle θ à partir de sa position d'équilibre dans le champ, elle est soumise à un couple de moment Γ, qu'on peut déterminer par une méthode d'équilibre ou par une méthode d'oscillations, comme dans le cas d'un aimant (par. 8-3). On trouve :

[8,11] $$\Gamma = \mu_0 HSI \sin\theta,$$

S étant la surface plane délimitée par la spire, I l'intensité du courant qui la traverse et μ_0 un facteur qu'on appelle la *perméabilité* du vide (voir par. 10-3). Dans le système pratique, l'unité servant à évaluer μ_0 est, d'après la relation [8,11], le newton par ampère-carré. Nous verrons (par. 11-1) que cette unité est appelée henry par mètre, et que celle du système C. G. S. E. M. est appelée gauss par oersted. Nous verrons aussi que la permittivité du vide a pour valeur

[10,11] $$\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7} \text{ H/m} = 4\pi \text{ gauss/oersted}.$$

En langage non rationalisé, la formule [8,11] s'écrit :

[8,11*] $$\Gamma = \overset{\vee}{\mu}_0 \hat{H} SI \sin\theta,$$

la perméabilité non rationalisée du vide étant $\overset{\vee}{\mu}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}$.

On peut, en équilibrant par un couple de torsion le couple électromagnétique qu'exprime la formule [8,11], repérer ou même mesurer l'intensité I (voir par. 12-11, principe des galvanomètres à cadre mobile).

—o— L'expérience peut se faire avec une spire C suspendue à deux fils formant bifilaire et servant à l'arrivée et au départ du courant. Cette spire est mobile autour d'un axe vertical et l'on fait agir sur elle la composante horizontale $\mathcal{H}$ du champ terrestre, ou encore un champ horizontal H, plus ou moins intense.

Lorsque la spire a tourné d'un angle θ à partir de la position qu'elle occupe quand elle n'est parcourue par aucun courant, le bifilaire exerce sur elle un couple de rappel calculable (voir tome III, par. 5-5-e).

b) Posons :

[8,12] $$j = \mu_0 SI;$$

la relation [8,11] s'écrit alors :

[8,13] $$\Gamma = jH \sin\theta.$$

Cette relation a la même forme que [8,4] : j est le moment coulombien du circuit d'aire S parcouru par un courant I; nous le considérerons commeune grandeur vectorielle de direction normale au plan de la spire; son sens sera indiqué au par. 8-10.

Un circuit quelconque, formé d'un ensemble de spires, de formes et de positions relatives constantes, parcourues par un courant constant, possède un moment magnétique bien déterminé : c'est un vecteur libre, résultante des moments des diverses spires.

Remarque. — Considérons un aimant A placé dans le vide et soumis à un champ pratiquement uniforme. Ce champ est créé par un système S, et, en vertu du principe d'égalité de l'action et de la réaction, le système de forces F que subit A est égal et opposé à celui F' qu'il exerce sur S.

On peut toujours imaginer un courant ou un ensemble de courants passant dans des circuits rigides C, qui soient soumis de la part de S aux mêmes forces F que A; ces courants exercent donc sur S les mêmes forces F' que A.

Plus généralement, on est conduit à admettre que, lorsqu'il y a équivalence entre un aimant et un circuit parcouru par un courant au point de vue des actions qu'ils subissent dans un champ magnétique quelconque, il y a aussi équivalence au point de vue des champs qu'ils créent.

Mais dans un milieu autre que le vide, et en particulier dans la matière de l'aimant, il y a lieu de tenir compte de phénomènes de polarisation magnétique, qui seront étudiés au chapitre 14.

8-9. — Symétrie axiale des champs et des moments magnétiques.

Nous avons déjà signalé une différence essentielle entre les grandeurs électrostatiques $\vec{p}$, $\vec{E}$ et les grandeurs magnétiques $\overset{\curvearrowright}{j}$, $\overset{\curvearrowright}{H}$: ainsi que l'indiquent les flèches qui les surmontent, les premières sont représentables

par des vecteurs polaires (cela a été établi aux par. 2-1 et 2-2), les secondes par des vecteurs axiaux, comme les moments mécaniques $\overset{\curvearrowright}{\Gamma}$ (cf. tome I, par. 4-9 et 7-12).

Cela s'explique, en particulier, en ce qui concerne le moment coulombien d'une spire circulaire parcourue par un courant, ainsi que le champ que cette spire crée sur son axe : elle a, en effet, les caractères de symétrie d'un cylindre de révolution tournant. Le même caractère de vecteurs axiaux appartient encore aux moments d'un courant ou d'un aimant quelconque, puisqu'on peut toujours imaginer un courant circulaire équivalent au point de vue des actions subies en un point donné. Il appartient aussi à un champ magnétique quelconque, qu'on peut toujours reproduire en un point donné à l'aide de courants circulaires convenables.

8-10. — Conventions relatives au sens des vecteurs axiaux. Produits vectoriels.

a) Nous avons signalé au tome I (par. 4-9) que le sens d'un vecteur axial résulte d'une convention *arbitraire* le rattachant au sens de rotation, autour de sa direction, du phénomène qui lui correspond. La convention admise, heureusement universelle, se traduit par l'une ou l'autre des règles équivalentes suivantes :

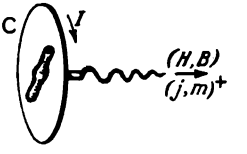


FIG. 8-20.
Règle du tire-bouchon.

1° *Règle du tire-bouchon, dite de* MAXWELL. — Le sens du vecteur axial est celui dans lequel progresse un tire-bouchon d'axe dirigé suivant ce vecteur, et dont le manche tourne dans le sens du phénomène que le vecteur représente.

En particulier, le sens du moment coulombien $\overset{\curvearrowright}{j}$ d'une spire plane de contour C parcourue par un courant I est lié par cette règle au sens de I (*fig. 8-20*).

La même règle s'applique au champ $\overset{\curvearrowright}{H}$ créé par ce courant, en un point intérieur à C.

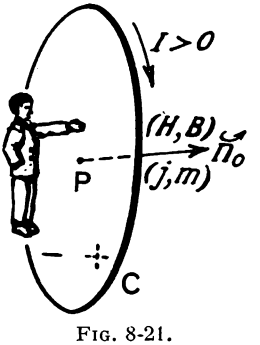


FIG. 8-21.
Observateur d'AMPÈRE.

2° *Règle de l'observateur d'*AMPÈRE. — Elle s'applique spécialement au cas d'un phénomène lié au passage d'un courant dans un circuit : l'observateur est supposé placé sur le circuit de façon que le courant *entre par ses pieds* et sorte par sa tête (*fig. 8-21*). Il *regarde le point P* (qu'on doit supposer voisin, si le circuit est de forme compliquée) où l'on veut déterminer le champ H produit par le circuit, *ou* encore l'*intérieur du circuit* (supposé plan, pour considérer un cas simple) dont on veut déterminer le moment j; les divers vecteurs axiaux dont nous venons de parler sont dirigés *vers la gauche* de l'observateur.

b) Lorsqu'on a à considérer une surface limitée au contour C, la face située à la gauche de l'observateur d'AMPÈRE est appelée, par convention, *face positive* ou *face nord*, car elle est située du côté du pôle nord de l'aimant

équivalent. La demi-normale positive $\overset{\curvearrowright}{n^{o1}}$ a donc le sens des vecteurs axiaux considérés ci-dessus.

c) On appelle *produit vectoriel* de deux vecteurs A et B, appliqués en un même point, un troisième vecteur C normal au plan de A et B, ayant pour module :

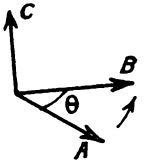


FIG. 8-22. $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B}$.

$$C = AB \sin\theta$$

(θ étant l'angle des vecteurs A et B), et dont le sens est celui dans lequel progresse un tire-bouchon dont le manche va de A vers B en décrivant un angle inférieur à π (*fig. 8-22*).

La formation d'un produit vectoriel s'exprime par le symbole $\wedge$ séparant ceux qui représentent A et B; on écrit, par exemple :

$$\overset{\curvearrowright}{C} = \overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B}.$$

Il résulte de la définition précédente que l'on a encore :

$$\overset{\curvearrowright}{C} = -\overrightarrow{B} \wedge \overrightarrow{A}.$$

On démontre en mathématiques que les composantes de ces divers vecteurs, sur 3 axes de coordonnées formant un trièdre « direct » (par. 2-13), sont unies par les relations :

[8,14]
$$\begin{cases} C_x = A_y B_z - B_y A_z \\ C_y = A_z B_x - B_z A_x \\ C_z = A_x B_y - B_x A_y. \end{cases}$$

On établit, en outre, que *le produit vectoriel de deux vecteurs polaires est un vecteur axial*, que *celui de deux vecteurs axiaux est aussi un vecteur axial*, et que *celui d'un vecteur polaire par un vecteur axial est un vecteur polaire*, c'est-à-dire que l'on a, suivant le cas :

[8,15]
$$\begin{cases} \overset{\curvearrowright}{C} = \overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B} \\ \overset{\curvearrowright}{C} = \overset{\curvearrowright}{A} \wedge \overset{\curvearrowright}{B} \\ \overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} \wedge \overset{\curvearrowright}{B}. \end{cases}$$

d) Nous aurons l'occasion (par. 9-8-b et 10) de faire intervenir le produit scalaire d'un vecteur A par un autre P qui est lui-même le produit vectoriel de deux autres B et C.

On voit immédiatement que ce triple produit mixte est positif si A, B et C forment un trièdre direct (par. 2-13), négatif quand ils forment un trièdre inverse; son module a pour mesure, avec les notations de la *figure 8-*

1. Le vecteur unitaire $\overset{\curvearrowright}{n^o}$ a ici un caractère axial; c'est au contraire un vecteur polaire $\overrightarrow{n^o}$ qui intervient dans les formules [2,24] ou [2, 33] par exemple.

23 : $BC\cos\alpha \times A\sin\theta$; c'est le volume du parallélipipède construit sur A, B, et C comme arêtes.

On a par suite

$$A.(B \wedge C) = B.(C \wedge A) = C.(A \wedge B).$$

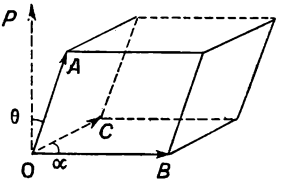


FIG. 8-23.
Produit mixte $\vec{A}.(\vec{B} \wedge \vec{C})$.

e) D'après ce qui précède, on peut donner à la relation [8,4] ou [8,13], compte tenu du sens du vecteur $\overset{\curvearrowright}{\Gamma}$, la forme vectorielle :

[8,16] $$\overset{\curvearrowright}{\Gamma} = \overset{\curvearrowright}{j} \wedge \overset{\curvearrowright}{H}.$$

La position d'équilibre d'un aimant dans un champ magnétique est telle que les vecteurs représentant les rotations qu'on peut faire correspondre à $\overset{\curvearrowright}{j}$ et à $\overset{\curvearrowright}{H}$ soient parallèles.

8-11. — Masses magnétiques (fictives). Unités.

a) En assimilant un petit aimant à un dipôle magnétique, on est conduit (cf. par. 8-1) à le considérer comme portant en ses pôles deux masses magnétiques ponctuelles égales et de signes contraires. Nous représenterons de telles masses par le symbole c (rappelant le nom de COULOMB)[1] et nous poserons, l étant la distance des pôles,

[8,17] $$j = cl,$$

formule analogue à celle qui définit un dipôle électrique :

[2,57] $$p = ql.$$

En langage non rationalisé, le moment étant $\overset{\vee}{j} = \frac{j}{4\pi}$ (par. 8-3 c), et la longueur l ne changeant pas, la formule [8,17] s'écrit :

[8,17*] $$\overset{\vee}{j} = \overset{\vee}{c}l,$$

avec $\overset{\vee}{c} = \frac{c}{4\pi}$.

b) L'unité pratique de moment coulombien étant (par. 8-8) le wéber-mètre, celle de masse magnétique est le *wéber*. L'unité C. G. S. E. M. de moment coulombien étant le maxwell-cm, celle de masse magnétique est le *maxwell*.

c) La force électrique agissant sur une charge q placée dans un champ électrique E ayant pour valeur :

[2,1] $$F = qE,$$

on semble conduit à admettre qu'une masse magnétique c, placée dans un champ magnétique H est soumise à une force :

[8,18] $$F = cH.$$

1. Certains auteurs donnent le nom de masse magnétique à une autre grandeur, qui sera définie au par. 12-10.

On peut en effet, à partir de cette relation, retrouver la valeur du couple subi par un aimant placé dans un champ magnétique, par le même raisonnement qu'au par. 2-17. Dans un tel raisonnement, si les masses magnétiques étaient considérées comme des scalaires, $\vec{F}$ étant un vecteur polaire, $\overset{\curvearrowright}{H}$ un vecteur axial, la relation [8-18] serait entachée d'une contradiction. Celle-ci tient à ce que la notion de masse magnétique a un caractère fictif, sur lequel nous reviendrons (chap. 14).

Rappelons d'ailleurs que, lorsqu'on veut faire des mesures précises, l'expérience fournit seulement le produit *cl* et non séparément ses deux facteurs.

8-12. — La Loi de Coulomb pour le magnétisme.

a) Sous les réserves essentielles qui précèdent, il peut être avantageux de faire intervenir dans les calculs des masses magnétiques entre lesquelles s'exerceraient des forces calculables de la même façon qu'en électrostatique.

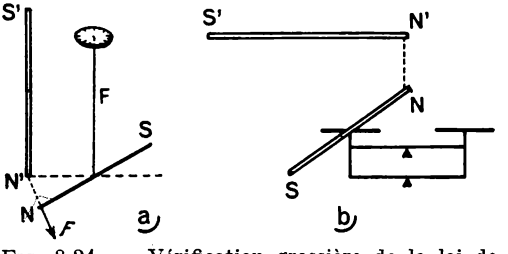


Fig. 8-24. — Vérification grossière de la loi de Coulomb pour le magnétisme.

—o— Une expérience *grossière* est réalisable à l'aide d'une balance de torsion analogue à celle de la *figure 2-12*, la tige horizontale CD, suspendue au fil F, étant remplacée par un aimant léger, long et mince NS, sur l'un des pôles N duquel agit un des pôles N′ d'un second aimant N′S′ (*fig. 8-24 a*). De la position d'équilibre de NS on peut, connaissant la constante de torsion du fil de suspension, déduire la force F exercée par N′ sur N, en supposant négligeables les moments par rapport à l'axe de rotation des forces exercées par S′ sur N et par N′ et S′ sur S.

—o— On peut encore placer NS sur un plateau de balance (*fig. 8-24 b*), et équilibrer l'action d'un autre pôle N′.

On constate ainsi que, si l'on assimile chaque pôle d'aimant à une masse magnétique ponctuelle, les forces qu'exercent deux pôles l'un sur l'autre sont proportionnelles à la masse magnétique de chacun d'eux, et en raison inverse du carré de leur distance. Mais, répétons-le, les positions des pôles, ainsi que les valeurs des masses magnétiques, déduites de la formule [8,17] ou [8,18], ne sont jamais connues avec précision.

b) Des expériences de ce genre, et surtout les analogies de propriétés entre les aimants et les dipôles électriques, ont conduit à admettre pour le magnétisme *la loi de* Coulomb suivante, de même forme que pour l'électrostatique (par. 1-6).

Entre deux masses magnétiques ponctuelles c et c', distantes de r, s'exercent dans le vide des forces (répulsives ou attractives selon que c et c' sont

de même nom ou de noms contraires) obéissant à la loi d'égalité de l'action et de la réaction. Leur module est :

[8,19] $$F = k_m \frac{cc'}{r^2},$$

k_m étant une constante qui dépend des unités choisies.

Cet énoncé est justifié par l'accord de l'expérience avec les conséquences qu'on en peut déduire, lorsqu'on arrive à déterminer les ensembles de masses magnétiques fictives équivalentes à des aimants ou à des courants donnés.

c) De même que, lorsqu'on change d'unités, le cœefficient k_e de la formule [1,1] varie en raison inverse de la valeur attribuée à la permittivité ε_0 du vide, de même k_m varie en raison inverse de la valeur attribuée à la perméabilité μ_0 du vide, définie au par. 8-8.

Les unités du système pratique ont été choisies de telle sorte que :

[8,20] $$k_m = \frac{1}{4\pi\mu_0},$$

relation analogue à [1,8].

En tenant compte de cette valeur et en faisant apparaître le vecteur unitaire $\vec{r^0}$ dirigé suivant la droite qui relie les masses c et c', on donne à la loi de COULOMB pour le magnétisme la forme :

[8,21] $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{cc'}{r^2} \vec{r^0},$$

analogue à

[1,10] $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \vec{r^0}.$$

d) En langage non rationalisé, on considère des masses magnétiques $\check{c} = c/4\pi$ et une perméabilité du vide $\check{\mu}_0 = \mu_0/4\pi$.

La loi de COULOMB s'écrit par suite :

$$\vec{F} = \frac{1}{16\pi^2\check{\mu}_0} \frac{16\pi^2 \check{c}\,\check{c}'}{r^2} \vec{r^0},$$

ou [8,21*] $$\vec{F} = \frac{1}{\check{\mu}_0} \frac{\check{c}\,\check{c}'}{r^2} \vec{r^0}$$

CHAPITRE 9

CHAMP MAGNÉTIQUE DES COURANTS

9-1. — Généralité du phénomène. Sens du champ.

a) Tout courant crée un champ magnétique, mesurable par son action sur un magnétomètre (par. 8-3).

—o— L'expérience d'OERSTED (par. 6-1-*c*) peut se répéter avec un conducteur de nature quelconque, même liquide (tube plein d'électrolyte, *fig. 9-1 a*) ou gaz (colonne d'une longue lampe à vapeur de mercure, *fig. 9-1 b*).

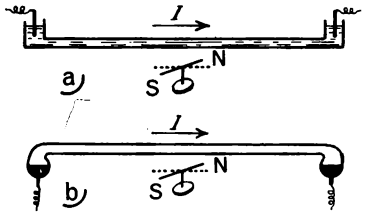


FIG. 9-1. — Répétition de l'expérience d'OERSTED : *a*) avec un conducteur électrolytique; *b*) avec un conducteur gazeux.

Nous avons vu qu'un champ magnétique résulte encore d'un déplacement de charges, en dehors d'un conducteur (expérience de ROWLAND, par. 6-1), et même d'un courant de polarisation (par. 6-7-*b*).

b) Nous étudierons principalement dans ce chapitre les cas où un courant d'intensité constante parcourt un fil métallique conducteur qui relie les bornes d'un générateur. Nous supposerons que le milieu environnant est le vide ou pratiquement l'air. Mais on peut établir (voir par. 14-6) que, lorsqu'il est créé par un courant, le champ, tel qu'il sera défini dans un milieu quelconque, ne dépend pas de ce milieu.

Des indications concernant les spectres magnétiques des courants et la forme des lignes de champ (toujours fermées) ont été données au paragraphe 8-6. Nous avons vu en outre que le *sens* des lignes de champ voisines du fil conducteur peut se déterminer par la règle du tire-bouchon ou par celle de l'observateur d'AMPÈRE (par. 8-10.)

9-2. — Expériences de BIOT et SAVART.

a) Dans une première série d'expériences, BIOT et SAVART ont étudié le champ magnétique produit par un circuit comprenant une partie rectiligne assez longue pour que, dans la région explorée située au voisinage de cette partie, l'action des autres portions du circuit fût négligeable. C'est à peu près la disposition de l'expérience d'OERSTED (par. 6-1-*c*). Supposons le fil

vertical, soit O (*fig. 9-2*) sa trace sur le plan de figure horizontal. Au point P_1 ($OP_1 = d$) où le champ magnétique H créé par le courant est perpendiculaire à la composante horizontale $\mathcal{H}$ du champ magnétique terrestre, un magnétomètre dévie, lorsque le courant passe, d'un angle α tel que :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{H}{\mathcal{H}}.$$

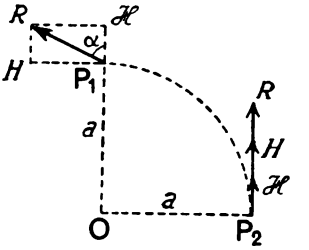


FIG. 9-2. — Étude du champ d'un courant vertical de trace O.

Au point P_2 ($OP_2 = a$) où $\mathcal{H}$ et H sont parallèles, et où H a la même valeur qu'en P, puisque les lignes de force sont circulaires, la mesure de la période d'oscillation des magnétomètres avec et sans courant donne H par la formule [8,7]. Par l'une ou l'autre de ces méthodes, on trouve que H varie en raison inverse de la distance a :

$$[9,1] \qquad H = k\frac{I}{a}.$$

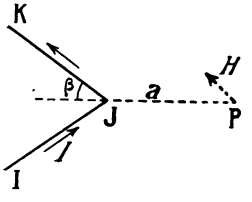


FIG. 9-3. — Champ d'un courant coudé.

b) Dans une deuxième série d'expériences, les mêmes auteurs étudièrent le champ magnétique d'un long fil IJK (*fig. 9-3*) dont les brins rectilignes IJ et JK situés dans un même plan vertical font en J un angle $\pm\beta$ avec le plan horizontal. En un point P situé sur la bissectrice de l'angle IJK, à une distance $JP = a$, ils trouvèrent que le champ H, qui est normal au plan IKP, a une intensité de la forme :

$$[9,2] \qquad H = k\frac{I}{a}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}.$$

Pour $\beta = \frac{\pi}{2}$, on retrouve la formule [9,1].

9-3. — Règle « élémentaire » dite de BIOT et SAVART.

a) Pour interpréter ces expériences, et d'autres analogues, on peut utiliser la règle suivante :

Le champ $\overset{\frown}{H}$ *créé en un point P par un courant peut se déterminer en faisant correspondre à tout élément* $AA' = dl$ *du courant (fig. 9-4) un vecteur élémentaire* $\overset{\frown}{dH}$, *d'origine P, et de module :*

$$dH = k\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

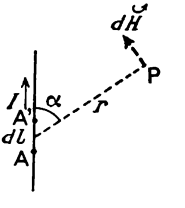


FIG. 9-4. — Règle de BIOT et SAVART, cas d'un élément de courant $I\,dl$.

r étant la distance AP et α *l'angle que fait le rayon vecteur AP avec la direction AA', comptée positivement dans le sens de parcours du courant. Le vecteur* $\overset{\frown}{dH}$ *est perpendiculaire au plan défini par AA' et par AP; il est dirigé vers la*

*gauche de l'observateur d'*AMPÈRE *placé le long de AA', de façon que le courant entre par ses pieds, et regardant P.*

Le vecteur représentant $\overset{\smile}{H}$ *est la résultante des vecteurs* $\overset{\smile}{dH}$ *correspondant à tous les éléments du circuit.*

Cette règle a été énoncée par LAPLACE; pour éviter toute confusion avec la loi exprimant l'action subie par un élément de courant (par. 12-2), nous lui donnerons, avec beaucoup d'auteurs, le nom de *règle de* BIOT *et* SAVART. Elle entraîne la conséquence suivante, dont il est utile de se souvenir : lorsqu'un circuit parcouru par un courant possède un plan de symétrie, le champ en tout point de ce plan lui est perpendiculaire.

Remarque. — La symétrie dont il s'agit ici concerne non seulement la forme géométrique du circuit, mais encore le courant lui-même; en ce sens, le plan d'un courant circulaire est bien plan de symétrie, les plans passant par son axe ne le sont pas (par. 8-9).

b) On désigne parfois $\overset{\smile}{dH}$ comme « le champ créé par l'élément AA' »; mais le courant qui passe dans AA' passe nécessairement dans les conducteurs arrivant en A et partant de A' : il n'est pas possible d'étudier isolément un champ qui serait produit par AA' seulement. La règle de BIOT et SAVART est un moyen de calcul, qui donne le champ $\overset{\smile}{H}$ par une intégration vectorielle, portant sur l'ensemble du circuit; c'est ce que nous rappelons par l'emploi du mot *règle* au lieu de *loi.*

c) Les unités du système pratique ; ampère pour I, mètre pour les longueurs, ampère par mètre pour H, sont telles que la constante k de la règle précédente ait pour valeur $\frac{1}{4\pi}$:

$$[9,3] \qquad dH = \frac{1}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}.$$

On vérifie immédiatement que cette formule reste valable en unités C. G. S. E. M. : biot (10 A), centimètre, et oersted (10^3 A/m).

Le champ non rationalisé s'obtient à partir de la formule plus simple :

$$[9,3^*] \qquad d\hat{H} = \frac{Idl\sin\alpha}{r^2}.$$

Mais la rationalisation a permis, nous l'avons dit, de faire disparaître le facteur 4π de certaines formules plus usuelles que [9,3].

d) La règle de BIOT et SAVART se traduit en notation vectorielle de la façon suivante :

$\overset{\smile}{dH}$ est égal au quotient par 4π du produit vectoriel du vecteur $\overrightarrow{Idl}$, orienté dans le sens du courant (et transporté en P), et du vecteur $\frac{\vec{r^0}}{r^2}$, de module $\frac{1}{r^2}$, $\vec{r^0}$ désignant le vecteur unitaire dirigé suivant $\overrightarrow{AP}$:

$$[9,4] \qquad \overset{\smile}{dH} = \frac{1}{4\pi}\overrightarrow{Idl} \wedge \frac{\vec{r^0}}{r^2}.$$

On n'oubliera pas qu'un produit vectoriel change de signe quand on permute l'ordre des facteurs (par. 8-10); d'où

$$\overset{\curvearrowright}{dH} = -\frac{1}{4\pi}\frac{\vec{r^0}}{r^2} \wedge \overrightarrow{Idl}$$

Soient dH_x, dH_y, dH_z les composantes de $\overset{\curvearrowright}{dH}$ sur 3 axes rectangulaires d'origine A, dl_x, dl_y, dl_z celles de $\vec{dl}$ et x, y, z les coordonnées de P. Les composantes du vecteur $\frac{\vec{r^0}}{r^2}$ sont $\frac{x}{r^3}$, $\frac{y}{r^3}$, et $\frac{z}{r^3}$.

On a, par suite, d'après [8,14] :

[9,5]
$$\begin{cases} dH_x = \dfrac{I}{4\pi r^3}(z dl_y - y dl_z) \\ dH_y = \dfrac{I}{4\pi r^3}(x dl_z - z dl_x) \\ dH_z = \dfrac{I}{4\pi r^3}(y dl_x - x dl_r) \end{cases}$$

Remarque. — La figure formée par l'ensemble des deux vecteurs $\vec{dl}$ et $\vec{r^0}$ admet leur plan pour plan de symétrie; mais il n'y a pas de plan de symétrie passant par $\overset{\curvearrowright}{dH}$, car c'est, comme $\overset{\curvearrowright}{H}$ (par. 8-9) un vecteur *axial*.

9-4. — Champ magnétique créé par des charges électriques ponctuelles en mouvement.

Si à travers une section quelconque d'un conducteur filiforme, il passe par seconde n particules de charge q et de vitesse $\vec{v}$ (comptée positivement dans un sens déterminé) l'intensité du courant correspondant est $I = nq$ et un élément de conducteur, de longueur dl, contient $\frac{ndl}{v}$ particules. On a donc $Idl = qv$, ce qui indique qu'on peut calculer le champ créé en un point P par un ensemble de particules circulant *en régime permanent* (voir par. 12-17), en formant la résultante des vecteurs $\overset{\curvearrowright}{h}$ d'origine P, déterminés par la relation vectorielle

[9,6]
$$\overset{\curvearrowright}{h} = \frac{1}{4\pi}\vec{qv} \wedge \frac{\vec{r^0}}{r^2}$$

correspondant à toutes les charges du circuit.

Ce calcul s'applique, en particulier, non seulement aux électrons mobiles dans un métal, mais encore aux ions en mouvement dans un gaz ou dans un électrolyte, et même aux charges entraînées par un support, comme dans l'expérience de ROWLAND, décrite au paragraphe 10-1.

Exemple : à un électron ($q = 1{,}6.10^{-19}$C) émis à grande vitesse, soit $v = 250\,000$ km/s $= 2{,}5\ 10^8$ m/s, correspond, à une distance $r = 0{,}10$ m, dans une direction normale à v, un vecteur $\overset{\smile}{h}$ de module

$$h = \frac{1}{4\pi}\frac{1{,}6.10^{-19} \times 2{,}5.10^{8}}{10^{-2}} = \frac{1}{\pi}10^{-9}\text{A/m}.$$

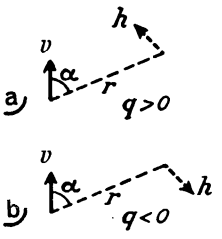


FIG. 9-5. — Règle de BIOT et SAVART, cas d'une particule en mouvement chargée : *a*) positivement; *b*) négativement.

Le sens du vecteur $\overset{\smile}{h}$ peut toujours être déterminé par la règle de l'observateur d'AMPÈRE; mais, lorsque q est *négatif* (*fig. 9-5*), cet observateur doit être placé de façon que v lui entre *par la tête*.

9-5. — Calcul du champ d'un courant rectiligne indéfini et d'un courant anguleux.

Montrons que les résultats des expériences de BIOT et SAVART (par. 8-6) se retrouvent par application de la règle qui porte leur nom.

a) *Courant rectiligne.* — Soit JP $= a$ (*fig. 9-6*) la distance au fil ZZ′ du point P où l'on cherche à évaluer le champ. A un élément AA′ correspond en P un vecteur $\overset{\smile}{dH}$ donné par [9,3]. Menons par A la normale AB à PA′. On a :

$$\text{AB} = \text{AA}' \sin\alpha = dl \sin\alpha.$$

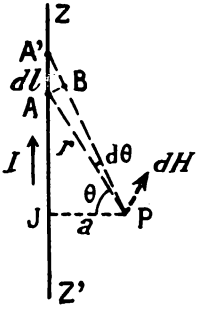


FIG. 9-6. — Calcul du champ d'un courant rectiligne indéfini.

On peut confondre AB avec l'arc de circonférence de centre P et de rayon PA $= r$:

$$\text{AB} = r\,d\theta,$$

et la formule [9,3] peut s'écrire :

$$dH = \frac{I dl \sin\alpha}{4\pi r^2} = \frac{I}{4\pi r}d\theta.$$

Dans le triangle PJA,

$$r = \frac{a}{\cos\theta},$$

d'où :

$$dH = \frac{I}{4\pi a}\cos\theta\,d\theta.$$

Les vecteurs $\overset{\smile}{dH}$ correspondant en P à tous les éléments du fil ont même direction et même sens, d'après la règle de BIOT et SAVART. Le champ total est donc :

$$[9,7] \qquad H = \frac{I}{4\pi a}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta\,d\theta = \frac{I}{4\pi a}[\sin\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{I}{2\pi a}.$$

En langage non rationalisé, on trouve :

$$[9,7^*] \qquad \hat{H} = 2\,I/a.$$

On retrouve l'inverse proportionnalité entre H et a.

Le spectre magnétique d'un tel courant est représenté sur la *figure 8-15-a*; les lignes de champ sont des circonférences ayant le fil pour axe.

b) *Courant anguleux.* — La *figure 9-7* diffère de la *figure 9-6* en ce que l'angle en J du triangle PJA n'est plus $\frac{\pi}{2}$. On a :

$$\frac{r}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin(\beta - \theta)}.$$

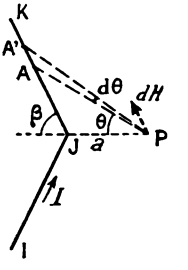


FIG. 9-7. — Calcul du champ d'un courant coudé.

Le vecteur $d\vec{H}$ correspondant en P à l'élément de courant AA' est encore donné par la formule [10,3], qui devient :

$$dH = \frac{I}{4\pi r} d\theta = \frac{I}{4\pi a \sin\beta} \sin(\beta - \theta) d\theta.$$

Les champs dus aux deux conducteurs IJ et JK s'ajoutent; d'où le champ total :

$$[9,8] \quad H = \frac{I}{2\pi a \sin\beta} \int_0^{\beta} \sin(\beta - \theta) d\theta = \frac{I}{2\pi a} \frac{1 - \cos\beta}{\sin\beta} = \frac{I}{2\pi a} \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}.$$

On retrouve une expression analogue à [9,2], avec $k = 1/2\pi$.

9-6. — Champ magnétique sur l'axe d'un courant circulaire. Principe des galvanomètres à aimant mobile.

a) Soit une spire C de centre O et de rayon R, parcourue par un courant I. Calculons le champ H en un point P de son axe, tel que OP $= d$ (*fig. 9-8*).

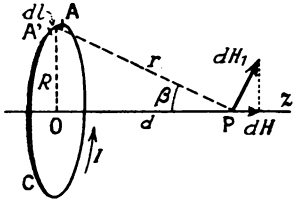


FIG. 9-8. — Calcul du champ sur l'axe d'un courant circulaire.

Le vecteur $d\vec{H}_1$, correspondant à un élément AA' $= dl$, est normal à AP et à AA'; il est donc dans le plan passant par OAP. L'élément diamétralement opposé au précédent crée un champ $d\vec{H}_2$ symétrique de $d\vec{H}_1$ par rapport à Oz; les composantes de $d\vec{H}_1$ et de $d\vec{H}_2$ normales à Oz se détruisent. La composante utile de $d\vec{H}_1$ est donc dirigée suivant Oz (ce qui est évident par raison de symétrie).

Comme $\alpha = \frac{\pi}{2}$, AP $= r$ étant normal à dl, son module est, si l'on pose $\widehat{OPA} = \beta$:

$$dH = dH_1 \sin\beta = \frac{I dl \sin\beta}{4\pi r^2} = \frac{I dl}{4\pi R^2} \sin^3\beta.$$

On en déduit :

$$[9,9] \quad H = \frac{I \sin^3\beta}{4\pi R^2} \int dl = \frac{2\pi RI}{4\pi R^2} \sin^3\beta = \frac{IR^2}{2r^3} = \frac{IR^2}{2(R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

La direction du champ est liée au sens de circulation du courant dans la spire par la règle habituelle (observateur d'AMPÈRE ou tire-bouchon). La courbe représentant la variation de H le long de l'axe z'z a la forme représentée par la *figure 9-9*. Pour $d = 0$, c'est-à-dire au centre P de la spire, le champ passe par une valeur maximum :

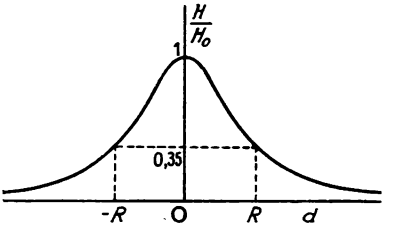


FIG. 9-9. — Variations du champ H sur l'axe d'un courant circulaire, en fonction de la distance d au centre.

$$[9,10] \qquad H_0 = \frac{I}{2R}.$$

Cette valeur s'obtient directement (si l'on remarque qu'en O le vecteur dH_1 correspondant à AA' est dirigé suivant Oz) par la relation :

$$H_0 = \frac{1}{4\pi} \oint_{(C)} \frac{I}{R^2} dl = \frac{2\pi RI}{4\pi R^2} = \frac{I}{2R}.$$

En langage non rationalisé, cette relation devient :

$$[9,10^*] \qquad H_0 = \frac{2\pi I}{R},$$

b) L'allure des lignes de champ dans un plan passant par l'axe zz' peut s'obtenir en formant le spectre magnétique (*fig. 8-15*). Il y a une ligne de champ suivant zz'; les autres s'incurvent symétriquement de part et d'autre. Au voisinage des traces A et A' du circuit sur le plan, ce sont des circonférences (par. 8-6-b).

Conformément à la convention du par. 8-10, la face positive ou face nord du cercle limité par C est celle située à la gauche de l'observateur d'AMPÈRE, placé de façon que le courant lui entre par les pieds, et regardant vers le centre : les lignes de champ traversent le cercle en allant de la face négative à la face positive.

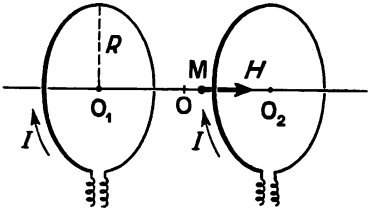


FIG. 9-9 *bis*. — Bobines de HELMHOLTZ.

c) *Bobines de* HELMHOLTZ. Soient deux bobines circulaires identiques, de même axe, de centres O_1 et O_2, de même rayon R (*fig. 9-9 bis*) parcourues dans le même sens par un même courant I. Le champ magnétique total H qu'elles créent en un point M de l'axe est la somme des champs créés par chacune d'elles, qui sont calculables par la formule [9,9]. On trouve que, lorsqu'on déplace M de O_1 en O_2, H est maximum au milieu O de O_1O_2, si $O_1O_2 < R$; H passe en O par un minimum, encadré par deux maximums correspondant à deux projections symétriques par rapport à O, si $O_1O_2 > R$.

Le cas où $O_1O_2 = R$ est particulièrement intéressant, le champ H variant alors très lentement quand on s'écarte de O (de moins de 1/200 en valeur relative tant que $OM < R/4$); les tubes de champ ont par suite, dans cette région, une section sensiblement constante, d'où il résulte que le champ varie aussi très peu quand on s'écarte de l'axe. On peut ainsi réaliser dans un espace d'assez grand volume, plus accessible que l'intérieur d'un solénoïde (par. 9-7), un champ uniforme, beaucoup plus intense que le champ terrestre. Des bobines ainsi disposées servent dans certains instruments de mesure (voir par. 16-6).

d) En un point P situé hors de l'axe, le calcul du champ est en général compliqué. Mais à une distance de la spire très grande devant son rayon R, les formules deviennent très simples. Soient r et θ les coordonnées polaires du point P (*fig. 9-10*). On trouve que la composante radiale H_r et la composante tangentielle H_t ont pour expression :

$$\begin{cases} H_r = \dfrac{IR^2}{2}\dfrac{\cos\theta}{r^3} \\ H_t = \dfrac{IR^2}{4}\dfrac{\sin\theta}{r^3}. \end{cases}$$

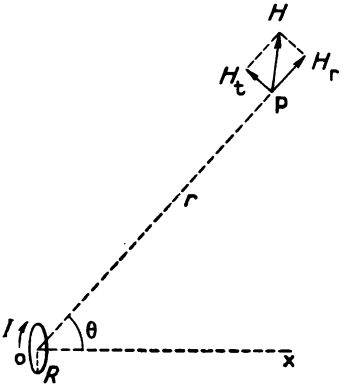


FIG. 9-10. — Champ à grande distance d'un courant.

En introduisant l'aire $S = \pi R^2$ de la spire, et en faisant apparaître le moment coulombien

[8,12] $$j = \mu_0 SI$$

on obtient :

[9,11] $$\begin{cases} H_r = \dfrac{I}{2\pi} S \dfrac{\cos\theta}{r^3} = \dfrac{1}{4\pi\mu_0}\dfrac{2j\cos\theta}{r^3} \\ H_t = \dfrac{I}{2\pi} S \dfrac{\sin\theta}{r^3} = \dfrac{1}{4\pi\mu_0}\dfrac{j\sin\theta}{r^3} \end{cases}$$

Ces expressions sont analogues à celles du champ d'un dipôle électrique de moment p :

[2,61] $$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$

et [2,62] $$E_t = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}$$

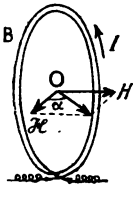


FIG. 9-11. Boussole des tangentes.

e) Plaçons un magnétomètre au centre d'une bobine B (*fig. 9-11*), et supposons qu'en l'absence de courant dans celle-ci, un champ $\mathcal{H}$ oriente l'aiguille aimantée normalement à l'axe de la bobine : le passage d'un courant I produit suivant l'axe un champ $H = kI$, le coefficient k étant calculable par les formules qui précèdent. L'aiguille dévie d'un angle α tel que :

[9,12] $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{k}{\mathcal{H}} I$$

Tel est le principe de la *boussole des tangentes*, et des *galvanomètres à aimant mobile*, utilisés pour la mesure des intensités de courant. Nous les étudierons au tome VII.

9-7. — Champ d'un solénoïde.

a) Soit un ensemble de spires identiques, juxtaposées régulièrement, à raison de n par unité de longueur, constituant un solénoïde tel qu'il a été défini au paragraphe 8-7. Les lignes de champ d'une telle bobine sont situées dans les plans passant par son axe (*fig. 8-14-c*).

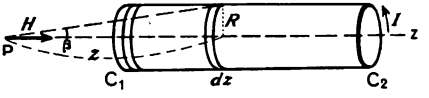


FIG. 9-12. — Calcul du champ dans un solénoïde.

Calculons le champ en un point P de l'axe (*fig. 9-12*). Par symétrie ce champ est dirigé suivant l'axe; son sens est vers la gauche de l'observateur d'AMPÈRE, placé le long d'une spire quelconque, dans le sens du courant, et regardant vers l'intérieur du solénoïde.

Comptons les distances suivant l'axe, à partir de P, positivement dans le sens Pz, et soit une tranche du solénoïde d'épaisseur dz, située à la distance z et dont le rayon est vu de P sous l'angle β. Elle contient $n\,dz$ spires et il lui correspond en P, d'après [9,9], le vecteur :

$$dH = \frac{nI}{2}\frac{\sin^3\beta}{R}dz$$

Mais $z = R\cot g\beta$ et par suite $dz = -\dfrac{R}{\sin^2\beta}d\beta$,

d'où :

$$dH = -\frac{nI}{2}\sin\beta\, d\beta.$$

Le champ en P est donc, en appelant β_1 et β_2 les valeurs limites de β,

$$H = -\frac{nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta\, d\beta,$$

ou [9,13]
$$H = \frac{nI}{2}(\cos\beta_2 - \cos\beta_1).$$

Si le point P est hors du solénoïde, du côté tel que les z soient positifs, par exemple (*fig. 9-13-a*), les angles β_1 et β_2 sont tous deux aigus, leurs cosinus sont positifs. Si P est dans le solénoïde (*fig. 9-13-b*), β_2 est aigu, β_1 obtus, et les valeurs absolues des cosinus s'ajoutent.

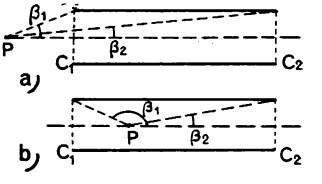


Fig. 9-13. — Champ dans un solénoïde : valeurs de β_1 et β_2.

b) Si le solénoïde est très long et si le point P est situé à l'intérieur, assez loin des extrémités, on a

[9,14]
$$H = nI.$$

C'est le résultat annoncé au par. 8-7. On démontre qu'il reste valable lorsqu'on s'écarte de l'axe : le champ H est uniforme à l'intérieur du solénoïde.

Si P est sur l'axe et dans le plan d'une des faces terminales d'un solénoïde très long, $\beta_1 = 0$ et $\beta_2 \simeq \frac{\pi}{2}$, d'où :

[9,15] $$H = \frac{nI}{2}.$$

Exemple. — Soit une bobine ayant 10 cm de diamètre et 1 m de longueur, portant (en plusieurs couches) 20 spires par centimètre, et parcourue par un courant de 10 ampères; au centre, le champ est :

$$H = nI\cos\beta_2 = 2\,000 \times 10 \times 0{,}995 = 19\,900 \text{ A/m}.$$

Si on avait considéré cette bobine comme infiniment longue, on aurait écrit : $H = nI = 20\,000$ A/m. On commettrait ainsi une erreur relative de $\frac{1}{200}$. Dès que la longueur de la bobine est un peu grande devant son diamètre, l'erreur commise en la considérant comme infiniment longue est faible.

—o— A l'aide d'un magnétomètre placé dans le milieu d'un long solénoïde, on peut montrer que le champ magnétique ne dépend que du produit nI, c'est-à-dire du nombre d'ampères tours par mètre.

9-8. — Circulation du champ magnétique. Théorème d'Ampère et force magnétomotrice.

a) Raisonnons d'abord sur le champ d'un courant rectiligne indéfini (par. 9-5) et étudions la circulation du vecteur $\overset{\smile}{H}$ le long d'un contour fermé Γ, soit, d'après [2,8] et [2,9],

[9,16] $$W_h = \oint_\Gamma \overset{\smile}{H}.\vec{dl}.$$

Le champ étant en tout point normal au courant, la circulation a la même valeur le long du contour quelconque considéré et le long de la projection Γ' de ce contour sur un plan Π perpendiculaire au courant. Soit O la trace de ce dernier sur Π (*fig. 9-14-a*), et soient ds un élément de Γ' passant par P, θ l'angle qu'il fait avec la ligne de champ circulaire de rayon $OP = a$ passant par P. L'élément de circulation est :

$$H.ds\cos\theta = \frac{I}{2\pi a} ds\cos\theta = \frac{I}{2\pi}\, d\varphi,$$

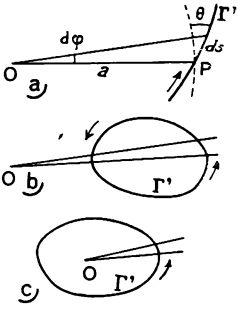


Fig. 9-14. — Circulation du champ magnétique autour d'un courant rectiligne indéfini.

$d\varphi = \frac{ds\cos\theta}{a}$ étant l'angle sous lequel est vu du point O l'élément ds.

Si le contour Γ n'entoure pas le courant, on peut décomposer Γ' en couples d'éléments pour lesquels $d\psi$ a même valeur et des signes opposés (*fig. 9-14-b*). D'où

$$\int H ds\cos\theta = \frac{1}{2\pi}\int d\varphi = 0.$$

Si le contour entoure une fois le courant et est parcouru dans le sens du champ (*fig. 9-14-c*), on a :

$$[9,17] \qquad \oint H \, ds \cos\theta = I.$$

En langage non rationalisé, on écrirait :

$$[9,17^*] \qquad \oint \hat{H} \, ds \cos\theta = 4\pi I.$$

b) Le résultat qu'exprime la formule [9,17] porte le nom de *théorème* d'AMPÈRE.

Montrons qu'il est valable dans le cas d'un circuit fermé C de forme quelconque parcouru par un courant I. Pour déterminer le champ H que C crée en un point P, il faut intégrer vectoriellement, pour tout le circuit (*fig. 9-15*), l'expression :

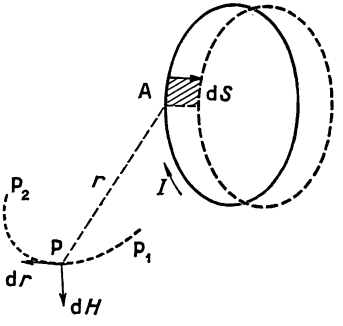


FIG. 9-15. — Démonstration du théorème d'AMPÈRE.

$$[9,4] \qquad \overset{\curvearrowright}{dH} = \frac{1}{4\pi} \overrightarrow{Idl} \wedge \frac{\overrightarrow{r^0}}{r^2}.$$

Si l'on donne à P un déplacement vectoriel que l'on peut représenter par $\overrightarrow{dr}$, l'élément de circulation correspondant est :

$$[9,18] \qquad \overset{\curvearrowright}{H}.\overrightarrow{dr} = \frac{I}{4\pi} \int_c dr \left(dl \wedge \frac{\overrightarrow{r^0}}{r^2} \right).$$

D'après une propriété du produit mixte de 3 vecteurs, établie au par. 8-10-d, on a

$$[9,19] \qquad \overrightarrow{dr}.\left(\overrightarrow{dl} \wedge \frac{\overrightarrow{r^0}}{r^2} \right) = \frac{\overrightarrow{r^0}}{r^2}.(\overrightarrow{dr} \wedge \overrightarrow{dl}) = -\frac{\overrightarrow{r^0}}{r^2}(dl \wedge dr).$$

Si, au lieu de déplacer P de dr en laissant C fixe, on avait laissé P fixe en déplaçant C de $-\overrightarrow{dr}$, l'élément dl de C aurait balayé une aire dS ayant même mesure arithmétique que le vecteur $\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{dr}$; le produit scalaire de ce vecteur par $\overrightarrow{r^0}$ est égal à la projection de dS sur un plan normal au rayon vecteur AP. Le produit [9,19] représente donc l'élément d'angle solide sous lequel de P on voit dS.

On a par suite :

$$H \, dr = \frac{I}{4\pi} d\Omega,$$

$d\Omega$ désignant l'angle solide sous lequel de P on voit la surface cylindrique balayée par C.

Pour un parcours fini P_1P_2, la circulation de $\overset{\smile}{H}$ est :

$$[9,20] \qquad \int_{P_1P_2} \overset{\smile}{H}.\vec{dr} = \frac{I}{4\pi}(\Omega_2 - \Omega_1),$$

Ω_1 et Ω_2 étant les angles solides sous lesquels, de P_1 et P_2, on voit une surface limitée à C. En tenant compte des signes, on doit préciser, comme on peut le vérifier dans le cas particulier où l'on parcourt une ligne de champ, que Ω_1 et Ω_2 sont les angles sous lesquels de P_1 et P_2 on voit la face *négative* d'une telle surface.

Si P décrit un contour fermé Γ, il faut distinguer selon que Γ boucle ou non le circuit C. Dans le second cas (*fig. 9-16-a*), Ω reprend la même valeur quand P est revenu à son point de départ, et la circulation $\int_\Gamma \overset{\smile}{H}.\vec{dr}$ est nulle. Dans le premier cas, Ω augmente de 4π stéradians chaque fois que P est revenu à son point de départ après avoir circulé dans le sens des lignes de champ, en tournant une fois autour de C (*fig. 9-16-b*).

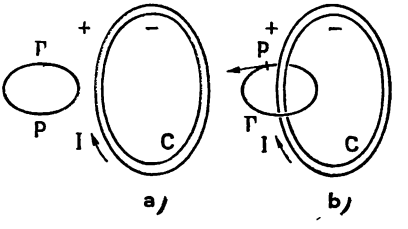


FIG. 9-16. — Circuit C et parcours de circulation Γ.

Si le circuit Γ entoure N fois une spire de C, ou une fois N spires de C, N étant évalué algébriquement selon le sens du courant et celui de la circulation, on a :

$$[9,21] \qquad \oint_\Gamma \overset{\smile}{H}.\vec{dr} = NI.$$

c) La relation [9,17] se trouve ainsi généralisée, et le théorème d'AMPÈRE peut s'énoncer comme suit : *la circulation le long d'une courbe fermée* Γ *du champ magnétique* $\overset{\smile}{H}$ *dû à des courants est égale à l'intensité totale I du courant qui traverse une surface quelconque S limitée au contour* Γ.

La courbe Γ est parcourue dans un certain sens pour le calcul de la circulation : celle-ci est positive si le courant I est dirigé dans le sens où progresse un tire-bouchon qui tourne dans le sens adopté sur Γ.

Si plusieurs courants traversent la surface S, I désigne la somme algébrique de leurs intensités. En particulier, s'il s'agit de courants répartis dans toute une région de l'espace, et définis en chaque point par le vecteur densité de courant $\vec{i}$, la circulation du champ le long de Γ est, avec les conventions de signes habituelles, *égale au flux de* $\vec{i}$ *à travers* Γ (cf. par. 6-5).

d) On voit en outre, d'après [9,20], que le champ magnétique produit par un courant dérive d'un potentiel scalaire $V_m = \frac{I}{4\pi}\Omega +$ constante C (cf. par. 2-5) qu'on peut évaluer, dans le système pratique, en ampères. Toutefois, l'angle solide Ω n'étant pas, on vient de le voir, une fonction des coordonnées à

détermination unique (*univoque*), cette restriction s'applique aussi au *potentiel magnétique* V_m, même lorsqu'on a choisi la constante arbitraire C.

e) Par analogie verbale avec l'expression force électromotrice, qui représente la circulation du champ électrique le long d'un circuit conducteur fermé, la circulation du champ magnétique le long d'une courbe fermée Γ tournant une fois, dans le sens du champ, autour d'un circuit parcouru par un courant, est appelée *force magnétomotrice* (symbole $\mathcal{F}$). Si le circuit comporte N spires de même sens, l'intensité étant I dans chacune d'elles, on a :

[9,22] $$\mathcal{F} = \oint \vec{H}.\vec{dl} = NI.$$

La force magnétomotrice s'évalue, dans le système pratique, en ampères (on dit aussi ampère-tours, pour rappeler l'intervention du facteur N).

En langage non rationalisé, le champ $\hat{H}$ étant égal à $4\pi H$, la force magnétomotrice est

[9,22*] $$\hat{\mathcal{F}} = 4\pi\mathcal{F} = 4\pi NI.$$

9-9. — Applications du théorème d'Ampère.

a) *Champ magnétique à l'intérieur d'une bobine torique.* — Par raison de symétrie, le champ H a, si l'enroulement est uniforme sur toute la surface du tore, le même module en tous les points P d'une circonférence Γ normale à l'axe Δ (*fig. 9-17*), et il est tangent en chaque point à Γ. Par suite, sa circulation a pour expression :

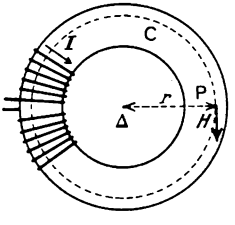


Fig. 9-17. — Bobine torique (Lire Γ au lieu de C).

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = 2\pi rH.$$

r étant le rayon de Γ.

Si P est à l'extérieur du tore, la circulation est nulle, car le cercle limité par Γ, ou bien ne rencontre pas l'enroulement, ou bien est traversé par un nombre égal de conducteurs parcourus par des intensités égales et de signes contraires. Mais si P est à l'intérieur du tore, on a :

$$2\pi rH = NI,$$

d'où

[9,23] $$H = \frac{NI}{2\pi r} = nI,$$

n désignant le nombre de spires par unité de longueur de la ligne du champ considéré. Quand la distance de l'axe du tore au centre du cercle générateur augmente indéfiniment, on retrouve le cas du solénoïde.

b) *Champ magnétique créé par un câble rectiligne de section finie.* — Il est parfois nécessaire (cf. par. 11-2-b), pour calculer le champ créé par un fil conducteur, de tenir compte de ce qu'il est constitué par un cylindre plein (de rayon R), dont la section a une aire S non nulle, parcouru par un courant $I = Si$, i désignant la densité de courant, que nous supposerons uniforme.

1° En un point P extérieur au conducteur (*fig. 9-18*) distant de l'axe de $a > R$, le champ est le même que si tout le courant était concentré sur l'axe du conducteur. En effet, ce champ est normal au plan de symétrie passant par l'axe du câble et par P. Le théorème d'Ampère donne :

$$2\pi aH = I,$$

ce qui est la formule [9,7].

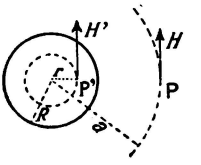


Fig. 9-18. — Calcul du champ d'un câble rectiligne de section finie.

2° En un point P′ intérieur au conducteur, distant de l'axe de $r < R$, seule doit produire un champ, d'après le théorème d'Ampère, la fraction du courant I passant dans le cercle de rayon r, soit :

$$I' = \pi r^2 i = \frac{r^2}{R^2} I,$$

et l'on a :

$$2\pi r H' = \frac{r^2}{R^2} I,$$

d'où

$$H' = \frac{I}{2\pi R^2} r.$$

La *figure 9-19* représente la variation du champ en fonction de r et de a : on trouve, d'après ce qui précède, une croissance linéaire jusque $r = R$, puis une décroissance hyperbolique.

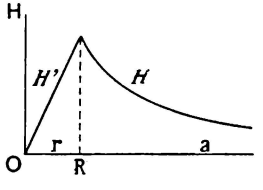


Fig. 9-19. — Variation du champ d'un câble rectiligne de rayon R, en fonction de la distance à l'axe.

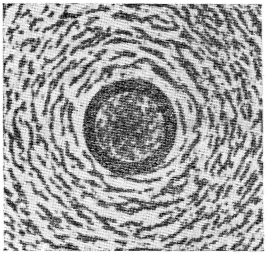


Fig. 9-20. — Absence de champ magnétique dans un conducteur cylindrique creux parcouru par un courant.

—o— On peut montrer expérimentalement par exemple en formant son spectre magnétique (*fig. 9-20*), qu'à l'intérieur d'un conducteur en forme de tube cylindrique, le champ magnétique est nul; on établit aussi ce résultat par un raisonnement analogue au précédent.

9-10. — Théorème de Stokes. Relation de Maxwell-Ampère.

a) Le théorème de Stokes peut s'énoncer ainsi : la *circulation d'un vecteur H le long d'une courbe fermée* Γ *est égale au flux de son rotationnel à travers une surface quelconque S limitée au contour* Γ (le sens de circulation sur Γ et le choix de la face positive de S étant liés par la convention habituelle) :

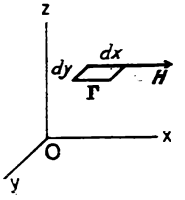


Fig. 9-21. — Vérification du théorème de Stokes.

$$[9{,}24) \qquad \oint_\Gamma \overset{\smile}{H}.\vec{dl} = \iint_S \overrightarrow{\text{rot}}\, \overset{\smile}{H}.\overset{\smile}{n^o}.dS.$$

Ce théorème est démontré dans les cours de Mathématiques; vérifions-le dans un cas particulier simple, celui où le contour Γ est un rectangle infiniment petit, de côtés dx et dy parallèles à deux des axes de coordonnées, le vecteur H étant lui-même parallèle à Ox (*fig. 9-21*). On a alors :

$$H_x = H \qquad H_y = H_z = 0,$$

et la circulation considérée est :

$$\left(H + \frac{\partial H}{\partial y}dy\right)dx - H dx = \frac{\partial H}{\partial y}dx\,dy.$$

Le rotationnel de H a d'autre part pour composantes, d'après [2,28], $\frac{\partial H}{\partial y}$, 0 et 0 : son flux à travers l'aire $dx\ dy$ a bien la valeur ci-dessus.

b) Appliquons le théorème de Stokes au cas du champ magnétique : le théorème d'Ampère, tel qu'il a été énoncé au par. 9-8-c, conduit à écrire :

$$[9{,}25] \qquad \overrightarrow{\text{rot}}\, H = \vec{i}.$$

Cette importante relation, dite de Maxwell-Ampère, intervient dans l'étude des ondes électromagnétiques (tome VII).

Elle s'écrit en langage non rationalisé :

$$[9{,}25^*] \qquad \overrightarrow{\text{rot}}\, \hat{H} = 4\pi \vec{i}.$$

c) Dans le vide, et plus généralement lorsqu'on peut poser $\overset{\smile}{B} = \mu \overset{\smile}{H}$, les formules [9,21] et [9,25] donnent :

$$\oint_\Gamma B.dr = \mu N I \qquad \text{et} \qquad \text{rot}\, B = \mu i;$$

mais ces dernières relations *ne sont pas valables* dans n'importe quel milieu. Nous verrons qu'au contraire le *théorème d'*Ampère *relatif au champ* est applicable dans un milieu quelconque, sans qu'on ait à tenir compte de la polarisation magnétique (par. 14-5).

d) Dans tout ce qui précède, on a supposé le circuit C fermé; s'il ne l'est pas, et comporte, par exemple, un condensateur K, on sait qu'il peut être le siège d'un courant de conduction variable de densité $\vec{i}$ (par. 6-16).

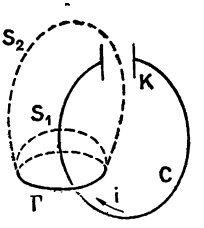


FIG. 9-22. — Application du théorème de MAXWELL au cas d'un circuit ouvert.

Certaines surfaces limitées au contour fermé Γ peuvent alors être traversées par ce courant i (cas de S_1, *fig. 9-22*) alors que d'autres ne le sont pas (cas de S_2). On lève la difficulté qui semble alors se présenter dans l'expression du théorème d'AMPÈRE, en y faisant intervenir les courants de déplacement à travers le diélectrique (par. 6-7) au même titre que les courants de conduction. Nous y reviendrons au tome VII.

CHAPITRE 10

FORCES ÉLECTROMOTRICES ET COURANTS D'INDUCTION

10-1. — Expériences sur les courants induits.

a) Nous avons vu (par. 2-2 et 4-2) qu'en tout point où existe un champ électrique $\vec{E}$, on peut considérer également une grandeur vectorielle $\vec{D}$, appelée déplacement, dont le flux Ψ présente des propriétés intéressantes. On associe également comme nous allons le voir au champ magnétique $\overset{\smile}{H}$ une autre grandeur vectorielle $\overset{\smile}{B}$, appelée *induction magnétique*, dont le flux Φ joue un rôle très important.

b) Un aimant rectiligne SN (*fig. 10-1*) est disposé suivant l'axe d'une bobine cylindrique, représentée par une seule spire C, dont le circuit est fermé sur le galvanomètre G[1]. Le pôle N est le plus voisin de C; lorsqu'on diminue sa distance au circuit, on constate que celui-ci est parcouru par un courant dit « induit » de sens indiqué (*fig. 10-1-a*). Si l'on éloigne l'aimant du circuit, on obtient un courant induit de sens contraire (*fig. 10-1-b*).

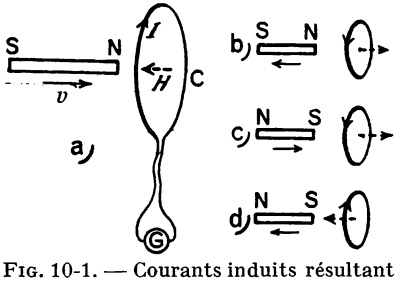


FIG. 10-1. — Courants induits résultant du déplacement relatif de l'aimant SN et du circuit C.

Les mêmes effets s'observent si, au lieu de rapprocher ou d'éloigner l'aimant du circuit fixe, on rapproche ou éloigne le circuit de l'aimant immobile. Dans ce cas, et dans ceux qui vont être indiqués, ce sont les déplacements relatifs qui importent seuls.

—o— En répétant les mêmes déplacements après avoir retourné l'aimant bout pour bout, on observe des courants induits de sens indiqués en *c*) et *d*) sur la *figure 10-1*.

—o— On peut répéter les expériences précédentes en remplaçant l'aimant par une bobine C′, telle qu'un solénoïde, parcourue par un courant constant : on observe dans C des courants de même sens qu'avec un aimant dont les pôles N et S seraient orientés comme les faces nord et sud du solénoïde (par. 8-10).

1. Ce galvanomètre est de préférence assez amorti pour ne pas osciller (voir tome VII). On peut aussi utiliser un oscilloscope électronique (par. 16-17).

—o— Quelques spires de fil de cuivre forment un circuit, fermé sur une ampoule électrique de lampe de poche. En introduisant ce circuit, d'un mouvement rapide, entre les pôles d'un électro-aimant excité, puis en l'enlevant, on voit chaque fois la lampe s'allumer un instant.

c) —o— La bobine C′ étant placée au voisinage du circuit C, de façon que leurs axes soient confondus, par exemple (*fig. 10-2*), on observe encore, *sans déplacement* relatif des deux bobines, un courant dans le circuit C (qui est dit induit) lorsque, par la manœuvre de l'interrupteur K, on établit un courant dans le circuit C′ (dit inducteur).

Lorsqu'on coupe le courant de C′, on observe dans C un courant de sens inverse du cas précédent.

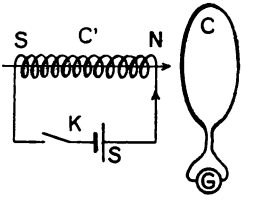


FIG. 10-2. — Courant induit résultant d'une variation de courant dans un circuit voisin.

d) —o— Si l'on fait tourner une bobine C à nombreuses spires situées dans des plans parallèles, en série avec un galvanomètre sensible G, autour d'un axe ZZ′ parallèle aux plans des spires, on observe encore un courant induit. L'appareil servant habituellement à cette expérience est appelé *cerceau de* DELEZENNE (*fig. 10-3*). Il convient, pour que le courant soit le plus intense possible (à une vitesse de rotation déterminée), d'orienter l'axe ZZ′ normalement au champ terrestre $\mathcal{H}$; le courant est nul si ZZ′ est parallèle à $\mathcal{H}$.

Choisissons arbitrairement une face positive pour le circuit C : le courant est d'un certain sens quand la demi-normale positive s'écarte de la direction de $\mathcal{H}$, de sens opposé quand elle s'en rapproche.

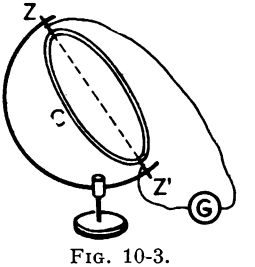


FIG. 10-3.
Cerceau de DELEZENNE.

—o— Si l'on fait subir au circuit C une translation quelconque dans le champ terrestre (loin de tout aimant ou de tout courant), C n'est le siège d'aucun courant.

—o— On peut encore utiliser une bobine souple d'axe sensiblement parallèle à $\mathcal{H}$, dont on fait varier la surface S en aplatissant les spires, ou en les ramenant à leur forme initiale (le courant est d'un certain sens dans le premier cas, de sens inverse dans le second).

On trouvera au par. 10-7 une autre expérience de variation de surface d'un circuit.

e) Si, enfin, dans l'expérience de la figure 10-2, lorsque le courant est établi en C′ et que le galvanomètre G est revenu au zéro, on introduit à l'intérieur de C et C′ une barre de fer sans aimantation permanente notable, G indique un courant, de même sens que lors de la fermeture de l'interrupteur K (mais pouvant être beaucoup plus intense).

Un courant de sens inverse traverse C, lorsqu'on retire le barreau de fer. Dans l'une ou l'autre de ces expériences, le courant garde le même sens si la barre de fer a été retournée bout pour bout, contrairement à ce qui se passait dans le cas de la *figure 12-1.*

10-2. — Forces électromotrices induites.

a) Les courants induits dont nous venons d'indiquer divers modes d'obtention résultent de forces électromotrices qui se produisent même si, le circuit C étant ouvert, le courant induit ne peut pas y circuler : entre les extrémités de C existe alors une différence de potentiel, qu'on peut chercher à mettre en évidence en remplaçant le galvanomètre G par un électromètre assez sensible. Mais ces instruments ont en général trop d'inertie pour prendre une déviation appréciable pendant la durée, souvent courte, du phénomène qu'il s'agit de mettre en évidence.

—o— En pratique, on peut faire l'expérience au moyen d'un électroscope à feuilles d'or, à condition d'utiliser un circuit C de grande surface (bobine de 20 000 spires) où l'on induit un courant par application d'une tension de l'ordre de 100 volts à une seconde bobine C′ (10 000 spires), placée sur un noyau de fer doux qui traverse aussi C : la différence de potentiel induite peut atteindre ainsi une valeur élevée.

b) On doit se souvenir que *c'est la f. é. m. induite qui représente le phénomène fondamental*, elle n'existe que pendant la durée du phénomène inducteur (mouvement relatif de C et C′, par exemple). Le courant induit ne lui est proportionnel que dans un circuit de résistance constante et lorsque n'intervient pas d'une façon appréciable le phénomène de « self-induction » qui sera étudié au chapitre 11 : son effet serait d'introduire un certain retard dans l'établissement ou la cessation des courants.

c) *Remarque.* — La f. é. m. ne se manifeste pas toujours par une différence de potentiel, bien que ces deux grandeurs aient les mêmes dimensions. Nous avons signalé au par. 6-6-c une expérience qui n'est autre que celle de la *figure 10-1*, le galvanomètre G étant supprimé et C étant une spire circulaire de même axe que l'aimant NS : lors d'un mouvement relatif de C par rapport à NS, le potentiel reste partout le même le long de C, par raison de symétrie et cependant il existe dans C un courant induit, donc une f. é. m. Les charges sont mises en mouvement, non par un champ électrostatique (puisque le potentiel est constant), mais par un « champ électromoteur » que nous étudierons au par. 10-6.

10-3. — Vecteur induction. Flux magnétique. Loi de Faraday. Perméabilité.

a) Dans les expériences décrites au par. 10-1, l'apparition d'une force électromotrice d'induction u[1] est liée soit à la variation, en fonction du temps, du champ magnétique H (par. 10-1 b et c) soit à celle de la surface S du circuit C ou de son orientation par rapport au champ (par. 10-1 d), soit à une variation du milieu (par. 10-1 e).

Lorsque ce milieu est le vide (ou pratiquement l'air), on est conduit, d'après ce qui précède, à considérer qu'il faut toujours, pour que u ne soit

1. Les symboles minuscules u, v, i sont employés de préférence à U, V, I, lorsqu'il s'agit de f. é. m., de différences de potentiel ou d'intensités variables en fonction du temps. Ne pas confondre i, intensité avec $\vec{i}$, densité de courant (par. 6-5).

pas nul, qu'il y ait variation du flux du vecteur H à travers la surface S, flux qui vaut, par définition (par. 2-2) $HS\cos\theta$, θ étant l'angle de $\overset{\smile}{H}$ avec la demi-normale positive au circuit C (supposé plan). Une étude plus approfondie conduit à admettre, comme résultat de mesures directes — ou plus souvent, indirectes — que l'on a :

$$[10,1] \qquad u = -\mu_0 \frac{d}{dt}(HS\cos\theta);$$

la signification du signe — sera indiquée au par. 10-5.

Comme nous le verrons au par. 12-3, μ_0 est cette même « permittivité du vide » qui intervient dans la formule [8,11]. Sa valeur sera rappelée au par. 10-4.

b) Pour tenir compte de l'influence du milieu (sur laquelle nous aurons à revenir), il est nécessaire de faire intervenir un nouveau vecteur axial, appelé induction magnétique (symbole $\overset{\smile}{B}$), qui, dans le vide se confond en chaque point avec le produit $\mu_0\overset{\smile}{H}$, mais a en dehors du vide, une valeur différente. Nous avons de même, en électrostatique, associé au vecteur champ électrique $\vec{E}$ le vecteur déplacement $\vec{D}$, qui lui est proportionnel dans le vide et dans d'autres milieux, mais non dans tous.

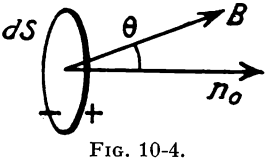


FIG. 10-4.
Flux magnétique élémentaire
$d\Phi = B.dS\cos\theta$.

La définition générale du flux d'un vecteur à travers une surface S sur laquelle on a choisi une face positive, s'applique au vecteur B. Son flux élémentaire à travers un élément de surface dS est le produit scalaire :

$$d\Phi = \overset{\smile}{B}.\overset{\smile}{n^0}\,dS = B\cos\theta\,dS,$$

$\overset{\smile}{n^0}$ étant le vecteur unitaire porté par la demi-normale positive[1] et θ l'angle de cette demi-normale avec le vecteur $\overset{\smile}{B}$ (*fig. 10-4*).

Le flux total :

$$[10,2] \qquad \Phi = \iint_S \overset{\smile}{B}.\overset{\smile}{n^0}\,dS$$

est appelé *flux magnétique* à travers S.

La relation [10,1] s'écrit alors :

$$[10,3] \qquad u = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

L'expérience montre qu'on peut, sans être conduit à aucune contradiction, attribuer à B des caractéristiques telles que cette formule [10,3] donne toujours la valeur de la f. é. m. induite dans un circuit C, Φ étant la valeur

1. $\overset{\smile}{n_0}$ est un vecteur axial, si la face positive de dS est liée conventionnellement à un sens positif de circulation sur le contour de dS. Voir la note du par. 8-10.

à l'instant t du flux magnétique traversant une surface quelconque qui s'appuie sur le contour C et $d\Phi$ la variation de Φ pendant le temps dt, supposé infiniment petit.

Cette loi fondamentale a été découverte en 1831 par FARADAY. Elle peut être considérée comme définissant dans un cas quelconque le vecteur $\overset{\smile}{B}$, une mesure de celui-ci pouvant résulter d'expériences telles que celles qui seront décrites au par. 10-9.

La formule [10,3] reste valable en langage non rationalisé : le flux magnétique, et par suite l'induction B, ne sont pas affectés par la rationalisation, puisque u ne l'est pas.

c) Dans certains cas où le circuit est plongé dans un milieu homogène et isotrope, la constante μ_0 de la formule [10,1] doit être remplacée par une caractéristique du milieu, appelée sa *perméabilité* (symbole μ); le rapport sans dimensions :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}, \qquad [10,4]$$

appelé *perméabilité relative* du milieu, ne diffère que très peu de l'unité, sauf dans des cas, d'ailleurs fort importants, qui seront étudiés au chapitre 15.

Ce qui précède revient à dire qu'au lieu de la relation relative au vide :

$$\overset{\smile}{\mathrm{B}} = \mu_0 \overset{\smile}{\mathrm{H}} \qquad [10,5]$$

on a alors :

$$\overset{\smile}{\mathrm{B}} = \mu \overset{\smile}{\mathrm{H}}. \qquad [10,6]$$

Cette dernière relation est à rapprocher de celle qui définit la permittivé ε :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}. \qquad [4,9]$$

Comme l'induction B n'est pas affectée par la rationalisation et que le champ non rationalisé est :

$$\hat{H} = 4\pi H,$$

la perméabilité non rationalisée est :

$$\check{\mu} = \mu/4\pi;$$

la formule [10,6] devient :

$$\mathrm{B} = \check{\mu}\hat{\mathrm{H}}. \qquad [10,6^*]$$

N. B. — Il n'est pas toujours correct d'écrire une relation telle que [10,6] : il arrive en effet fréquemment dans les milieux aimantés, que $\overset{\smile}{B}$ et $\overset{\smile}{H}$ n'aient pas même direction. Nous y reviendrons aux chapitres 14 et 15.

d) On voit aisément comment ce qui a été dit au par. 10-2-**a** correspond à une application qualitative de la loi de FARADAY : l'induction, et par suite le flux magnétique, à travers le contour C augmentent ou diminuent lors d'un mouvement relatif de C et de l'aimant SN ou du circuit C′, ou lorsque,

C et C′ étant fixes, on fait varier l'intensité du courant inducteur, ou encore la perméabilité du milieu (beaucoup plus grande pour le fer que pour l'air). Lorsque le champ et par suite (dans l'air) l'induction sont uniformes, il faut modifier la surface S du circuit C ou son orientation pour faire varier le flux qui le traverse.

10-4. — Unités.

a) D'après la formule [10,3], l'unité pratique de flux magnétique est la variation de Φ qui, répartie uniformément sur un intervalle d'une seconde, produit une force électro-motrice induite de un volt. On lui a donné le nom de *weber* (symbole Wb) :

[10,7] $$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V.s.}$$

Comme, d'après [2,27], 1 V = 1 N.m/A.s, on peut écrire encore :

[10,7 *bis*] $$1 \text{ Wb} = 1 \text{ J/A.}$$

Aussi l'unité de moment magnétique coulombien, qui est, comme on l'a vu au par. 8-7-c, le newton-mètre carré par ampère, peut elle être appelée weber-mètre.

L'unité C. G. S. E. M. de flux magnétique est appelée *maxwell*. L'unité C. G. S. E. M. de moment coulombien peut, par suite, être appelée maxwell-centimètre.

Il existe entre le weber et le maxwell le même rapport qu'entre le volt et l'unité C. G. S. E. M. de f. é. m., soit 10^8 :

[10,8] $$1 \text{ Wb} = 10^8 \text{ maxwells.}$$

(relation à retenir).

b) L'unité pratique d'induction est le *weber par mètre carré*. L'unité C. G. S. E. M. correspondante, qui pourrait s'appeler maxwell par cm², a reçu le nom de *gauss* :

[10,9] $$1 \text{ Wb/m}^2 = \frac{10^8}{10^4} = 10^4 \text{ gauss} = 1 \text{ myriagauss}$$

(relation à retenir).

c) L'unité pratique de perméabilité est, d'après [10,5], la perméabilité d'une substance (imaginaire) où une induction de 1 Wb/m² correspondrait à un champ de 1 A/m. Nous verrons (par. 11-1) qu'on peut lui donner le nom de henry par mètre (symbole H/m).

L'unité C. G. S. E. M. de perméabilité est le gauss par œrsted. D'après [10,9] et [8,10], on a :

[10,10] $$1 \text{ H/m} = \frac{10^4 \text{ gauss}}{10^{-3} \text{ œrsted}} = 10^7 \text{ gauss par œrsted.}$$

N. B. — Dans le système C. G. S. E. M., les unités ont été choisies de façon à rendre égale à 1 gauss/œrsted la perméabilité *non rationalisée* du vide $\check{\mu}_0$. Il en résulte que, dans ce système, B et $\hat{H}$ ont même valeur numé-

rique, dans le vide. Aussi trouve-t-on, dans des ouvrages anciens, des valeurs de champs magnétiques (non rationalisés) exprimées en gauss (au lieu d'œrsted) : ce sont en réalité les inductions correspondantes, dans le vide, qui sont ainsi évaluées. D'après [10,10], la perméabilité rationalisée du vide est donc :

[10,11] $$\mu_0 = 4\pi\check{\mu}_0 = 4\pi\,10^{-7}\ \mathrm{H/m}.$$

10-5. — Conservation du flux magnétique.

a) Une propriété importante du flux magnétique est d'être conservatif, au sens du par. 2-11; il est donc nul à travers toute surface fermée Σ :

[10,12] $$\oiint \vec{B}.\vec{n^0}\,dS = 0,$$

et il a par suite même valeur à travers toutes les surfaces s'appuyant sur un même contour, pourvu que leurs faces positives puissent se déduire les unes des autres par une déformation continue. Si d'ailleurs il n'en avait pas été ainsi, on n'aurait pas pu, dans l'énoncé de la loi de FARADAY (par. 10-2-**c**) faire intervenir le flux Φ à travers une surface *quelconque* limitée au contour du circuit.

b) Dans le cas où la surface Σ *ne rencontre pas la matière aimantée*, la relation [10,12] peut être considérée comme résultant d'une transposition, au cas du flux magnétique, du théorème de GAUSS établi pour le flux électrique (par. 2-10). La démonstration, à partir de la loi de COULOMB, est la même dans les deux cas, et si le flux Φ est créé par des aimants, la somme algébrique des masses magnétiques existant à l'intérieur de Σ est nulle, puisque tout aimant équivaut à un ensemble de dipoles, porteurs de masses magnétiques égales et opposées. Comme, d'ailleurs, les propriétés d'un champ magnétique dans le vide ne dépendent pas de son origine, connue ou non, la relation [10,12] s'applique aussi bien au flux créé par des courants qu'à celui créé par des aimants. Une généralisation au cas où la surface Σ rencontre la matière aimantée sera indiquée au chapitre 14.

c) On a vu (par. 2-12) qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un flux soit conservatif est que sa divergence soit nulle en tout point. On a donc, dans tout milieu :

[10,13] $$\mathrm{div}\,\vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \equiv 0.$$

Mais le flux de $\vec{H}$, conservatif comme celui de $\vec{B}$ dans le vide, ne l'est pas dans tout milieu.

10-6. — Sens des f. é. m. induites. Loi de LENZ.

a) Dans la formule [10,3], qui exprime la loi de FARADAY, la f. é. m. u et le flux Φ sont des grandeurs algébriques, dont les signes dépendent respectivement du sens positif choisi sur le circuit C et du choix de la face positive de toute surface S limitée au contour C. C'est lorsque, comme on le fait

toujours, on convient d'associer ces deux choix par la règle du tire-bouchon (par. 8-10) qu'il y a lieu d'introduire un signe — dans la formule [10,3].

b) D'après cette convention, un courant positif dans C crée un champ — et par suite une induction — dont le flux à travers S est positif. On voit donc que la *force électromotrice induite tend à produire un courant de sens tel que le flux (dit induit) qu'il envoie à travers C s'oppose à la variation du flux (inducteur) qui lui donne naissance.* Cette loi, découverte en 1834 par LENZ, peut être vérifiée dans les expériences faisant intervenir un galvanomètre décrites au par. 10-1 : le lecteur pourra vérifier que les sens des déplacements et des courants sont bien associés comme l'indiquent les flèches des figures 10-1.

c) Dans les cas où la f. é. m. induite est due à un déplacement relatif d'un circuit C et d'un aimant NS, on peut encore dire que la f. é. m. induite dans C tend à produire un courant de sens tel que son champ exerce sur l'aimant NS des forces électromagnétiques *s'opposant au déplacement.* On le vérifie, par exemple, sur les figures 10-1, où l'on a représenté en pointillé le sens du champ H créé par le courant induit suivant son axe. Si le courant induit est provoqué par le déplacement d'une bobine C', celle-ci subit dans le champ de ce courant des forces qu'il est possible de déterminer, comme on le verra au chapitre 12 : ces forces tendent également à s'opposer au mouvement.

En vertu de l'égalité de l'action et de la réaction, C est soumis à des forces opposées aux précédentes.

—o— Si, dans l'expérience de la figure 10-2, C est un anneau d'aluminium (sans galvanomètre) suspendu à un fil souple, on constate que lorsqu'on approche l'aimant NS, il repousse temporairement C, et inversement, ce qui est conforme à la loi de LENZ.

10-7. — Champ électromoteur dans un élément de circuit en mouvement dans un champ d'induction invariable.

—o— **a)** Soit un circuit comportant en série avec un galvanomètre G deux fils conducteurs horizontaux parallèles F et F' (*fig. 10-5*) distants de l, sur lesquels peut glisser l'élément de conducteur MM' normal aux fils, dans une région où existe un champ d'induction vertical B, produit, par exemple, par un aimant en fer à cheval.

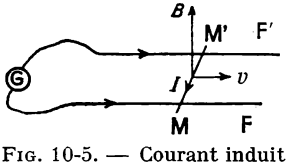


FIG. 10-5. — Courant induit résultant d'un déplacement de l'élément MM'.

Si l'on impose à MM' un déplacement de vitesse v normale à sa direction, un courant induit, dont le sens est déterminé par la loi de LENZ, apparaît dans le circuit, pendant la durée du déplacement. Choisissons, par exemple, FMM'F' comme sens positif de circulation sur le circuit, ce qui détermine le sens positif à choisir pour B, et comptons v positivement dans le sens d'une augmentation de surface du circuit : le courant induit sera dirigé de M' vers M dans M'M, si B et v sont positifs.

Le flux à travers le circuit variant de $B.l.v$ pendant l'unité de temps, la f. é. m. induite est, en valeur absolue, d'après la loi de FARADAY :

$$u = -B.l.v.$$

Exemple. — Soit $B = 1$ Wb/m², $v = 1$ m/s, $l = 1$ m, on trouve $u = 1$ V. La vitesse périphérique dans un rotor de machine atteint facilement 20 m/s; on conçoit, d'après ces ordres de grandeur, la possibilité de réaliser des générateurs électriques utilisant les f. é. m. d'induction.

b) Supposons maintenant la barre conductrice isolée électriquement des fils FF′ aux points de contact. Ces fils, et ceux qui les relient au galvanomètre, étant immobiles dans un champ d'induction invariable, ont partout même potentiel. On peut prévoir qu'il apparaît entre M′ et M une différence de potentiel :

$$V = V_{M'} - V_M = u = -B.l.v,$$

et c'est bien ce que l'expérience vérifie. Si B et v sont positifs, c'est le potentiel de M qui est le plus élevé.

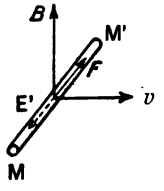


FIG. 10-5 *bis.* — Champ électromoteur d'induction.

—o— On peut mesurer cette différence de potentiel en rétablissant les contacts entre MM′, F et F′ et remplaçant le galvanomètre par un électromètre sensible.

Pendant le mouvement de MM′ avec la vitesse v, toutes les particules chargées qu'elle contient sont en mouvement avec la même vitesse. A l'état de régime, aucun courant n'existant plus dans MM′, l'existence de V indique qu'il s'est produit une concentration d'électrons négatifs en M′, laissant un excès égal de charges positives vers l'extrémité M. Il y a donc dans la barre un champ électrostatique

$$E = V/l = B.v$$

dirigé de M vers M′. Ce champ exerce sur chaque charge q une force

$$f = qE.$$

Puisqu'il n'y a pas de courant, c'est que tout se passe comme si le champ E était compensé par un champ E' de même grandeur, dirigé de M′ vers M *(fig. 10-5bis)* : on l'appelle *champ électromoteur* (par. 6-6) *d'induction.*

Si v et B sont positifs, *le sens du vecteur* E' est celui dans lequel avancerait un tire-bouchon dont le manche tournerait de v vers B par un angle $\frac{\pi}{2}$.

On peut donc poser, d'après la définition des produits vectoriels (par. 8-10) :

[10,14] $$\vec{E'} = \vec{v} \wedge \overset{\curvearrowright}{B} = -\overset{\curvearrowright}{B} \wedge \vec{v}.$$

c) Cette formule peut d'ailleurs être utilisée, quelles que soient les directions de $\overset{\curvearrowright}{B}$ et de $\vec{v}$ (leurs signes restant choisis d'après le sens positif de circulation sur le circuit, par les mêmes conventions que ci-dessus). Le produit vectoriel $\vec{E}$ est alors, en général, dirigé d'une façon quelconque par rapport au circuit. Mais la différence de potentiel (en circuit ouvert) entre les extrémités M et M′ d'une portion de circuit (rectiligne ou non) est égale à la circulation du vecteur E' de M′ en M.

Si le circuit est fermé, la f. é. m. d'induction est égale à cette circulation, changée de signe, le long du circuit supposé parcouru dans le sens positif :

$$[10,15] \qquad u = -\oint_C E'.\mathrm{d}l.$$

Remarques. — 1° On peut encore calculer la f. é. m. élémentaire du correspondant à un élément $\mathrm{d}l$ d'un circuit plan, comme le produit :

$$[10,16] \qquad \mathrm{d}u = -B_n v_n \mathrm{d}l,$$

v_n étant la composante de $\vec{v}$ normale à $\mathrm{d}l$ et B_n la composante de $\overset{\smile}{B}$ normale au plan du circuit.

2° La f. é. m. :

$$[10,17] \qquad \mathrm{d}u = (\vec{v} \wedge \overset{\smile}{B}).\vec{\mathrm{d}l}$$

peut encore s'écrire, d'après ce qu'on a vu au par. 8-10-**c** :

$$[10,17\ bis] \qquad \mathrm{d}u = (\vec{\mathrm{d}l} \wedge \vec{v}).\overset{\smile}{B}.$$

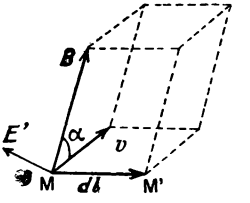


FIG. 10-6. — Force électromotrice induite $\mathrm{d}u = [v \wedge B].\mathrm{d}l$.

Sous cette forme, on voit que la f. é m. induite est égale au produit du module du vecteur B par la projection, sur un plan normal à B, de l'aire balayée par l'élément $\mathrm{d}l$ pendant l'unité de temps (*fig. 10-6*).

3° La formule [10,14] est indépendante de la nature du conducteur. Elle demeure même valable pour des corps diélectriques : l'expérience montre que le champ électromoteur déplace les charges que ces corps contiennent et les polarise (chap. 4).

10-8. — Champ électromoteur dans un élément de circuit, immobile dans un champ d'induction variable.

a) Quand la f. é. m. induite dans un circuit n'est due qu'à une variation de la grandeur algébrique de l'induction (sa direction restant constante), en fonction du temps, on peut écrire :

$$[10,18] \qquad u = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \overset{\smile}{B}.\overset{\smile}{n^0}\,\mathrm{d}S = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\overset{\smile}{B}}{\mathrm{d}t}.\overset{\smile}{n^0}\,\mathrm{d}S,$$

S désignant une surface immobile limitée au contour du circuit C. Cherchons encore à exprimer u à l'aide du champ électromoteur :

$$[10,15] \qquad u = -\oint_C E'\,\mathrm{d}l.$$

Le théorème de STOKES (par. 9-8) permet d'écrire :

$$\oint_C E'\,\mathrm{d}l = \iint_S \overset{\smile}{\mathrm{rot}}\,E'.\overset{\smile}{n^0}\mathrm{d}S.$$

En comparant cette expression avec [10,18], on obtient :

$$[10,19] \qquad \overset{\smile}{\mathrm{rot}}\,\vec{E}' = -\frac{\overset{\smile}{\mathrm{d}B}}{\mathrm{d}t}.$$

Le champ électromoteur produit en chaque point par la variation de l'induction $\overset{\smile}{B}$ est ainsi déterminé. On voit que $\vec{E}'$ n'est pas un champ newtonien, puisque son rotationnel n'est pas nul.

b) *Remarque.* — Soit une bobine, dont un ensemble de N spires forme, avec un fil de jonction, un circuit fermé, N pouvant être par le jeu d'un curseur, modifié sans déplacement de la bobine. Si celle-ci est placée dans un champ d'induction constant, la variation de N n'y entraîne aucune f. é. m. d'induction, bien que le flux magnétique total à travers la bobine varie : cela tient à ce que le flux à travers chaque spire reste constant, chaque élément restant immobile dans un champ d'induction invariable.

c) Lorsqu'un circuit C, limitant une aire S, se déplace ou se déforme dans un champ d'induction B, et qu'en même temps B varie en fonction du temps, la loi de FARADAY, compte tenu de la formule [10,17] donne :

$$[10,20] \qquad u = -\iint_S \frac{\overset{\smile}{\mathrm{d}B}}{\mathrm{d}t}.\overset{\smile}{n^0}\,\mathrm{d}S - \oint_C (\overset{\smile}{B} \wedge \vec{v}).\vec{\mathrm{d}l}.$$

10-9. — Quantité d'électricité induite par suite d'une variation de flux.

a) Supposons que, dans une expérience comme celle de la *figure 10-1*, on produise une variation de flux déterminée $\Delta\Phi$ dans l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$. On tire de l'équation [10,3] :

$$[10,21] \qquad \int_{t_1}^{t_2} u\,\mathrm{d}t = -\int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = -\Delta\Phi.$$

Si $t_2 - t_1$ varie, l'intégrale du premier membre reste constante. Elle est représentée sur la *figure 10-7*, par l'aire comprise entre l'axe des t et la courbe $u = \mathrm{f}(t)$. Une même valeur de $\Delta\Phi$ peut correspondre à une f. é. m. u' ayant un maximum accentué et une faible durée $t'_2 - t_1$ ou à une f. é. m. u'' plus aplatie mais de plus longue durée $t''_2 - t_1$.

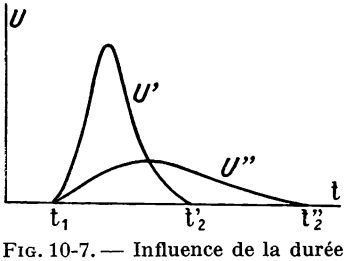


FIG. 10-7. — Influence de la durée de l'expérience sur la force électromotrice induite par une même variation de flux.

On remarquera l'analogie des phénomènes précédents avec ceux concernant l'impulsion étudiés en Mécanique (tome I, par. 9-12).

b) L'intensité i du courant qui apparaît dans un circuit fermé C de résistance constante R, où l'on produit la varia-

tion de flux $\Delta\Phi$, varie comme u. La quantité d'électricité qui a traversé le circuit est :

[10,22] $$Q = \int_{t_1}^{t_2} i\,dt = -\frac{\Delta\Phi}{R}.$$

Si C renferme un instrument de mesure, tel qu'un galvanomètre à cadre mobile (par. 8-8 et 10-13), capable d'osciller à vide suivant un mouvement sinusoïdal de pulsation ω_0 et de période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$, le couple Γ exercé sur l'équipage lors du passage du courant est proportionnel à i.

Le moment d'impulsion (tome I, par. 12-1) $\int_{t_1}^{t_2} \Gamma\,dt$ est donc proportionnel à Q. *Si la durée $t_2 - t_1$ est petite devant la période propre d'oscillation T_0 du cadre*, celui-ci, initialement au repos, prend une vitesse angulaire $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_0$ proportionnelle à ce moment d'impulsion : il atteint une élongation α_m donnée par la formule [4,29] du tome III :

$$\alpha_m = \frac{1}{\omega_0}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_0 ;$$

α_m est donc proportionnelle à Q. Le galvanomètre fonctionne alors en *balistique* (par. 1-3).

—o— Avec un galvanomètre à longue période (au moins 10 s), on vérifie que, dans l'expérience de la *figure 10-1*, l'élongation α_m est la même, que l'aimant soit introduit dans le circuit brusquement (0,1 s) ou plus lentement (1 s). Pour vérifier les résultats indiqués au par. 10-9-**a**, on doit utiliser, au contraire, un galvanomètre à courte période.

Dans une région de l'espace où B est uniforme, sa valeur peut se déduire de la mesure d'un flux, faite comme il vient d'être dit, et de celle d'une aire S normale aux lignes d'induction.

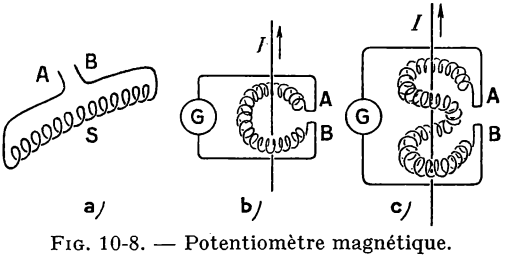


FIG. 10-8. — Potentiomètre magnétique.

d) Un dispositif, parfois appelé *potentiomètre magnétique*[1] peut être constitué d'une solénoïde long et flexible (*fig. 10-8-a*), généralement formé d'un enroulement de fil fin sur un support de cuir souple, à raison de n_1 spires d'aire S par unité de longueur.

Si l'on place l'instrument dans un champ d'induction magnétique B, le flux total qui le traverse est :

[10,23] $$\Phi = n_1 S \int_l B.dl = \mu_0 n_1 S \mathcal{F},$$

1. Il permet de mesurer une *force magnétomotrice*, alors que les potentiomètres ordinaires (par. 6-15) peuvent servir à la mesure des forces électromotrices; mais il n'y a aucune analogie de principe entre les deux types d'appareils.

$\mathcal{F}$ désignant la force magnétomotrice (par. 9-8-**d**). On mesure ce flux par l'impulsion que l'établissement de l'induction B communique à un galvanomètre balistique branché entre les bornes A et B.

—o— En disposant l'appareil comme l'indique la *figure 10-8-b*, de façon qu'il entoure un fil parcouru par un courant d'intensité I, on mesure :

$$\int B \, dl = \mu_0 I.$$

—o— Si on lui donne la disposition de la *figure 10-8-c*, on mesure :

$$\int B \, dl = 2\mu_0 I.$$

Si I est connu, l'une de ces expériences détermine la constante $n_1 S$ de l'instrument qui intervient dans la formule [10,23].

10-10. — Disque de Faraday et autres cas remarquables.

a) Selon les problèmes, il est avantageux d'utiliser soit la formule relative à tout un circuit [10,3], soit les formules « élémentaires » telle que [10,17]. Ce dernier cas se présente surtout lorsque certaines parties d'un circuit sont en mouvement, comme le montrent les exemples suivants.

—o— *Disque de* Faraday. C'est un disque de cuivre mobile autour d'un axe horizontal X'X (*fig. 10-9*), relié à un galvanomètre C par l'intermédiaire d'un contact glissant placé sur l'axe et d'un contact à mercure où trempe la partie supérieure du disque.

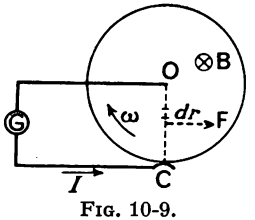


Fig. 10-9.
Disque de Faraday.

Lorsqu'on fait tourner celui-ci dans l'aimant, le galvanomètre dévie et sa déviation persiste tant que le disque tourne. L'appareil constitue un générateur électrique basé sur les phénomènes d'induction : on lui donne alors aussi le nom de *roue de* Barlow génératrice (cf. par. 12-5).

Lorsque le disque tourne, le flux total qui traverse le circuit est invariable; il y a cependant une f. é. m. d'induction dans le métal du disque, qui se déplace avec une vitesse angulaire ω, normalement aux lignes d'induction. Un élément de rayon dr situé à la distance r de l'axe se meut avec une vitesse $v = \omega r$, et la f. é. m. élémentaire dont il est le siège a pour valeur, d'après [10,16] :

$$du = \omega r B dr.$$

La f. é. m. totale développée dans le rayon R a pour valeur (si l'induction est uniforme) :

[10,24] $$u = \int_0^R \omega B r dr = \omega B \frac{R^2}{2}.$$

b) —o— Un circuit circulaire est formé par plusieurs spires de fil enroulées sur une roue d'axe O (*fig. 10-10*) et de rayon R. L'une des extrémités du fil est soudée à l'axe, l'autre A quitte tangentiellement la bobine qu'on peut dévider. Les deux extrémités sont reliées à un galvanomètre G. Le disque est

placé dans un champ d'induction $\vec{B}$ normal à son plan, et ce champ devient négligeable dans la région AB. Quand on dévide rapidement plusieurs spires, le galvanomètre n'indique aucun courant. Cependant, lorsque la roue a fait un tour (dans le sens de la flèche f, à vitesse angulaire constante, par exemple), en un temps T, la surface du circuit située dans le champ a diminué de πR^2, et une f. é. m. d'induction :

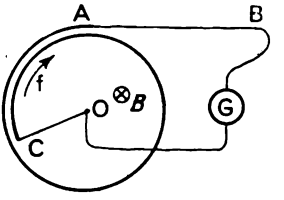


FIG. 10-10. — Compensation des forces électromotrices d'induction dues à la diminution de surface du circuit et à la rotation du rayon OC.

$$u_1 = \frac{\pi R^2 B}{T}$$

en résulte; elle tend à produire dans le circuit un courant I, dont le sens serait opposé à celui de la flèche f, conformément à la loi de LENZ. Mais, en même temps, le conducteur OC s'est déplacé avec une vitesse angulaire $\omega = \frac{2\pi}{T}$, et il s'y développe, comme dans le cas du disque de FARADAY, une f. é. m. u_2 de sens contraire à la précédente et dont la valeur est donnée par la formule [10,24] :

$$u_2 = \frac{\omega B R^2}{2} = \frac{\pi R^2 B}{T}.$$

Elle est égale et opposée à u_1, d'où l'absence de courant.

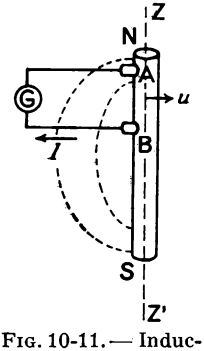


FIG. 10-11. — Induction unipolaire

c) —o— *Induction unipolaire.* — Deux conducteurs (*fig. 10-11*) frottent sur la surface cylindrique d'un barreau aimanté NS, l'un en A au voisinage d'un pôle, l'autre en B vers le milieu. On fait tourner NS autour de son axe Z'Z; un galvanomètre G branché entre les conducteurs indique la production d'un courant induit I ayant le sens indiqué. Les divers points d'une génératrice qui joint les points A et B à la surface de l'aimant sont animés d'une vitesse v qui a une composante normale aux lignes de champ créé par l'aimant (comme le montre le spectre magnétique de la *fig. 8-8*). Il apparaît donc un champ électromoteur dirigé de B vers A.

10-11. — Courants de FOUCAULT.

a) Dans ce qui précède, nous avons le plus souvent considéré des circuits filiformes. La direction du courant y est déterminée à l'avance. Il n'en est plus ainsi dans les conducteurs à deux dimensions (plaques) ou à trois dimensions (volumes), et les phénomènes sont par suite plus complexes.

Dans chaque élément de volume d'un conducteur de forme quelconque où le flux d'induction se trouve modifié, soit par variation de l'induction, soit par déplacement du conducteur, il se produit des f. é. m. et par suite des courants d'induction, qu'on appelle *courants de* FOUCAULT : le sens dans lequel ils circulent est toujours déterminé par la loi de LENZ.

La production de courants de FOUCAULT par variation du champ magnétique dans un système immobile se rencontre dans les transformateurs (tome VII). Ils se produisent aussi dans tout conducteur qui se déplace, sauf lorsque tout contour fermé que l'on peut tracer dans la masse du conducteur est traversé par un flux constant durant le mouvement.

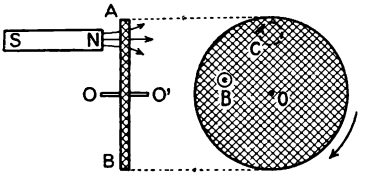


FIG. 10-12. — Courants de FOUCAULT dans un disque qui se déplace dans un champ non uniforme.

—o— Plaçons un disque mince de cuivre en face d'un pôle d'aimant ou d'un solénoïde (*fig. 10-12*) et déplaçons-le, soit en lui donnant une translation vers la droite ou vers le bas, soit en lui donnant une rotation autour de l'axe OO′ : dans tous les cas, le flux varie à travers le contour C, par exemple, et il s'y produit un courant induit. Si le disque est placé dans un champ d'induction uniforme $\overset{\curvearrowright}{B}$ dirigé dans son plan, aucune translation ne produit de courant, non plus qu'une rotation autour de la direction de $\overset{\curvearrowright}{B}$ ou d'un axe normal au disque. Mais une rotation autour d'un diamètre non parallèle à $\overset{\curvearrowright}{B}$ produit des courants.

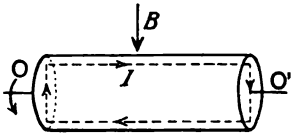


FIG. 10-13. — Courants de FOUCAULT dans un cylindre qui se déplace dans un champ uniforme.

Si un cylindre de métal massif tourne autour de son axe OO′ (*fig. 10-13*) dans un champ B uniforme normal à OO′, tout contour tracé dans un plan passant par l'axe est traversé par un flux constamment variable et devient le siège de courants ayant, dans le cas de la figure, le sens indiqué.

b) De nombreuses expériences permettent de montrer que les forces électromagnétiques exercées par l'induction sur les courants de FOUCAULT s'opposent dans tous les cas au mouvement.

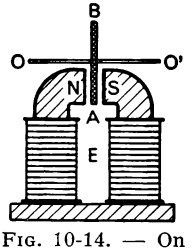


FIG. 10-14. — On freine la rotation du disque AB en excitant l'électro-aimant.

—o— Le disque circulaire AB (*fig. 10-14*) en cuivre rouge, est mis en mouvement rapide autour de son axe OO′ au moyen d'une manivelle non représentée. Il tourne entre les pièces polaires N et S d'un électro-aimant E. Quand on établit le courant dans les bobines de l'électro, le mouvement du disque est énergiquement freiné. Si l'on force le disque à tourner, en faisant un effort suffisant, il s'échauffe fortement.

—o— Un morceau de cuivre cubique, par exemple, suspendu à un fil vertical F (*fig. 10-15 a*) que l'on a tordu et qu'on laisse se détordre, pivote autour de la verticale dans l'entrefer d'un électro-aimant NS. Quand on excite celui-ci, le cube ne pivote plus qu'avec une extrême lenteur.

—o— La rotation d'un disque circulaire D en aluminium (*fig. 10-15 b*) autour de son diamètre vertical est de même très ralentie quand le courant

passe dans les bobines de l'électro. Le minimum de la vitesse se produit quand le plan de D contient les lignes d'induction.

Dans tous les cas analogues aux précédents, où un conducteur se meut dans un champ d'induction fixe, l'action de ce champ sur les courants induits équivaut à un frottement, qui s'oppose au mouvement. D'après les lois de l'induction, ce frottement, qui est proportionnel à l'intensité des courants induits, est, à chaque instant, proportionnel à la vitesse (pour une position déterminée du mobile). Il est utilisé, dans beaucoup d'instruments de mesure, pour amortir les oscillations d'un équipage mobile.

c) Ce freinage, et la dissipation d'énergie en chaleur qui en résulte, présenteraient, au contraire, un inconvénient intolérable dans l'emploi d'autres appareils. Le schéma de la *figure 10-13*, par exemple, est à peu près celui de la carcasse d'un rotor de dynamo en fer. Le fonctionnement serait pratiquement impossible si ce cylindre était d'une seule pièce. On le constitue donc par un empilement de disques de tôle, séparés par un isolant : on dit que la masse métallique est *feuilletée*. Les courants sont d'autant plus réduits que les tôles ont une épaisseur plus faible (et une résistivité plus grande).

—o— Si le disque de la *figure 10-15 b* est fendu suivant des rayons assez nombreux (*fig. 10-15 c*) les courants de FOUCAULT sont très localisés et affaiblis, et le freinage disparaît pratiquement.

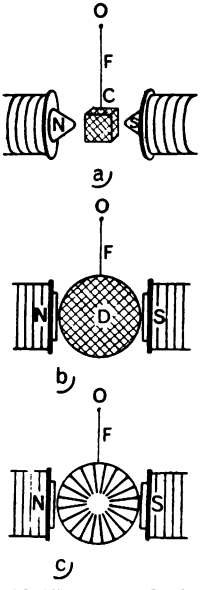


FIG. 10-15. — *a*, *b*) On freine les oscillations de C ou D en excitant l'électro-aimant; *c*) Le freinage disparaît pratiquement si le disque D est fendu suivant de nombreux rayons.

10-12. — Applications des phénomènes d'induction.

Ces phénomènes interviennent dans de nombreux domaines de l'Électricité, en particulier dans la propagation des ondes électromagnétiques (tome VII). Ils ont un rôle essentiel dans le fonctionnement des *générateurs à induction*, qui sont les plus employés pour la production des courants continus (dynamos) ou alternatifs (alternateurs), dans celui des *transformateurs* pour courants alternatifs, et des *moteurs électriques*, où ils produisent des forces contre-électromotrices (par. 7-4). Le principe de ces diverses machines sera étudié au chapitre 22 et au tome VII.

D'autres applications ont été signalées dans le présent chapitre, ou le seront par la suite : mesure de la perméabilité magnétique, des inductances mutuelles (par. 11-9), des flux magnétiques; amortissement des galvanomètres à cadre mobile (tome VII), accélérateurs à induction (tome VIII). Rappelons aussi celles déjà rencontrées en Acoustique (tome III) : microphones à ruban (par. 10-6), lecteurs de son électrodynamiques et électromagnétiques (par. 10-9).

CHAPITRE 11

SELF-INDUCTION. INDUCTION MUTUELLE

11-1. — Self-inductance. Inductance mutuelle. Henry.

a) Un circuit C parcouru par un courant I (*fig. 11-1-a*), et que nous supposerons tout d'abord placé dans le vide (ou, pratiquement, dans l'air), envoie à travers une surface quelconque S limitée à son propre contour un flux magnétique proportionnel à I (puisqu'il en est ainsi du champ et par suite de l'induction en chaque point), donc de la forme :

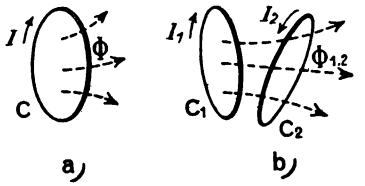


FIG. 11-1.
a) $\Phi = L\,I$; *b*) $\Phi_{1,2} = L_{1,2}\,I$.

$$[11,1] \qquad \Phi = LI.$$

La grandeur L définie par cette équation est une caractéristique du circuit, qu'on appelle sa *self-inductance*, ou encore son coefficient de *self-induction*; on dit souvent, en abrégé, « self ».

Comme on convient de lier, par la convention du par. 8-10, le choix de la face positive de S à celui du parcours positif sur C (ce qui rend identiques les signes de Φ et de I), L est toujours positif.

La self d'un circuit déformable varie avec ses dimensions. Si le circuit est placé dans un milieu illimité, de perméabilité relative μ_r, l'induction en chaque point, pour une même valeur de I, est μ_r fois plus grande que dans le vide; il en est par suite de même de la self-inductance[1].

La présence d'un milieu aimantable au voisinage du circuit entraîne comme on le verra, une modification plus ou moins complexe de l'induction : on peut encore poser : $L = \Phi/I$, mais la self-inductance ainsi définie dépend parfois de l'intensité I et même des états antérieurs du milieu aimantable (voir chap. 15).

b) Le flux qu'un courant d'intensité I_1, circulant dans un circuit C_1 (*fig. 11-1 b*) envoie à travers un autre circuit C_2 est, si le milieu est le vide (ou l'air), proportionnel à I_1, donc de la forme :

$$[11,2] \qquad \Phi_{1,2} = L_{1.2} I_1.$$

1. On peut rapprocher ce résultat de celui indiqué au par. 4-1, concernant la capacité d'un condensateur de dimensions constantes, qui se trouve, lorsqu'on remplace entre ses armatures le vide par un diélectrique matériel, multipliée par la permittivité relative ε_r de celui-ci.

Celui qu'un courant d'intensité I_2, circulant dans le circuit C_2, envoie à travers C_1, est de la forme :

$$\Phi_{2,1} = L_{2\,1} I_2;$$

nous démontrerons (par. 12-14) que les coefficients $L_{1,2}$ et $L_{2,1}$ sont égaux. Aussi les représente-t-on souvent par un même symbole M :

[11,3] $$L_{1,2} = L_{2,1} = M.$$

Contrairement aux self-inductances, les inductances mutuelles peuvent être positives ou négatives : il suffit de changer le sens positif arbitraire sur un seul des deux circuits pour changer le signe de M.

L'inductance mutuelle de C_1 et C_2 varie avec leurs formes et leur position relative. Dans un milieu illimité, de perméabilité relative μ_r, elle est μ_r fois plus grande que dans le vide; on verra au par. 11-9 une expérience vérifiant ce résultat.

La présence d'un milieu aimantable au voisinage des circuits modifie leur inductance mutuelle, qui peut alors dépendre des valeurs des intensités et des états antérieurs du milieu aimantable.

Les flux et les intensités n'étant pas affectés par la rationalisation, les coefficients d'inductance ne le sont pas non plus.

c) L'unité pratique de self-inductance ou d'inductance mutuelle est, d'après les définitions précédentes, le weber par ampère; on lui donne le nom de *henry* (symbole H). L'unité C.G.S.E.M. d'inductance n'a pas reçu de nom particulier; elle vaut 1 maxwell par biot.

[11,4] $$1\ \text{H} = \frac{10^8\ \text{maxwells}}{0{,}1\ \text{biot}} = 10^9\ \text{maxwells par biot.}$$

Nous avons signalé déjà (par. 10-4) que l'unité pratique de perméabilité magnétique, qui est $\frac{1\ \text{Wb/m}^2}{1\ \text{A/m}}$, était habituellement appelée henry par mètre ; cette dénomination se trouve ici justifiée.

11-2. — Self-inductance d'un long solénoïde, self linéaire d'une ligne coaxiale.

a) Soit un solénoïde de grande longueur l, comprenant un grand nombre N de spires régulièrement réparties. L'induction à l'intérieur est sensiblement uniforme et a pour valeur, dans un milieu de perméabilité μ :

$$B = \mu \frac{N}{l} I.$$

Le flux à travers les N spires, de surface S, est approximativement $\Phi = N.B.S$, d'où la self-inductance :

[11,5] $$L = \mu \frac{N^2}{l} S.$$

Exemple. — Si $N = 20\,000$, $l = 1$ m, $S = 20$ cm^2, on trouve, dans le vide :

$$L = 12{,}6.10^{-7}.4.10^8.2.10^{-3} \simeq 1 \text{ henry.}$$

Si la bobine a un noyau de fer occupant tout son volume, le coefficient L est multiplié par la perméabilité relative μ_r du fer; il est donc beaucoup plus grand, mais il varie avec l'intensité du courant.

b) *Ligne coaxiale.* — On appelle ainsi l'ensemble de deux longs conducteurs cylindriques C_1C_2 de même axe Δ et de rayons R_1 et R_2 (*fig. 11-2*) qui transportent un même courant en sens contraires. Entre ces conducteurs, les lignes de champ magnétique sont, par symétrie, des circonférences d'axe Δ; d'après le théorème d'AMPÈRE, le champ en P, à une distance $OP = x$ de l'axe comprise entre R_1 et R_2, a pour valeur $H = \dfrac{I}{2\pi x}$ (cf. par. 9-9; on y a indiqué que le champ à l'intérieur de C_2 est nul; H est le même que si C_1 existait seul).

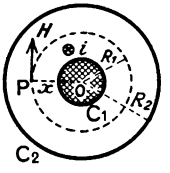


FIG. 11-2. Ligne coaxiale.

La surface normale aux lignes d'induction sur une longueur l du câble, entre deux cylindres de rayons x et $x + dx$ est $l\,dx$. Elle est traversée par un flux $d\Phi = \mu\dfrac{Il\,dx}{2\pi x}$, μ étant la perméabilité, supposée bien déterminée, du milieu séparant les conducteurs. D'où le flux total :

$$\Phi = \mu\frac{I}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{l\,dx}{x} = \frac{\mu}{2\pi}Il\ln\frac{R_2}{R_1}.$$

On en tire l'expression de la self-inductance par unité de longueur :

[11,6] $$\frac{L}{l} = \frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}.$$

11-3. — Induction mutuelle de deux circuits enroulés sur un même tore. Inductances mutuelles réglables.

a) Un tore T dont le rayon générateur R est grand devant le rayon r de la section méridienne (*fig. 11-3*) porte deux enroulements, l'un C_1 comprenant N_1 spires d'aire S_1 enroulées régulièrement (donc à raison de $n_1 = \dfrac{N_1}{2\pi R}$ par unité de longueur), l'autre C_2 comportant N_2 spires, enroulées sur une partie seulement du tore. Le calcul de $L_{2,1}$ est délicat, alors que celui de $L_{1,2}$ est aisé. Cela tient à ce que, d'après [8,9], le champ créé par C_1 est pratiquement uniforme dans la section droite d'aire S_1, et a pour valeur n_1I_1, d'où le flux :

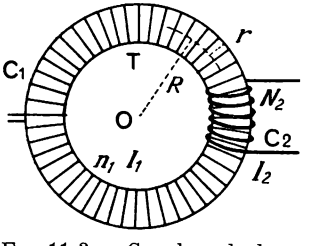


FIG. 11-3. — Couplage de deux circuits enroulés sur un même tore.

$$\Phi_{1,2} = \mu n_1 I_1 N_2 S_1,$$

μ étant la perméabilité magnétique du tore, supposée constante ou pratiquement telle. (Si la bobine C_2 a une section supérieure à S_1, c'est seulement cette dernière section qui est traversée par un flux important.)

On en déduit :

[11,7] $$M = L_{1,2} = \mu n_1 N_2 S_1.$$

Par exemple, pour $\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ A/m, $n_1 = 1\,000$ spires par mètre, $N_2 = 100$ et $S_1 = 0{,}01$ m, on a : $M = 1{,}25\ 10^{-3}$ H.

b) On calcule d'une façon analogue l'inductance mutuelle d'un long solénoïde C_1, comportant n_1 spires par unité de longueur, et d'une bobine C_2, comportant au total N_2 spires, de surface S_2, placée à l'intérieur de C_1, les directions positives des axes des deux bobines faisant entre elles un angle θ (*fig. 11-4*). On trouve :

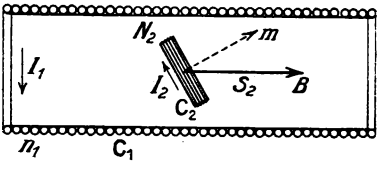


FIG. 11-4. — Couplage d'un solénoïde C_1 et d'une bobine C_2 placée à l'intérieur.

[11,8] $$M = \mu_0 n_1 N_2 S_2 \cos\theta.$$

En modifiant θ, on peut faire varier M entre les valeurs opposées $\pm\ \mu_0 n_1 N_2 S_2$. Les considérations de symétrie indiquent bien que M doit être nul pour $\theta = \pi/2$.

On réalise aussi des inductances mutuelles réglables à l'aide de deux bobines plus ou moins emboîtées l'une dans l'autre, ou dans lesquelles on introduit plus ou moins profondément un noyau de fer. Mais, dans ce dernier cas, pour une position donnée des bobines et des noyaux, M dépend de la perméabilité de ceux-ci, donc de l'intensité des courants.

11-4. — Forces électromotrices de self-induction. Extracourants de rupture et de fermeture.

a) Les lois des phénomènes d'induction électromagnétique s'appliquent, en particulier, au flux $\Phi = Li$ produit par un courant i à travers son propre circuit.

Toute variation de i et (ou) de L donne lieu à la production dans le circuit d'une f. é. m. de *self-induction* :

[11,9] $$u = -\frac{\mathrm{d}(Li)}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - i\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}.$$

Pour un circuit rigide placé dans l'air (cas particulier souvent réalisé), cette formule se réduit à

[11,10] $$u = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

La f. é. m. de self-induction ne se manifeste alors que lorsque le courant varie; elle tend toujours, d'après la loi de LENZ, à s'opposer à ses variations.

b) La suppression du courant dans un circuit n'est, par suite, jamais rigoureusement instantanée.

Supposons que, dans un circuit C de résistance maintenue constante R, et de self-inductance constante L, parcouru par un courant I, la force élec-

tromotrice soit supprimée[1], à un instant que nous prendrons comme origine des temps : la diminution d'intensité qui en résulte provoque une force électromotrice de self-induction, qui produit ce qu'on appelle un *extracourant de rupture.*

c) Soit i l'intensité de ce dernier, à l'instant t; la loi d'OHM donne :

$$[11,11] \qquad -L\frac{di}{dt} = Ri.$$

Cette équation différentielle a même forme que celle déterminant la décharge d'un condensateur à travers une résistance constante (par. 6-16). En l'intégrant, et tenant compte de la valeur I de i à l'instant 0, on obtient :

$$\ln\frac{i}{I} = -\frac{R}{L}t.$$

ou :

$$[11,12] \qquad i = I\exp\left(-\frac{R}{L}t\right) = I\exp\left(-\frac{t}{\theta}\right),$$

en posant :

$$[11,13] \qquad \theta = L/R.$$

θ est appelée *constante de temps* du circuit (de même que le produit RC au par. 6-6); elle s'exprime en secondes si l'on évalue L en henrys et R en ohms, ou encore si l'on emploie pour ces deux grandeurs les unités C.G.S.E.M.

La *figure 6-37 a* représente la variation de i en fonction de t.

Pour $t = \theta$, $i = I\ \exp\ (-1) \simeq 0{,}37\ I$;
pour $t = 5\theta$, $i \simeq 0{,}01\ I$, et pour $t = 10\theta$, $i \simeq 0{,}0001\ I$.

i est donc pratiquement tombé à 0 au bout d'un temps de l'ordre de quelques θ.

Les extracourants sont particulièrement importants dans les circuits qui ont un coefficient de self-induction très grand par rapport à leur résistance. C'est le cas d'un électro-aimant, en admettant comme première approximation qu'on puisse lui attribuer un coefficient de self-induction déterminé (voir par. 15-5). C'est encore le cas des supraconducteurs, dont la résistance est presque nulle, et dans lesquels un courant persiste pendant plusieurs semaines après la suppression de la f. é. m. (par. 19-3).

d) En général, au lieu de supprimer la f. é. m. sans changer la résistance R, on se contente de couper le circuit. Il se produit une étincelle, à travers laquelle l'extracourant peut passer; mais pendant la durée de l'étincelle, sa résistance varie, ce qui complique les choses et modifie la loi de variation de l'extracourant en fonction du temps. L'étincelle de rupture peut avoir une assez grande longueur, si la constante de temps θ est grande.

1. On peut, à cet effet, remplacer brusquement le générateur par un conducteur de même résistance, sans f. é. m., ou encore faire cesser brusquement une variation de flux qui produisait jusque-là dans C une f. é. m. d'induction.

—o— Un fort électro-aimant E, muni de son armature, est alimenté, quand l'interrupteur K est fermé, par un générateur de courant continu à 110 volts (*fig. 11-5*). Un rhéostat Rh de résistance R' est placé dans le circuit; une lampe à bas voltage L est mise en dérivation sur les bornes de l'électro-aimant. Sa résistance étant notablement plus grande que celle de l'électro-aimant, cette lampe n'est traversée que par un courant trop peu intense pour que son filament soit fortement incandescent. Mais quand on ouvre l'interrupteur K, un extracourant passe dans la lampe, qui brille pendant un court instant. L'étincelle de rupture en K est alors peu fournie, l'extracourant trouvant un autre chemin.

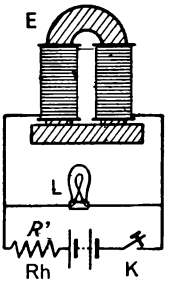


FIG. 11-5. — Mise en évidence des extra-courants de rupture et de fermeture.

On n'observe rien d'analogue si l'on remplace E par un circuit de même résistance (même courant permanent), mais de self-inductance négligeable.

—o— Un circuit comprend quelques éléments d'accumulateurs et un électro-aimant muni de son armature (*fig. 11-6*); une extrémité du circuit est reliée à une lime sur laquelle on frotte l'autre extrémité. On produit ainsi de nombreuses interruptions du courant, et les étincelles de rupture sont très longues et très brillantes.

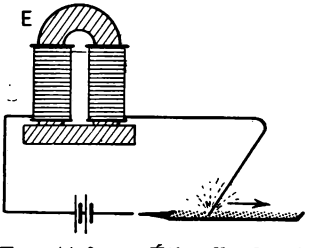


FIG. 11-6. — Étincelle due à l'extra-courant de rupture.

Si la rupture d'un circuit à forte self-induction était très brusque, la f. é. m. correspondante pourrait être encore très grande au moment où l'étincelle cesserait; il pourrait alors se produire d'autres étincelles entre des spires du circuit voisines les unes des autres, qui se trouveraient à des potentiels notablement différents, et l'isolant serait percé. Il faut donc réduire assez progressivement (à l'aide d'un rhéostat) le courant qui passe dans un électro-aimant puissant.

On atténue beaucoup l'étincelle en mettant un condensateur de capacité convenable en dérivation sur la coupure où elle se produit. L'extracourant charge le condensateur (qui se décharge ensuite) et ne passe plus par l'étincelle.

e) Quand on ferme, sur une force électromotrice constante U, un circuit de résistance R et de self-inductance L déterminées, l'intensité i, qui part de zéro, n'atteint de même que progressivement sa valeur permanente $I = U/R$.

Pendant que l'intensité varie, la f. é. m. de self-induction s'ajoute algébriquement à U, et l'on a :

$$U - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = Ri,$$

ou, en posant $i' = I - i$, $\qquad L\dfrac{\mathrm{d}i'}{\mathrm{d}t} = -Ri'.$

Cette équation a même forme que [11,11], et l'on en déduit, comme ci-dessus, en tenant compte de la valeur I de i' à l'instant zéro :

$$i' = I \exp(-t/\theta), \quad \text{avec} \quad \theta = L/R.$$

On a par suite :

[11,14] $$i = I\,[1 - \exp(-t/\theta)].$$

La *figure 6-36 b* représente la variation de i en fonction de t.

Pour : $t = \theta$, $i \simeq 0{,}63\ I$; pour $t = 5\theta$, $i \simeq 0{,}99\ I$; et pour $t = 10\theta$, $i \simeq 0{,}9999\ I$. L'intensité atteint donc pratiquement sa valeur permanente au bout d'un temps de l'ordre de quelques θ.

La tangente à la courbe, pour $t = 0$ ($i = 0$), a une pente $\left(\frac{di}{dt}\right)_0 = \frac{U}{L}$, d'autant plus faible que L est plus grand.

Le courant i', de sens opposé à I, qui s'ajoute algébriquement à U/R pendant l'établissement du courant, est appelé *extra-courant de fermeture.*

—o— Dans l'expérience correspondant à la *fig. 11-5*, on peut observer, lorsqu'on ferme l'interrupteur K, un éclair dans la lampe L : il résulte de ce que la différence de potentiel $U - R'i$ aux bornes de L, i étant ici le courant total débité par le générateur de f. é. m. U, est temporairement supérieure à la valeur du régime $U - R'I$, puisque l'intensité i n'atteint que progressivement I.

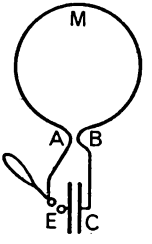


FIG. 11-7. — Expérience montrant la self-inductance de la boucle conductrice AMB.

—o— Dans l'expérience dont la *figure 11-7* donne le schéma, les extrémités (voisines et non recouvertes d'isolant) d'une boucle de cuivre AMB sont reliées respectivement à l'une des armatures d'un condensateur C et à une boule d'un éclateur E. Si l'on approche cette boule de l'autre armature, préalablement portée à un potentiel élevé par rapport à la première, on observe, en plus de l'étincelle en E, une étincelle entre A et B : le courant de décharge passe dans l'air plutôt que dans la boucle conductrice, parce que celle-ci présente une self-inductance qui dans ce cas n'est pas négligeable.

11-5. — Écrans électromagnétiques.

Considérons un circuit immobile, de self-inductance L constante et de résistance R, placé dans un champ d'induction qui produit le flux Φ à travers le circuit. Lorsque Φ varie, on a à chaque instant (en admettant qu'il n'y ait dans le circuit aucune autre f. é. m. que celles d'induction) :

$$\frac{d}{dt}(\Phi + Li) + Ri = 0.$$

Supposons en outre que la résistance R soit négligeable; il reste :

$$\frac{d}{dt}(\Phi + Li) = 0,$$

d'où :

$$\Phi + Li = 0,$$

si Φ et i sont initialement nuls.

Le flux du courant induit neutralise donc constamment *les variations* du flux extérieur. C'est ce qui arrive pratiquement au-delà d'une surface conductrice de grandes dimensions : les courants de FOUCAULT dans le métal produisent un flux qui compense les variations du flux extérieur. La surface conductrice constitue un *écran électromagnétique* (ne pas confondre avec les écrans magnétiques, qui seront considérés au par. 15-3).

En réalité, comme la résistance du métal n'est pas nulle, l'intensité i, et par suite le flux Li, sont moindres que ne l'indique le raisonnement précédent.

Lorsque Φ ne varie plus, i s'annule rapidement, et la compensation n'existe plus. Les écrans électromagnétiques ne sont donc pas exactement comparables aux écrans électrostatiques (par. 3-3). Leur effet n'est bien marqué que s'ils sont très conducteurs et si les variations de l'induction sont très rapides (cas des ondes électromagnétiques à haute fréquence, voir tome VII).

11-6. — Courants dans deux circuits couplés.

a) Lorsque l'inductance mutuelle M de deux circuits C_1 et C_2 n'est pas négligeable, toute variation de courant dans l'un d'eux produit dans l'autre une force électromotrice, dite *f. é. m. d'induction mutuelle*, de la forme $U_{1,2} = -M\frac{di_1}{dt}$ dans le second, et $U_{2,1} = -M\frac{di_2}{dt}$ dans le premier. Les deux circuits sont dits *couplés*. Soient R_1, R_2, L_1, L_2 les résistances et les self-inductances, supposées constantes, des deux circuits, U_1, U_2 les f. é. m, constantes (éventuellement nulles) des générateurs qui peuvent s'y trouver, i_1 et i_2 les courants qui les traversent.

La loi d'OHM s'écrit :

$$[11,15] \qquad \begin{cases} R_1 i_1 + L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} = U_1 \\ R_2 i_2 + L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} = U_2. \end{cases}$$

En prenant les dérivées des deux membres de chaque équation par rapport au temps t, on a les deux nouvelles équations :

$$\begin{cases} R_1 \dfrac{di_1}{dt} + L_1 \dfrac{d^2 i_1}{dt^2} + M \dfrac{d^2 i_2}{dt^2} = 0 \\ R_2 \dfrac{di_2}{dt} + L_2 \dfrac{d^2 i_2}{dt^2} + M \dfrac{d^2 i_1}{dt^2} = 0. \end{cases}$$

En tirant $\frac{di_2}{dt}$ de la première de ces quatre équations, $\frac{d^2 i_2}{dt^2}$ de la troisième, et portant ces valeurs dans la quatrième, on obtient une équation ne contenant que i_1 et ses dérivées :

$$[11,16] \qquad (L_1 L_2 - M^2)\frac{d^2 i_1}{dt^2} + (R_1 L_2 + R_2 L_1)\frac{di_1}{dt} + R_1 R_2 i_1 = R_2 U_1.$$

On montre en Mathématiques que la solution est de la forme :

$$[11,17] \qquad i_1 = U_1/R_1 + A_1 \exp \alpha' t + B_1 \exp \alpha'' t,$$

A_1 et B_1 étant deux constantes que les conditions initiales permettent de déterminer. Quant à α' et α'', ce sont les deux racines de l'équation en α :

$$(L_1L_2 - M^2)\,\alpha^2 + (R_1L_2 + R_2L_1)\,\alpha + R_1R_2 = 0.$$

L'intensité i_2 satisfait à une relation analogue.

b) Il est facile de voir que α' et α'' sont toujours réels, car le déterminant peut s'écrire :

$$(R_1L_2 - R_2L_1)^2 + 4R_1R_2M^2 > 0.$$

Mais, de plus, il faut que α' et α'' soient toujours négatifs, sans quoi i_1 augmenterait infiniment en même temps que le temps t, ce qui est physiquement impossible. Des conditions $\alpha' + \alpha'' < 0$ et $\alpha'\alpha'' > 0$, on déduit :

[11,18] $$L_1L_2 - M^2 > 0.$$

Le rapport $\dfrac{|M|}{\sqrt{L_1L_2}} < 1$, qui est un nombre sans dimensions, est appelé *coefficient de couplage* des deux circuits. Quand il est voisin de zéro, on dit que le couplage des deux circuits est *lâche* : quand il est voisin de 1, on dit que le couplage est *serré*[1].

N. B. — Si la self-inductance d'un circuit est négligeable, il en est de même, d'après [11,18], de son inductance mutuelle relative à n'importe quel autre circuit.

Remarque. — Soient deux enroulements disposés régulièrement sur une même carcasse torique, à raison de n_1 et n_2 spires par unité de longueur, respectivement, de façon que leurs spires se superposent ou alternent; ils ont même section et même longueur. D'après [13,14] et [13,13], leurs self-inductances sont :

$$L_1 = \mu n_1^2 LS \qquad L_2 = \mu n_2^2 LS,$$

et leur inductance mutuelle $M = \mu\, n_1 n_2 LS$; le coefficient de couplage (par. 13-3) atteint donc dans ce cas la valeur maximum 1.

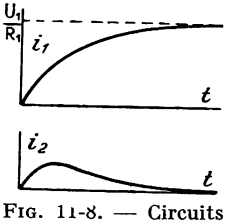


FIG. 11-8. — Circuits couplés : intensités en fonction du temps, lorsque v_1 = constante et $U_2 = 0$.

c) Dans le cas particulier où $U_2 = 0$, les équations [11,16] et [11,17] gardent la même forme, mais on obtient pour i_2 une solution sans terme constant :

$$i_2 = A_2' \exp \alpha' t + B_2' \exp \alpha'' t.$$

Si, à l'instant zéro, i_1 et i_2 sont nuls, on a :

$$U_1/R_1 + A_1 + B_1 = 0 \qquad \text{et} \qquad A_2' + B_2' = 0.$$

On obtient deux autres relations entre les constantes d'intégration, en écrivant que les relations [11,15] sont satisfaites à l'instant zéro. On trouve finalement que, dans ce cas, i_1 et i_2 varient en fonction de t comme l'indiquent les courbes de la *figure 11-8.*

1. Dans le cas limite où M serait égal à $\sqrt{L_1L_2}$, l'équation [11,16] se ramènerait au premier ordre, et sa solution serait une fonction exponentielle simple.

11-7. — Partage des quantités d'électricité induites entre deux branches en parallèle.

Soient deux branches d'un circuit, disposées en parallèle, ayant des résistances R_1 et R_2, des self-inductances L_1 et L_2, et une inductance mutuelle M. Supposons, pour simplifier, que le reste du circuit ait, par rapport à chacune de ces deux branches, une inductance mutuelle négligeable (le résultat serait le même s'il n'en était pas ainsi).

Soient, à l'instant t, u la différence de potentiel entre les points où se réunissent les deux branches, i_1 et i_2 les intensités dans celles-ci :

$$u = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt},$$

d'où :

$$R_1 i_1 + (L_1 - M)\frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 + (L_2 - M)\frac{di_2}{dt}.$$

En multipliant par dt et en intégrant pour toute la durée du passage du courant, on obtient, Q_1 et Q_2 étant les quantités d'électricité qui traversent les deux branches :

$$R_1 Q_1 + (L_1 - M)\int di_1 = R_2 Q_2 + (L_2 - M)\int di_2.$$

D'où, si les intensités sont nulles au début et à la fin de l'opération :

$$R_1 Q_1 = R_2 Q_2.$$

La quantité totale $Q = Q_1 + Q_2$ se partage donc entre les deux branches comme l'intensité d'un courant permanent (par. 6-9); mais cette règle *ne s'applique pas aux intensités instantanées* i_1 et i_2.

Une conséquence de cette loi de partage est qu'on peut shunter un galvanomètre balistique de la même façon qu'un galvanomètre ordinaire.

11-8. — Self d'un ensemble de deux bobines en série. Selfs réglables.

a) Nous n'avons défini, jusqu'ici, les coefficients d'inductance que dans le cas de circuits fermés; mais, bien souvent, les flux à considérer dépendent essentiellement des formes, dimensions et positions diverses des bobines ou « enroulements » constituant les circuits, et non des conducteurs reliant les extrémités de ces bobines (et situés dans des régions où l'induction est négligeable).

On est ainsi conduit à parler de la self d'une bobine, ou de l'inductance mutuelle de deux bobines, comme de grandeurs qui les caractérisent.

b) Lorsque deux bobines, dont les self-inductances respectives sont L_1 et L_2, sont parcourues par le même courant d'intensité i, le flux Li qui traverse l'ensemble comprend les flux $L_1 i$ et $L_2 i$ que chacune envoie à travers

son propre circuit, et aussi les flux $L_{1.2}i$ et $L_{2.1}i$ que chacune envoie à travers l'autre.

Comme $L_{1.2} = L_{2.1} = M$, on en déduit :

[11,19] $$L = L_1 + L_2 + 2M.$$

La condition :

[11,18] $$|M| < \sqrt{L_1 L_2},$$

établie au par. 11-6, entraîne :

$$2|M| < L_1 + L_2,$$

puisque, quels que soient les nombres positifs a et b :

$$4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2 < (a+b)^2.$$

La self L calculée par la formule [11,19] est donc bien toujours positive.

c) Un déplacement relatif des deux bobines permet, sans changer la résistance totale, de faire varier L entre deux valeurs extrêmes, dont la plus faible ne peut être inférieure à $L_1 + L_2 - 2\sqrt{L_1 L_2}$, ni la plus forte supérieure à $L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}$.

La *figure* 11-9 représente un ensemble de deux bobines, dont on peut faire varier ainsi l'inductance mutuelle et par suite la self totale, si elles sont en série, en faisant tourner l'une d'elles autour du diamètre commun projeté en O. Des variations bien plus considérables s'obtiennent en enfonçant plus ou moins un noyau de fer à l'intérieur d'une bobine unique. Mais, nous l'avons dit, les flux ne sont alors plus exactement proportionnels aux intensités, et les modifications correspondantes de L en fonction de i (pour une position donnée du noyau) ne sont bien souvent pas négligeables.

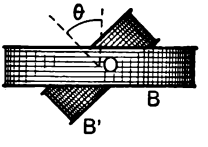


FIG. 11-9. — On peut faire varier l'inductance mutuelle M en modifiant l'angle θ.

11-9. — Mesure des inductances.

a) Soient deux circuits couplés C_1 et C_2, comportant le premier un générateur S permettant d'y faire passer un courant permanent d'intensité I_1 mesurée par un ampèremètre A; le second, un galvanomètre balistique G (*fig. 11-10*).

Lorsqu'on ferme ou rompt le circuit C_1, il en résulte dans C_2 un courant i_2; une quantité d'électricité $Q = \int i_2 dt$ traverse le balistique.

En intégrant la deuxième équation [11,15] par rapport au temps, du début à la fin de la période où les courants varient, on obtient :

$$R_2 \int i_2 dt + L_2 \int \frac{di_2}{dt} dt + M \int \frac{di_1}{dt} dt = 0,$$

U_2 étant nul et R_2, L_2, M supposés constants.

Le terme $\int di_2$ est nul, puisque i_2 est nul au début et à la fin de l'expérience.

D'où : [11,20] $$Q = \frac{M}{R_2} I_1,$$

relation qu'on aurait pu déduire de [10,22], puisque le flux magnétique à travers C_2, dû au passage de I_1 dans C_1 est $\Phi_{12} = MI_1$. Mais au paragraphe 10-9, nous avions négligé les effets de self-induction : nous voyons maintenant qu'ils n'influent pas sur Q, même si L_2 n'est pas négligeable.

Si l'on connaît la résistance totale R_2 de C_2, et si l'on mesure I_1 et Q, on en déduit M.

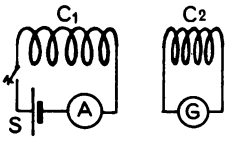


FIG. 11-10. — Mesure d'une inductance mutuelle à l'aide d'un balistique.

Exemple : Soit $M = 10^{-3}$ H, $I_1 = 10$ A et $R_2 = 10\,\Omega$: $Q = 10^{-3}$ C.

—o— On sait (par. 10-9-b) que la déviation maximum α du galvanomètre balistique est proportionnelle à la quantité d'électricité qui le traverse, pourvu que la durée du courant soit brève vis-à-vis de la période. On peut, en donnant à I_1 diverses valeurs, vérifier la constance du rapport α/I_1.

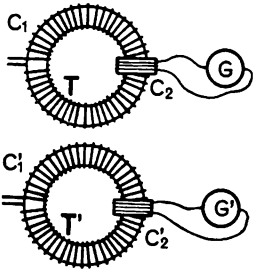


FIG. 11-11. — Comparaison des inductances mutuelles de deux couples de bobines C_1 et C_2 ou C_1' et C_2' enroulées sur un tore T en bois ou sur un tore T' en fer.

—o— **b)** Soient deux tores T et T', l'un en bois, l'autre en fer, portant des enroulements identiques C_1 et C_1', régulièrement répartis; deux bobines C_2 et C_2' identiques, disposées autour de C_1 et C_1' comme l'indique la *figure 11-11*, sont reliées en série à deux galvanomètres balistiques identiques G et G'.

On constate que l'établissement (ou la suppression) d'un même courant dans C_1 et C_1' provoque des déviations α et α' très différentes des deux galvanomètres : leur rapport M'/M est égal à la perméabilité relative du fer, dans les conditions de l'expérience.

En pratique, μ_r pouvant atteindre pour le fer des centaines, ou même des milliers, il convient, pour pouvoir mesurer α'/α avec quelque précision, d'envoyer dans C_1 un courant beaucoup plus intense que dans C_1', leur rapport étant connu.

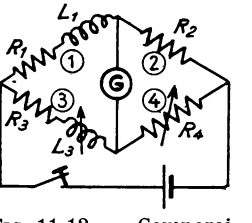


FIG. 11-12. — Comparaison de self-inductances au pont de WHEATSTONE.

c) On peut comparer une self-inductance L_1 inconnue à une self connue et réglable, à l'aide d'un pont de WHEATSTONE (par. 6-11) disposé comme l'indique la *figure 11-12*; les branches correspondant aux numéros 1 et 3 sont constituées par des bobines de selfs L_1 et L_3 (L_3 réglable) et de résistances R_1 et R_3; les branches numérotées 2 et 4 ont des résistances R_2 et R_4, dont une au moins réglable, et des selfs négligeables.

On commence par équilibrer le pont en régime permanent (par variation de R_2 ou R_4), ce qui est réalisé, d'après [6,29], pour :

$$R_1/R_3 = R_2/R_4.$$

On agit ensuite sur L_3, les résistances restant constantes, jusqu'à ce que le galvanomètre, qui doit avoir une faible inertie, ne dévie pas (temporairement) lorsqu'on ouvre ou ferme l'interrupteur. On a alors, à chaque instant, en appelant i_1 et i_3 les valeurs des courants dans les branches 1, 2 et 3, 4 :

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = R_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt}$$
$$R_2 i_1 = R_4 i_3,$$

d'où l'on tire :

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = \frac{R_3 R_2}{R_4} i_1 + \frac{L_3 R_2}{R_1} \frac{di_1}{dt},$$

et, en tenant compte de la condition d'équilibre en régime permanent :

[11,21] $$L_1 = L_3 \frac{R_2}{R_1}.$$

d) L'emploi des courants alternatifs sinusoïdaux offre, comme on le verra au tome VII, divers moyens commodes pour la mesure des coefficients d'inductance.

CHAPITRE 12

ACTION D'UNE INDUCTION MAGNÉTIQUE SUR UN COURANT

12-1. — Expériences diverses.

a) Comme on l'a annoncé au par. 8-8, un circuit parcouru par un courant est généralement soumis à des actions mécaniques lorsqu'il est placé dans un champ magnétique dû à une cause quelconque (aimant, champ terrestre, courant) ou à un ensemble de telles causes. On verra au par. 12-3 que c'est par son induction que ce champ agit.

—o— Pile flottante (*fig. 12-1*). Deux lames, l'une en zinc, l'autre en cuivre, sont réunies par une boucle de fil conducteur PQ et traversent un flotteur. On place celui-ci à la surface d'une solution d'acide sulfurique; ce liquide forme avec les deux lames une pile de VOLTA (par. 21-6) qui envoie un courant intense dans le fil PQ, le circuit étant peu résistant. Lorsqu'on approche un aimant SN du circuit, ce dernier subit en général une rotation et une translation, ce qui montre qu'il est soumis à un couple et à une force.

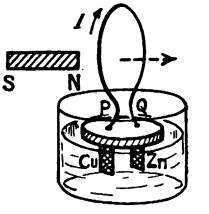


FIG. 12-1. — Action d'un aimant sur le circuit d'une « pile flottante ».

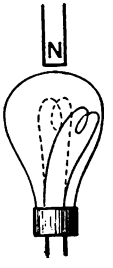


FIG. 12-3. — Déformation d'un filament de lampe parcouru par un courant, et placé dans un champ d'induction magnétique.

—o— Un solénoïde formé par 300 à 500 spires de 5 cm de diamètre, suspendu par un fil F (*fig. 12-2*) de façon que son axe soit mobile dans un plan horizontal sans être soumis à un couple de torsion notable, s'oriente comme le ferait un barreau aimanté dans le champ magnétique terrestre, lorsqu'il est traversé par un courant de quelques ampères. Il est soumis seulement à un couple, le champ terrestre étant uniforme.

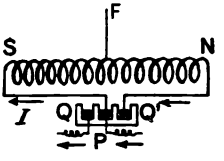


FIG. 12-2. — Orientation, dans un champ uniforme, d'un solénoïde suspendu par un fil sans torsion F; la cavité P et la rigole circulaire QQ' contiennent du mercure, qui permet l'arrivée et le départ du courant sans frottements solides.

—o— Le filament de carbone d'une lampe à incandescence se déforme (*fig. 12-3*) lorsqu'on approche un aimant de l'ampoule.

b) Les forces et couples agissant sur un circuit parcouru par un courant, et placé dans un champ magnétique, forment le plus souvent un ensemble compliqué résultant de la composition des actions exercées sur les diverses parties du circuit.

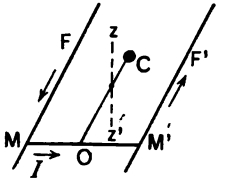


FIG. 12-4. — L'élément MM', placé dans un champ d'induction, est soumis à une force normale, appliquée en son milieu O.

On obtient un résultat simple en étudiant l'action d'un champ magnétique sur une petite portion rectiligne du circuit (*élément de circuit*). Pour cela, il faut : soit rendre cet élément mobile par rapport au reste du circuit, sans que ses déplacements interrompent le passage du courant, soit faire en sorte que les actions mécaniques exercées sur le circuit s'annulent à l'exception de celles subies par l'élément considéré.

On peut, par exemple, amener le courant par deux fils conducteurs fixes F et F' (*fig. 12-4*) horizontaux, sur lesquels peut glisser l'élément MM', comme dans le cas de la *figure 10-5*. On peut encore remplacer F et F' par deux rigoles emplies de mercure, sur lesquelles flottent les extrémités coudées du fil MM'.

—o— La barre MM' est suspendue en son milieu O par un levier mobile autour d'un axe vertical Z'Z (le plan Z'ZO étant normal à MM'); son poids est équilibré par un contrepoids C. Quel que soit le champ magnétique uniforme agissant sur l'élément MM', celui-ci n'a aucune tendance à tourner autour de l'axe. La force F à laquelle il est soumis ne peut donc être que contenue dans le plan perpendiculaire au milieu de MM', son moment étant nul par rapport à l'axe Z'Z.

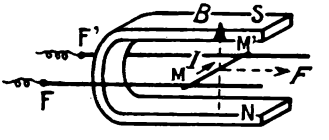


FIG. 12-5. — L'élément MM', placé dans un champ d'induction B vertical, glisse (ou roule) sur F et F'.

—o— On place la lame MM', séparée du levier, entre les branches horizontales d'un fort aimant en fer à cheval NS (*fig. 12-5*) qui produit une induction B verticale et sensiblement uniforme tout le long de la barre : sous l'action de la force F, celle-ci se met en mouvement le long de F et F', en restant parallèle à elle-même.

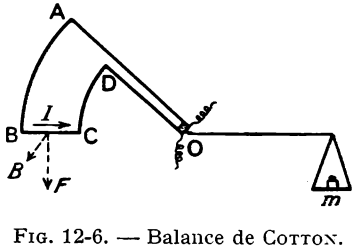


FIG. 12-6. — Balance de COTTON.

Quand on change le sens du courant ou quand on retourne l'aimant, ce qui renverse le sens de l'induction, le sens du déplacement de MM' change, donc aussi celui de la force F. On trouve ainsi que cette force est dirigée *vers la gauche de l'observateur d'*AMPÈRE, placé le long de MM', de façon que le courant pénètre par ses pieds, et regardant dans la direction de l'induction (*fig. 12-7-a*).

—o— La mesure de la force F peut se faire à l'aide de la *balance électromagnétique* de COTTON, dont le schéma est représenté par la *figure 12-6*. A l'extrémité du fléau d'une balance est fixé un circuit rigide ABCD, où le courant parvient par des connexions très souples; AB et CD sont deux arcs de circonférences ayant leurs centres sur l'axe O de la balance, BC et DA

deux rayons. La balance étant en équilibre, on place BC horizontalement dans un champ d'induction B normal au plan ABCD, le segment AD se trouvant dans une région où le champ est négligeable. Sur l'élément BC s'exerce une force F verticale et dirigée vers le bas, si le sens du courant est convenable. Les moments, par rapport à l'axe du fléau, des forces qui s'exercent sur AB et CD sont nuls, car ces forces rencontrent O; le fléau tend à tourner sous l'action de la seule force F. Pour maintenir l'équilibre, les bras du fléau étant supposés égaux, il faut ajouter dans le plateau P des poids de masse m telle que : $F = mg$.

On trouve que, pour un champ magnétique fixe, la force F est proportionnelle à l'intensité I du courant. Comme deux portions de BC placées dans le même champ, subissent évidemment la même force, F est en outre proportionnelle à la longueur de BC. Si enfin, maintenant le champ magnétique horizontal, on fait varier sa direction autour de BC, on constate que F est maximum lorsque $\overset{\curvearrowright}{B}$ est perpendiculaire à BC, nulle lorsque $\overset{\curvearrowright}{B}$ et BC sont parallèles, et que seule agit la composante de l'induction normale à BC, soit $B \sin\alpha$, α désignant l'angle de $\overset{\curvearrowright}{B}$ et de BC.

12-2. — Loi « élémentaire » de LAPLACE.

a) Les expressions qui précèdent et de nombreuses autres peuvent s'interpréter en exprimant de la façon suivante la *force électromagnétique* dF *exercée par un champ magnétique d'induction* B *sur un élément de circuit de longueur* dl *parcouru par un courant d'intensité* I; son module est :

$$[12,1] \qquad dF = I.dl.B \sin\alpha,$$

α étant l'angle de dl avec B.

La force est *normale au plan contenant l'induction et l'élément de courant*, et les trois vecteurs $\overrightarrow{dF}$, $I\,\overrightarrow{dl}$ et $\overset{\curvearrowright}{B}$ sont disposés, comme l'indique la *figure 12-7 b*, conformément à la règle d'orientation donnée au paragraphe précédent : dF *est dirigé vers la gauche de l'observateur d'*AMPÈRE, placé de façon que le courant lui entre par les pieds, et regardant dans le sens de l'induction. Ces propositions traduisent ce qu'on appelle habituellement la *loi de* LAPLACE.

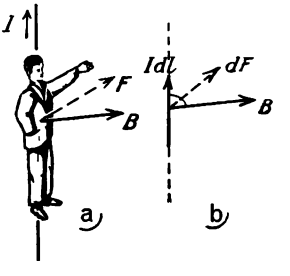


FIG. 12-7. — Loi élémentaire de LAPLACE.

Elle s'exprime par la relation [12,1], sans coefficient numérique, grâce au choix d'unités cohérentes, qui sont, dans le système pratique, le newton, le weber par mètre carré, l'ampère et le mètre.

Exemple. — Un élément de courant de 2 cm de long, parcouru par un courant de 5 A, placé dans un champ d'induction 0,1 Wb/m^2, normal à sa direction, est soumis à une force $dF = 0{,}01$ N, soit sensiblement 1 g poids.

La relation [12,1] reste valable dans le système C.G.S.E.M., où l'on exprime les forces en dynes (1 dyne $= 10^{-5}$ N), les inductions en gauss (1 gauss $= 10^{-1}$ Wb/m^2, formule [10,9]), les intensités en biots (1 biot $= 10$ A) et les longueurs en centimètres (10^{-2} m). Mais on l'écrivait souvent naguère avec,

dans le second membre, un facteur 1/10 résultant de l'emploi non cohérent de l'ampère pour évaluer l'intensité et des unités C.G.S.E.M. pour les autres grandeurs qui y figurent.

La loi de LAPLACE se justifie non seulement par des contrôles directs, tels qu'on peut en faire à l'aide d'une balance de COTTON, mais par l'accord rigoureux avec l'expérience des conséquences qu'on en peut tirer théoriquement (et dont certaines seront développées ci-après). Nous verrons ci-dessous qu'on peut aussi la considérer comme résultant des lois des phénomènes d'induction indiquées au chapitre 10.

b) Le vecteur $\overrightarrow{dF}$, tel que le définit la loi de LAPLACE, est (par. 8-10) le produit vectoriel du vecteur $\overrightarrow{I.dl}$, orienté dans le sens du courant, par le vecteur $\overset{\smile}{B}$, ce qu'on écrit :

[12,2] $$\overrightarrow{dF} = \overrightarrow{Idl} \wedge \overset{\smile}{B}.$$

Si l'on désigne par B_x, B_y, B_z les composantes de $\overset{\smile}{B}$ suivant trois axes de coordonnées rectangulaires, par dx, dy, dz celles de dl, on sait, d'après [8,15], que les composantes de $\overrightarrow{dF}$ ont pour expression :

[12,3] $$\begin{cases} dF_x = I\,(B_z\,dy - B_y\,dz) \\ dF_y = I\,(B_x\,dz - B_z\,dx) \\ dF_z = I\,(B_y\,dx - B_x\,dy). \end{cases}$$

N. B. — Rappelons à nouveau qu'un produit vectoriel change de signe lorsqu'on intervertit l'ordre des facteurs; l'équation ci-dessus peut encore s'écrire :

$$\overrightarrow{dF} = -\overset{\smile}{B} \wedge \overrightarrow{Idl}.$$

12-3. — Action d'une induction magnétique sur une particule électrisée en mouvement.

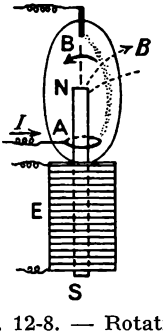


FIG. 12-8. — Rotation d'une décharge dans un gaz raréfié autour d'un pôle d'électro-aimant.

a) —o— Si l'on approche un aimant puissant d'un arc entre électrodes de charbons, l'arc est dévié, à angle droit du champ magnétique, comme le serait un conducteur souple parcouru par le même courant. —o— La *figure 12-8* représente une enceinte contenant un gaz raréfié, dans lequel on peut établir une décharge électrique entre deux électrodes A et B; l'électrode A est constituée par un anneau entourant l'un des pôles d'un électro-aimant E. Lorsqu'on excite ce dernier, l'arc prend un mouvement de rotation continue, qui change de sens quand on inverse soit le courant qui le traverse, soit celui qui passe dans l'électro-aimant.

b) Les oscillographes électroniques, dont nous parlerons au chapitre 16, comportent essentiellement un tube où l'on a fait le

vide, et dans lequel un faisceau d'électrons lancé à grande vitesse peut être soumis à l'action d'un champ électrique ou d'un champ magnétique normal à leur trajectoire : cette dernière s'incurve sous l'action du champ magnétique.

c) Des expériences quantitatives ont permis de vérifier la loi suivante : *toute particule de charge q, animée d'une vitesse v, et placée dans un champ d'induction B, faisant avec v l'angle α, est de ce fait soumise à une force* (appelée parfois force de LORENTZ) :

[12,4] $\vec{f} = q.\vec{v} \wedge \overset{\smile}{B}.$, de grandeur $f = qvB \sin\alpha$.

Exemple : un électron de charge $q = 1{,}6\ 10^{-19}$ C, pour lequel $v = 250\,000$ km/s placé dans un champ d'induction $B = 1$ Wb/m² normal à sa vitesse, est soumis à une force

$$f = 1{,}6\ 10^{-19} \times 2{,}5\ 10^{8} = 4.10^{-11}\ \text{N}.$$

Bien que cette force soit très petite, l'électron est fortement dévié, car sa masse est extrêmement faible.

De même qu'au par. 9-4, supposons qu'à travers une section quelconque d'un conducteur filiforme, il passe par seconde n particules de charge q et de vitesse v (comptée positivement dans un sens déterminé); l'intensité du courant correspondant est $I = nq$, et un élément du conducteur, de longueur dl, contient $\frac{ndl}{v}$ particules. La force totale agissant sur elles est

$$\vec{dF} = \frac{ndl}{v} q.\vec{v} \wedge \overset{\smile}{B},$$

ou

[12,2] $$dF = \overrightarrow{I\,dl} \wedge \overset{\smile}{B}.$$

Les formules [12,2] et [12,4] traduisent donc deux aspects de la même loi de LAPLACE, et leur accord avec l'expérience montre que les forces agissant sur les électrons se transmettent à la matière qui les contient.

N. B. — Pour déterminer le sens de f, en appliquant la règle de l'observateur d'AMPÈRE, il faut supposer celui-ci (regardant toujours dans le sens de l'induction) placé de façon que la vitesse lui entre par les pieds si q est positif, mais par la tête si q est négatif (cas des électrons, cf. *fig. 12-9*).

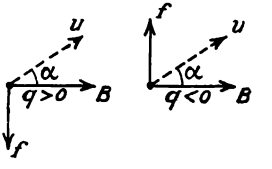


FIG. 12-9. — Sens de la force électromagnétique appliquée à une charge en mouvement.

d) Raisonnons sur le dispositif de la *figure 12-5*, qui est analogue à celui de la *figure 10-6*. On a vu au par. 10-6 b que lorsque la barre MM′ se déplace, normalement à sa propre direction, avec une vitesse $\vec{v}$, chacune des charges q qu'elle contient, animée de cette vitesse $\vec{v}$, est soumise à une force

$$\vec{f'} = q\vec{E'} = \vec{qv} \wedge \overset{\smile}{B}, \qquad \text{d'après [10,14].}$$

La formule [12,4] se trouve ainsi justifiée, dans le cas considéré. Une autre façon de rattacher la loi de LAPLACE à celle de FARADAY apparaîtra au par. 12-6.

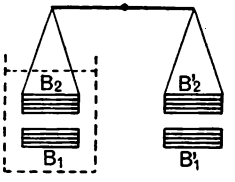


FIG. 12-10. — La force électromagnétique exercée sur B_1 et B_2 est proportionnelle à la perméabilité relative μ_r du milieu.

e) L'expérience suivante montre que les forces électromagnétiques dépendent bien de la nature du milieu, ce qui se traduit par l'intervention de $\overset{\smile}{B}$ et non de $\overset{\smile}{H}$ dans leur expression.

—o— Les quatre bobines $B_1B_2B'_1B'_2$ étant parcourues par des courants, et B_2 et B'_1 étant suspendues aux deux extrémités du fléau d'une balance (*fig. 12-10*) on peut équilibrer l'attraction de B_1 sur B_2 par celle de B'_1 sur B'_2, en réglant l'une des intensités. L'équilibre établi ne subsiste plus si B_1 et B_2 sont plongées, par exemple dans une solution concentrée de chlorure ferrique, la poussée d'ARCHIMÈDE étant supposée compensée.

12-4. — Potentiel vecteur de l'induction magnétique. Relation de MAXWELL-AMPÈRE.

D'après ce qui précède, le calcul des actions qu'un circuit C parcouru par un courant exerce sur un autre courant nécessite le calcul de l'induction B créée par C. Dans le cas très fréquent où les circuits sont dans le vide (ou dans l'air), on a $B = \mu_0 H$, et le calcul de B se ramène à celui de H fait au chapitre 9.

On a parfois intérêt, pour calculer B, à utiliser la notion de *potentiel vecteur*, qui se rattache à la propriété fondamentale du vecteur induction, signalée au par. 10-5 :

$$\operatorname{div} \overset{\smile}{B} = 0.$$

On a vu (par. 2-8) que l'on a, pour tout vecteur $\vec{v}$,

$$\operatorname{div} (\overset{\smile}{\operatorname{rot}}\ \vec{v}) \equiv 0.$$

On peut donc poser

[12,5] $$\overset{\smile}{B} = \overset{\smile}{\operatorname{rot}}\ \vec{A},$$

$\vec{A}$ étant un vecteur de même origine que $\overset{\smile}{B}$, qu'on appelle potentiel vecteur de $\overset{\smile}{B}$.

$\overset{\smile}{B}$ étant un vecteur axial, on démontre que $\vec{A}$ est un vecteur polaire.

Nous allons voir que l'on peut prendre pour expression de $\vec{A}$ dans le vide :

[12,6] $$A = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_C \frac{\overrightarrow{dl}}{r},$$

r étant la distance d'un élément dl au point P; l'intégrale représente la somme *géométrique* des vecteurs $\frac{\vec{dl}}{r}$ transportés en P, et correspondant à l'ensemble du circuit C.

Pour le démontrer, il suffit d'établir que le vecteur $\overset{\smile}{dH}$ déterminé par la règle de BIOT et SAVART satisfait à la condition :

$$[12,7] \qquad \overset{\smile}{dH} = \overset{\smile}{\text{rot}} \frac{I}{4\pi} \frac{\vec{dl}}{r}.$$

Utilisons (*fig. 12-11*) un système d'axes Oxyz dont l'origine O est sur l'élément de courant, Oz ayant même orientation et même sens que cet élément.

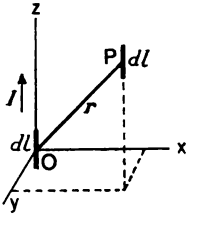


FIG. 12-11. — Potentiel vecteur de l'induction magnétique.

Les projections sur ces trois axes du vecteur $\frac{\vec{dl}}{r}$, en un point P de coordonnées xyz $(\overline{OP} = r)$, sont respectivement 0, 0 et $\frac{dl}{r}$, de sorte que, d'après la définition du rotationnel, la condition [12,7] peut s'écrire :

$$[12,8] \qquad \begin{cases} dH_x = \dfrac{I\,dl}{4\pi} \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{1}{r}\right) \\ dH_y = -\dfrac{I\,dl}{4\pi} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{r}\right) \\ dH_z = 0. \end{cases}$$

Les relations [9,5] deviennent dans le cas actuel :

$$[12,9] \qquad \begin{cases} dH_x = -\dfrac{I dl}{4\pi} \dfrac{y}{r^3} \\ dH_y = \dfrac{I dl}{4\pi} \dfrac{x}{r^3} \\ dH_z = 0. \end{cases}$$

Comme $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, on a :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x} = -\frac{x}{r^3},$$

et

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{y}{r^3},$$

ce qui montre que les conditions [10,19] sont bien satisfaites.

La formule de NEUMANN, que nous trouverons au par. 12-15, est une application de la notion de potentiel-vecteur.

b) *Remarques.* — 1° On a vu (par. 2-13) que lorsqu'un vecteur (polaire) est le gradient d'une fonction scalaire, le rotationnel de ce vecteur est identiquement nul. La résultante d'un tel vecteur et d'un vecteur $\vec{A}$ dont $\overset{\curvearrowright}{B}$ est le rotationnel satisfait donc encore à la relation [12,5] : le potentiel-vecteur n'est défini qu'à un vecteur additif près, qu'on peut choisir arbitrairement, pourvu qu'il soit le gradient d'une fonction scalaire.

2° Dans le vide, le champ magnétique $\overset{\curvearrowright}{H}$ dérive, d'après ce qui précède, du potentiel vecteur $\frac{I}{4\pi}\oint_{(c)}\frac{dl}{r}$. Mais ce n'est plus le cas dans un milieu quelconque, alors que les relations [10,16] et [10,17] y restent applicables.

c) La considération du potentiel vecteur permet de déterminer l'induction créée en un point quelconque P de l'espace par des *courants permanents répartis en volume* dans cet espace : à chaque élément d'un tube de courant (par. 6-5) de section dS et de longueur dl, où la densité de courant a la valeur $\vec{i}$, on doit faire correspondre un vecteur $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,dS\,dl}{r}$, r étant sa distance au point P. Le potentiel vecteur en P est :

[12,10] $$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint\frac{\vec{i}\,dv}{r},$$

v étant ici[1] le volume de l'élément, et l'intégrale vectorielle étant étendue à tout l'espace.

d) On peut rapprocher la relation précédente de celle, déduite de [2,16], qui donne, en électrostatique, le potentiel scalaire créé par une densité volumique de charges ρ :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\frac{\rho\,dv}{r}.$$

Cette relation conduit à l'équation de Poisson :

[2,45] $$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

On définit le laplacien $\Delta\vec{\mathcal{V}}$ d'un vecteur $\vec{\mathcal{V}}$ par les relations, analogues à [2,43] :

[12,11] $$\begin{cases} \Delta\mathcal{V}_x = \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_x}{\partial z^2} \\ \Delta\mathcal{V}_y = \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_y}{\partial z^2} \\ \Delta\mathcal{V}_z = \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_z}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2\mathcal{V}_z}{\partial z^2}. \end{cases}$$

1. Le lecteur veillera à ne pas confondre les symboles v (volume) et $\vec{v}$ (vitesse).

Un calcul analogue à celui du paragraphe 2-13, conduit, en ce qui concerne le potentiel vecteur de l'induction d'un courant, à :

[12,12] $$\overrightarrow{\Delta A} = -\mu_0 \vec{i}.$$

On montre, d'autre part, par identification, que le rotationnel de l'induction $\overset{\curvearrowright}{B}$ est égal au laplacien changé de signe de son potentiel vecteur $\vec{A}$:

[12,13] $$\overrightarrow{\text{rot}}\, B = -\overrightarrow{\Delta A}.$$

On est ainsi conduit à l'importante relation suivante, qui porte le nom de MAXWELL-AMPÈRE :

[12,14] $$\overrightarrow{\text{rot}}\, B = \mu_0 \vec{i} \quad \text{(dans le vide)};$$

elle intervient, notamment, dans l'étude des ondes électromagnétiques (tome VII).

12-5. — Principe des moteurs à courant continu. Exemple de calcul d'une force de freinage électromagnétique.

a) *Roue de* BARLOW *motrice.* — Elle est formée (*fig. 12-12*) par un disque de cuivre mobile autour d'un axe horizontal X'X. Un courant électrique y entre par un contact glissant placé sur l'axe et sort à la périphérie par un contact à mercure. Les lignes de courant se répartissent autour du rayon OO'. Le disque est placé dans un champ d'induction B horizontal créé par un aimant en fer à cheval NS. L'expérience montre que la roue se met à tourner dans le sens de la flèche f. Si l'on admet que le courant d'intensité I parcourt le trajet radial O'O, de longueur R, et que l'induction est uniforme sur tout ce parcours, la formule [12,1] donne la force à laquelle est soumis l'élément de courant :

$$F = IRB.$$

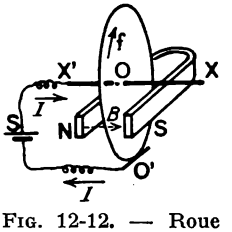


FIG. 12-12. — Roue de BARLOW motrice.

Cette force, appliquée au milieu du rayon, a par rapport à l'axe X'X un moment :

[12,15] $$\Gamma = I\frac{R^2}{2}B.$$

(On arrive au même résultat si l'on tient compte de ce que les filets de courant, qui vont tous de O' en O, ne sont pas tous confondus avec le rayon O'O.)

Le dispositif est intéressant à deux égards. Il montre que la transmission des forces subies par les électrons à la matière qui les contient se produit même lorsque les électrons sont libres de se mouvoir dans cette matière : la quantité de mouvement acquise par les particules électrisées dans le champ magnétique est transmise aux atomes du métal (voir par. 19-6).

En outre, la roue de BARLOW est un exemple schématique de moteur électrique; mais sa puissance $\mathcal{P}$ est très faible. Soient par exemple $R = 0{,}10$ m $I = 10$ A et $B = 0{,}1$ Wb/m^2, on a : $\Gamma = 0{,}005$ N.m; d'où, si la roue fait 2 tours par seconde,

$$\mathcal{P} = 2\pi.2.0{,}005 \simeq 0{,}06 \text{ W}.$$

La roue de BARLOW a déjà été étudiée, comme génératrice, sous le nom de disque de FARADAY, au par. 10-9. Beaucoup d'appareils sont ainsi *réversibles* : quand on y fait passer un courant, ils fonctionnent comme moteurs; quand, en l'absence d'un générateur extérieur, on les met en mouvement, ils peuvent produire un courant induit.

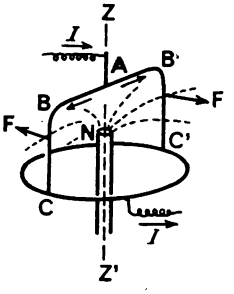


FIG. 12-13. — Équipage tournant de FARADAY.

b) *Équipage tournant de* FARADAY.

Il est formé (*fig. 12-13*) par un fil de cuivre rigide CBAB'C' mobile autour d'un axe vertical passant par A. Le courant pénètre en A, se répartit entre les branches ABC et A'B'C' et sort par le mercure d'une gouttière circulaire où plongent C et C'. L'un des pôles, N par exemple, d'un long barreau aimanté d'axe Z'Z est placé entre BC et B'C'. D'après la forme des lignes d'induction qui entourent l'aimant, la force agissant sur BB' a un moment nul par rapport à A, et BC et B'C' sont soumis à des forces égales et opposées, formant un couple d'axe Z'Z : l'équipage se met à tourner indéfiniment autour de Z'Z.

c) Donnons un exemple de calcul des forces électromagnétiques freinant le mouvement d'un circuit dans un champ d'induction (par. 10-5).

—o— Un circuit rectangulaire fermé ABCD (*fig. 12-14*) est formé par un fil de cuivre de quelques millimètres de diamètre. On le place dans le champ d'induction uniforme intense $\vec{B}$, normal à son plan, produit par un électroaimant (par. 15-17), de façon que le côté AB horizontal, de longueur l, soit dans le champ, le côté CD en dehors. Abandonné à lui-même, le cadre tombe sous l'influence de son poids, mais sa chute est ralentie, ce qui constitue une vérification directe de la loi de LENZ. Le mouvement diminue en effet le flux qui traverse le cadre, et la force exercée par l'induction B sur le côté AB parcouru par le courant induit est dirigée vers le haut.

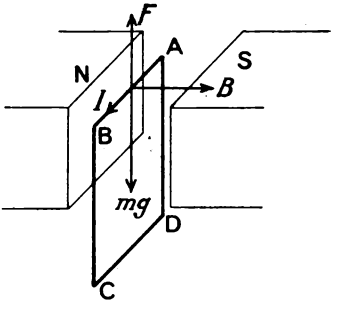


FIG. 12-14. — Chute ralentie du cadre ABCD.

Soit R la résistance électrique du circuit; lorsque sa vitesse est v, il est traversé par un courant d'intensité $I = \frac{lBv}{R}$[1] et la force électromagnétique agissant AB est, d'après la loi de LAPLACE,

$$F = lIB = \frac{l^2B^2}{R}v.$$

1. L'effet de self-induction (par. 11-4) peut ici être négligé.

Les forces agissant sur les côtés verticaux BC et DA sont égales et opposées; soit mg le poids du cadre. D'après le principe fondamental de la dynamique (tome I, par. 9-3) son mouvement est déterminé, en fonction du temps, par l'équation différentielle :

$$mg - \frac{l^2B^2}{R}v = m\frac{dv}{dt},$$

Si AB ne sort pas trop tôt du champ, v tend vers la valeur limite

$$v_l = \frac{mgR}{l^2B^2},$$

d'autant plus petite que R est plus faible.

Si le cadre était assez petit pour être tout entier entre les pièces polaires, sa translation ne produirait aucune variation de flux. Dans ce cas, les côtés AB et CD seraient le siège de f. é. m. de sens inverses, qui se détruiraient.

12-6. — Travail des forces électromagnétiques, lors du déplacement d'un circuit. Théorème de MAXWELL.

a) Revenons à l'expérience de la *figure 12-5* et calculons le travail $d\mathcal{C}$ effectué par la force $F = IlB$ lorsque la barre $MM' = l$ se déplace de $MN = dx$ (*fig. 12-15*) dans la direction de la force, en restant parallèle à elle-même :

[12,16] $$d\mathcal{C} = IlB\,dx.$$

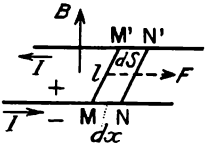


FIG. 12-15.
Travail élémentaire
$d\mathcal{C} = I\,l\,B\,dx = I\,d\Phi$.

Le produit $dS = l\,dx$ représente l'aire « balayée » par la barre dans son déplacement. Le produit $B\,dS$ représente le flux magnétique qui traverse la surface dS, soit :

$$d\Phi = B.dS.$$

$d\Phi$ est l'augmentation du flux d'induction Φ qui traverse le circuit dont fait partie MM'. La formule [12,16] prend donc la forme simple

[12,17] $$d\mathcal{C} = I.d\Phi.$$

Le travail $d\mathcal{C}$ est positif (tome I, par. 10-1) lorsque le déplacement dx se fait dans le sens de la force, ainsi qu'on l'a supposé sur la *figure 9-13*. La formule [12,17] est vraie en signe, si l'on convient, comme on l'a indiqué au par. 8-10, de choisir comme *face positive de la surface S* à travers laquelle on évalue le flux Φ, la face située *à la gauche de l'observateur* d'AMPÈRE, placé comme toujours de façon que le courant lui passe entre les pieds, et regardant la région de S voisine de lui.

Dans le cas de la *figure 12-15*, on voit que le flux Φ est positif et que sa variation $d\Phi$ est positive en même temps que le travail $d\mathcal{C}$.

b) Si le déplacement $\overline{MN}$ fait avec la force $\vec{F}$ un angle θ, c'est sa projection $dx = MN \cos\theta$ sur $\vec{F}$, comptée algébriquement, qui intervient dans l'expression du travail $F\,dx$ (*fig. 12-16*).

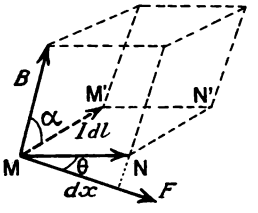


FIG. 12-16. — Cas d'un déplacement MN faisant un angle $\theta \neq 0$ avec la force F, et d'une induction B faisant un angle $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ avec l'élément MM'.

Si l'induction $\overset{\curvearrowright}{B}$, à laquelle $\vec{F}$ est toujours normale, fait d'autre part avec MM' un angle $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, c'est le produit $B \sin\alpha$ qui intervient dans l'expression de F. Le travail $d\mathcal{T}$ est donc numériquement égal au produit de I par le volume d'un parallélépipède ayant pour arêtes $\overset{\curvearrowright}{B}$, $\overline{MM'}$ et $\overline{MN}$. D'après ce qu'on a vu au par. 8-10 d, on peut écrire

$$[12{,}16\ bis] \qquad d\mathcal{T} = (\vec{Il} \wedge \overset{\curvearrowright}{B}) . \vec{dx}.$$

Ce volume a même valeur numérique que le produit de la surface que balaie MM' par la projection de $\overset{\curvearrowright}{B}$ sur la normale à cette surface, c'est-à-dire que le flux balayé $d\Phi$. La relation [12,17] reste donc vérifiée.

c) Soit maintenant une déformation ou un déplacement portant sur tout ou partie du circuit, au lieu d'un seul élément. Cette modification se faisant en déplaçant simultanément les divers éléments du circuit, il suffit d'ajouter algébriquement les quantités scalaires (travaux et flux) qui interviennent dans les deux membres de la formule [12,17], pour obtenir la généralisation cherchée.

Le travail effectué par les forces électromagnétiques, à intensité constante, est donc :

$$[12{,}18) \qquad \mathcal{T} = I\Delta\Phi,$$

$\Delta\Phi$ étant le flux d'induction magnétique balayé par le circuit durant la modification qu'il subit.

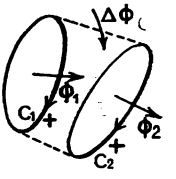


FIG. 12-17. — Le flux sortant de la surface fermée qui s'appuie sur C_1 et C_2 est : $\Phi_2 - \Delta\Phi - \Phi_1$.

Soient Φ_1 et Φ_2 les flux magnétiques qui traversent le circuit dans sa situation initiale et dans sa situation finale. Comme le flux d'induction est conservatif (par. 10-5), on a, en comptant positivement les flux sortants à travers une surface s'appuyant sur les contours C_1 et C_2 (*fig. 12-17*) :

$$\Phi_2 - \Delta\Phi - \Phi_1 = 0,$$

$\Delta\Phi$ étant le flux magnétique qui entre par la surface latérale. La formule [12,18] peut donc s'écrire :

$$[12{,}18\ bis] \qquad \mathcal{T} = I\,(\Phi_2 - \Phi_1),$$

$\Phi_2 - \Phi_1$ étant la variation du flux d'induction qui traverse le circuit pendant la modification qu'il subit. Cette relation traduit ce qu'on appelle parfois le *théorème de* MAXWELL.

Remarque. — Si l'on déplace, dans un champ d'induction, un circuit parcouru par un courant maintenu constant I, la force électromotrice induite $u = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ s'ajoute algébriquement à celle U qui crée le courant I (il faut, par exemple, pour maintenir I constant, diminuer U); il apparaît de ce fait, dans le circuit pendant le temps dt, une énergie $uIdt$, qui, d'après le principe de conservation de l'énergie, doit être égale au travail fourni par l'extérieur contre les forces électromagnétiques. Le travail de ces forces est donc

$$d\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} I dt = I d\Phi.$$

On démontre ainsi à nouveau dans un cas particulier, à partir de la loi de FARADAY, la relation [12,18], d'où l'on peut déduire la loi de LAPLACE.

On fait souvent ce raisonnement en sens inverse, pour établir, dans ce même cas particulier, la loi de FARADAY en partant de celle de LAPLACE, considérée alors comme résultat de l'expérience.

12-7. — Règle du flux maximum. Calcul des forces et des couples à partir du théorème de MAXWELL.

a) Un circuit placé dans un champ magnétique obéit, dans la mesure où le permettent les liaisons auxquelles il est soumis, aux forces électromagnétiques : $d\mathcal{E}$ est alors positif et le flux d'induction Φ qui traverse le circuit augmente algébriquement. Si ce flux est maximum, le circuit est dans une situation d'équilibre stable.

La règle précédente, due à MAXWELL et connue sous le nom de « règle du flux maximum », permet de prévoir qualitativement les variations de position et de forme de circuits même compliqués.

—o— Une bobine plate B (*fig. 12-18*) est suspendue par des fils longs et souples, qui permettent des déplacements sans mettre en jeu des forces de pesanteur ou de torsion trop grandes et servent en même temps au passage du courant (plusieurs ampères). On amène en son voisinage un barreau aimanté, de diamètre inférieur à celui de B. On constate que la bobine B s'oriente au besoin de façon que sa face qui regarde le pôle de l'aimant qui est le plus voisin soit de nom contraire à ce pôle, puis se déplace jusqu'à venir s'enfiler sur l'aimant. C'est en effet ainsi que le flux Φ est positif et maximum.

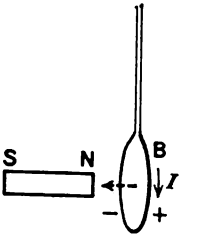


FIG. 12-18. — Règle du flux maximum.

Si l'on inverse alors le courant dans la bobine, elle est repoussée, sort de l'aimant, se retourne et se replace dans la position d'équilibre précédente.

b) Soit un circuit mobile et indéformable, se comportant comme un corps solide. Les actions électrodynamiques qu'il subit se réduisent alors à une force et à un couple, que l'on peut calculer à l'aide du théorème des travaux virtuels (tome I, par. 10-12).

Soient F_x, F_y, F_z les composantes de la force F sur trois axes de coordonnées rectangulaires. On a :

$$\mathrm{d}\mathcal{C} = F_x\mathrm{d}x + F_y\mathrm{d}y + F_z\mathrm{d}z,$$

d'où, à intensité constante :

[12,20] $$F_x = I\frac{\partial\Phi}{\partial x} \qquad F_y = I\frac{\partial\Phi}{\partial y} \qquad F_z = I\frac{\partial\Phi}{\partial z}.$$

Soient de même Γ_x Γ_y Γ_z les composantes du couple Γ autour des trois axes, α, β, γ les angles de rotation correspondants. On a

[12,21] $$\Gamma_x = I\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} \qquad \Gamma_y = I\frac{\partial\Phi}{\partial\beta} \qquad \Gamma_z = I\frac{\partial\Phi}{\partial\gamma}.$$

En particulier, les actions mécaniques subies par un circuit dans un champ d'induction uniforme se réduisent à un couple, puisque les translations du circuit ne produisent aucune variation de flux.

12-8. — Rôle du système de référence dans l'expression des phénomènes d'induction.

Nous avons déjà indiqué (tome I, par. 9-8 et 11-3) que certains phénomènes mécaniques reçoivent une description différente suivant les axes de référence auxquels se rapporte l'observateur. Il en est de même pour les phénomènes d'induction. Considérons de nouveau (*fig. 12-5*) le déplacement d'un élément de conducteur MM′, de longueur l, avec une vitesse constante v normalement aux lignes d'un champ d'induction uniforme B. Pour l'observateur lié au champ, MM′ est en mouvement : s'il tient le raisonnement indiqué au par. 12-3 d, qui fait intervenir la force de LAPLACE, il aboutit à la formule [12,14].

Pour l'observateur lié au conducteur MM′, les charges électriques que celui-ci contient sont en repos; la séparation des charges, + vers M, — vers M′, qu'il observe, il ne peut la rapporter qu'à l'action d'un champ électrique E'. Il mesure entre M et M′ une différence de potentiel égale à Bvl et comme le champ électrique total dans le conducteur doit être nul (par. 3-1) il en déduit $\vec{E'} = \vec{v} \wedge \overset{\smile}{B}$.

Le résultat est le même dans les deux cas. Toutefois, il est peu satisfaisant que le même phénomène soit, suivant l'observateur, expliqué par l'action du champ électromoteur sur une charge immobile ou par l'action du champ magnétique sur une charge en mouvement. La théorie de la Relativité ramène l'une à l'autre les deux explications qui précèdent.

12-9. — Action d'un champ d'induction uniforme sur une bobine. Moments ampériens.

a) Un circuit plan d'aire S (*fig. 12-19*), dont la demi-normale $\overset{\smile}{n^o}$ à la face positive fait avec le vecteur $\overset{\smile}{B}$ un angle θ, est traversé par un flux $\Phi = BS\cos\theta$. Il est soumis à un couple de moment :

[12,22] $$\Gamma = I\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} = -IBS\sin\theta.$$

Le signe — indique que le couple tend à augmenter Φ, donc à diminuer θ.

Dans le vide, et pratiquement dans l'air, on a $B = \mu_0 H$, et la formule [12,22] se confond avec [8,11] (où le signe n'avait pas été explicité), qui se trouve ainsi démontrée à partir de la loi de LAPLACE.

b) Puisque ce sont les inductions, et non les champs, qui déterminent les forces agissant sur les courants, il peut paraître indiqué d'exprimer Γ non plus par le produit vectoriel

[8,16] $$\overset{\curvearrowright}{\Gamma} = \overset{\curvearrowright}{j} \wedge \overset{\curvearrowright}{H},$$

où j est le moment coulombien, de module :

[8,12] $$j = \mu_0 SI,$$

mais par le produit vectoriel

[12,23] $$\overset{\curvearrowright}{\Gamma} = \overset{\curvearrowright}{m} \wedge \overset{\curvearrowright}{B},$$

en posant :

[12,24] $$\overset{\curvearrowright}{m} = \overset{\curvearrowright}{j}/\mu_0.$$

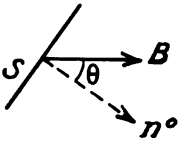


FIG. 12-19. — Couple agissant sur une spire plane, dans un champ d'induction uniforme.

$\overset{\curvearrowright}{m}$ est un vecteur axial libre, de module $m = SI$, dont la direction est, comme pour $\overset{\curvearrowright}{j}$, normale au plan de la spire, son sens étant donné par la règle du tire-bouchon. On l'appelle *moment électromagnétique*, ou encore *moment magnétique ampérien*[1] du circuit C.

Le moment ampérien d'un circuit quelconque peut se définir par la relation [12,23]. Il résulte de la règle de composition des couples en Mécanique (tome I, par. 4-11) que le moment ampérien d'un ensemble de plusieurs circuits rigidement liés est la résultante des moments ampériens de ces circuits.

On peut également considérer le moment ampérien d'un aimant, μ_0 fois plus faible que son moment coulombien. Les théories modernes donnent aux moments ampériens un rôle essentiel (voir par. 14-5).

Les moments ampériens ne sont pas affectés par la rationalisation.

L'*unité* de moment ampérien est, d'après la valeur SI de son module, l'*ampère* × *mètre carré* dans le système pratique. Dans le système C.G.S.E.M., c'est le biot × cm².

$$1\ \text{A.m}^2 = 0{,}1 \times 100 = 10\ \text{biot} \times \text{cm}^2.$$

c) La formule [12,22] pourrait s'obtenir aussi, dans le cas d'un circuit rectangulaire, en partant directement de la formule de LAPLACE, le cadre étant supposé mobile autour d'une de ses médianes, et l'induction normale à celle-ci. Le calcul du couple se ferait alors comme il sera indiqué au par. 12-11 pour un cadre de galvanomètre.

1. Les qualificatifs « coulombien » et « ampérien », recommandés par la Commission électrotechnique internationale, ont l'avantage d'aider la mémoire. Nous avons choisi les symboles j et m pour des raisons qui seront indiquées au par. 14-2; mais beaucoup d'auteurs les emploient pour représenter d'autres grandeurs que celles auxquelles ils correspondent dans le présent ouvrage.

Un circuit plan quelconque C peut être remplacé, au point de vue des actions qu'il crée et qu'il subit, par deux circuits juxtaposés C_1, C_2, disposés comme l'indique la *figure 12-20*, couvrant au total la même surface, et parcourus dans le même sens par le même courant I. Les parties des contours C_1 et C_2 qui ne sont pas juxtaposées à C sont en effet juxtaposées entre elles, et se neutralisent, étant parcourues en sens inverses par le courant I.

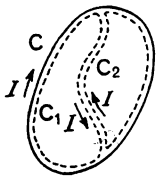


FIG. 12-20. — L'ensemble C_1C_2 produit et subit les mêmes actions électromagnétiques que C.

On peut, par suite, substituer à C un ensemble de courants rectangulaires, complétés sur le pourtour de C par des circuits tels que MNP (*fig. 12-19*) dont, en augmentant le nombre des rectangles, on fera tendre l'aire vers zéro. On retrouve bien ainsi la possibilité d'appliquer la formule $m = SI$ à un circuit plan quelconque.

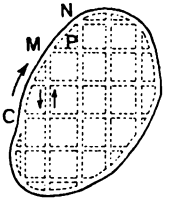


FIG. 12-21. — Ensemble de circuits rectangulaires équivalent à un circuit plan quelconque C.

d) Une bobine plate de N spires identiques très voisines se comporte comme N circuits plans associés, et subit un couple N fois plus grand qu'un seul. Il en est de même d'un solénoïde de N spires : dans un champ d'induction $\vec{B}$, faisant avec sa demi-normale positive un angle θ, il est soumis à un couple $\Gamma = NSIB \sin\theta$.

Son moment ampérien est donc :

[12,25] $$m = NSI.$$

—o— Le solénoïde de la *figure 12-2*, s'il a un nombre suffisant de spires et s'il est parcouru par un courant assez intense, s'oriente dans le champ terrestre, comme le fait un barreau aimanté, ainsi qu'on l'a déjà vu.

—o— Ce qui précède explique une fois de plus ce qui se produit quand on approche un barreau aimanté d'une petite bobine suspendue verticalement par les fils qui amènent le courant (*fig. 12-18*) : un pôle nord, par exemple, attire la bobine si on le présente du côté de la face négative (qui pour cette raison peut aussi être dite *face sud*), et la repousse si on l'approche de l'autre face (*face nord*).

12-10. — Masses magnétiques « ampériennes » (fictives).

a) La comparaison entre dipôle magnétique et dipôle électrique nous a conduits, au par. 8-11, à définir des masses magnétiques, que nous appellerons désormais *coulombiennes*, par la relation

[8,17] $$j = c.l,$$

l étant la longueur du dipôle magnétique et j son moment coulombien.

Soit m son moment ampérien, on peut de même poser :

[12,26] $$m = a.l.$$

On définit ainsi d'*autres* masses magnétiques, que nous représentons par le symbole a (rappelant le nom d'AMPÈRE), et que nous appellerons *ampériennes*. Elles ont, bien entendu, le même caractère fictif que les masses coulombiennes.

De la relation, valable dans le vide, $m = j/\mu_0$ on déduit

[12,27] $$a = c/\mu_0.$$

Les masses ampériennes ne sont pas affectées par la rationalisation : on a, en effet,

$$a = c/\mu_0 = \overset{\vee\vee}{c}/\mu_0.$$

b) La formule exprimant la loi de COULOMB

[8,21] $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{cc'}{r^2}\vec{r^0}$$

devient, lorsqu'on utilise les masses ampériennes :

[12,28] $$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{aa'}{r^2}\vec{r^0}.$$

En langage non rationalisé, elle s'écrit

[12,28*] $$F = \overset{\vee}{\mu_0}\frac{aa'}{r^2}\vec{r^0}.$$

c) Le choix entre l'emploi des grandeurs fictives a ou c est purement conventionnel. Comme nous n'utiliserons ces grandeurs que pour transposer au cas du magnétisme des résultats de calculs obtenus en électrostatique à partir de la loi de COULOMB, et comme l'expression [8,21] présente avec [1,10] une plus grande analogie que [12,28], ce sont, dans la suite de cet ouvrage, les masses magnétiques c et non a que nous ferons intervenir.

12-11. — Principe des galvanomètres à cadre mobile.

Le fil MNABCDPQ (*fig. 12-22*) forme un cadre rectangulaire rigide de côtés AB $= a$, BC $= b$, et d'aire S, mobile autour de l'axe Z'Z. Il est placé dans un champ d'induction uniforme $\vec{B}$, dirigé dans le plan qu'occupe le cadre lorsqu'il n'y passe aucun courant, et normal aux côtés AB et CD. Supposons que le cadre, parcouru par un courant I, ait tourné d'un angle β. D'après [12,1], les forces exercées sur les côtés AD et BC sont nulles, car $\alpha = 0$. Pour les côtés AB et CD, $\alpha = \pi/2$; les forces de module $F = IaB$ forment un couple de moment :

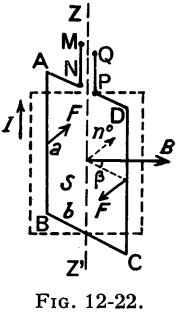


FIG. 12-22. Principe du galvanomètre à cadre mobile.

[12,29] $$\Gamma = Fb\cos\beta = ISB\cos\beta = mB\cos\beta,$$

qu'on équilibre par un couple de torsion connu.

Des appareils (galvanomètres à cadre mobile) fondés sur ce principe (voir tome VII) servent à mesurer l'intensité des courants, parfois aussi la quantité d'électricité qui les traverse en un temps assez court (emploi comme *balistiques*, signalé au par. 10-9).

12-12. — Actions mutuelles des courants. Méthodes de calcul : règle « élémentaire ».

a) Pour déterminer les actions électromagnétiques qu'exercent l'un sur l'autre deux courants qui parcourent de façon permanente des circuits rigides, AMPÈRE a montré qu'on peut utiliser une règle « élémentaire » qui jouerait en électromagnétisme un rôle rappelant celui de la loi de COULOMB en électrostatique (bien que s'exprimant par une formule beaucoup plus compliquée). Depuis que la notion de champ magnétique a pénétré la Physique, ce problème peut être traité sans qu'il soit besoin de faire appel à aucune autre loi que celles étudiées dans ce qui précède.

Les actions en question sont toujours proportionnelles au produit $I_1 I_2$ des intensités des deux courants (le coefficient de proportionnalité dépendant de la forme et de la position des deux circuits) : cela résulte de la loi de LAPLACE et de la règle de BIOT et SAVART.

On peut, en particulier, combiner ces dernières de la façon suivante : à l'ensemble d'un élément de courant $I_1 \mathrm{d}l_1$ situé en A_1A_1' sur le circuit C_1 (*fig. 12-23*), et d'un élément $I_2 \mathrm{d}l_2$ situé en A_2A_2' sur C_2, on fait correspondre un vecteur élémentaire appliqué en A_2 :

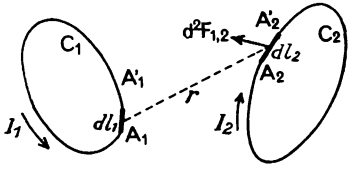


FIG. 12-23. — Actions mutuelles de deux courants.

$$[12{,}30] \qquad \mathrm{d}^2\vec{F}_{1,2} = I_2 \mathrm{d}\vec{l}_2 \wedge \left(\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \mathrm{d}\vec{l}_1 \wedge \frac{\vec{r}^{\,0}}{r^2} \right),$$

obtenu en multipliant vectoriellement $I_2 \mathrm{d}\vec{l}_2$ par le produit vectoriel indiqué entre parenthèses[1], $\vec{r}^{\,0}$ étant le vecteur unitaire dirigé suivant $\overline{A_1A_2}$.

Pour obtenir l'ensemble (équivalent en général à une force et un couple) des actions mécaniques exercées par C_1 sur C_2, il faut composer tous les vecteurs obtenus en associant deux à deux tous les éléments de C_2 à tous les éléments de C_1.

N. B. — On ne doit pas dire que $\mathrm{d}^2\vec{F}_{1,2}$ est la force élémentaire exercée par A_1A_1' sur A_2A_2', ce qui montre encore qu'on ne doit pas considérer le vecteur $\mathrm{d}\vec{H}$ de la règle de BIOT et SAVART comme le champ créé par l'élément $I\mathrm{d}\vec{l}$ auquel on le fait correspondre (voir par. 9-3) : ici encore, c'est seulement après avoir fait intervenir tout le circuit C_1 qu'on obtient un résultat vérifiable expérimentalement (par. 12-17).

La règle élémentaire proposée par AMPÈRE diffère d'ailleurs de celle qui vient d'être énoncée, bien qu'elle conduise, pour l'ensemble du circuit, au même résultat.

b) Il est en général avantageux d'effectuer le calcul en deux temps, en déterminant d'abord, si on le peut, l'induction produite par le circuit C_1 en chaque point de C_2, puis les forces exercées par cette induction sur le

1. La parenthèse représente un vecteur axial; le premier membre est donc bien un vecteur polaire (cf. par. 8-10).

deuxième circuit; c'est ce que nous allons faire dans certains cas importants.

En tenant compte des caractères de symétrie que peut présenter l'ensemble de C_1 et C_2 on peut aussi, comme nous le verrons, calculer les forces ou couples électrodynamiques à partir du théorème de MAXWELL et du théorème des travaux virtuels, lorsque l'on connaît l'inductance mutuelle des deux circuits.

12-13. — Cas de deux courants rectilignes indéfinis parallèles. Définition de l'ampère.

a) En chaque point P (*fig. 12-24*) du fil F_2 parcouru par le courant I_2, le courant I_1 passant dans le premier fil F_1 produit une induction normale au plan de F_1 et F_2 et qui, d'après la formule [9,7], a pour valeur (dans le vide) :

$$B = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi a},$$

a étant la distance des deux fils.

La force exercée sur une portion de fil F_2 de longueur l est dirigée suivant la normale commune à F_1 et F_2 et a pour valeur :

$$[12,31] \qquad F = I_2 l B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{l}{a} I_1 I_2.$$

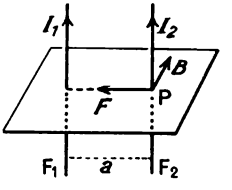


FIG. 12-24. — Actions mutuelles de deux courants rectilignes parallèles indéfinis.

On voit, en appliquant la règle de l'observateur d'AMPÈRE, que cette force est *attractive* lorsque les courants I_1 et I_2 sont *de même sens*, répulsive dans le cas contraire.

b) La formule [12,31] sert de base à la définition de l'ampère adoptée par la Conférence générale des Poids et Mesures : *l'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, passant dans deux conducteurs parallèles rectilignes de longueur infinie, de section négligeable, placés à 1 m l'un de l'autre dans le vide, produit entre ces conducteurs une force égale à* 2.10^{-7} *newton par mètre de longueur.*

Le nombre $2.10^{-7} = \frac{\mu_0}{2\pi}$ intervenant dans cette définition a été choisi de façon à la raccorder aux définitions adoptées antérieurement pour ne pas introduire de coefficient numérique dans l'expression [12,1] de la loi de LAPLACE[1].

Le *coulomb*, unité de charge électrique, résulte de la définition précédente : c'est la quantité d'électricité que transporte par seconde un courant de 1 A (cf. par. 1-7 et 6-3).

1. Il revient au même de dire qu'on a choisi l'unité de perméabilité de façon qu'en unités du système pratique, μ_0 ait pour valeur $4\pi 10^{-7}$.
Historiquement, c'est d'abord l'unité de perméabilité du système C. G. S. E. M. qui a été choisie égale à la perméabilité non rationalisée du vide (par. 10-3-*c*). L'unité d'intensité de ce système (biot) a ensuite été choisie de façon à ne pas introduire de coefficient numérique dans l'expression de la loi de LAPLACE, puis l'on a défini l'ampère comme 0,1 biot. On voit facilement que ces définitions successives ne sont pas contradictoires.

12-14. — Principe des électrodynamomètres.

a) Un long solénoïde C_1 (*fig. 11-4*) comportant n_1 tours par unité de longueur et parcouru par un courant I_1, crée en tout point intérieur éloigné des extrémités un champ d'induction sensiblement uniforme $B = \mu_0 n_1 I_1$.

Une bobine C_2, comportant N_2 spires de surface S_2, et parcourue par un courant I_2, a (par. 12-9) un moment ampérien $m = N_2 S_2 I_2$.

Si elle est placée à l'intérieur du solénoïde, et si les axes de C_1 et C_2 font entre eux un angle θ, la bobine est soumise à un couple de moment :

[12,32] $$\Gamma = Bm \sin\theta = \mu_0 n_1 N_2 S_2 I_1 I_2 \sin\theta.$$

b) Les *électrodynamomètres* sont des instruments de mesure comportant ainsi une bobine fixe C_1 et une bobine C_2 mobile par rotation, traversées respectivement par des courants I_1 et I_2 : θ étant l'angle de leurs axes, la bobine mobile est soumise à un couple :

[12,32 *bis*] $$\Gamma = A\,(\theta).I_1 I_2.$$

Dans certains appareils, dits « étalons », ou balances électrodynamiques, Γ est équilibré par un couple de pesanteur et peut ainsi être connu avec précision; le coefficient A est, d'autre part, calculable, l'angle θ étant maintenu égal à $\frac{\pi}{2}$. D'où $$I_1.I_2 = \Gamma/A.$$

Plus souvent, on oppose à Γ un couple élastique (dû, généralement, à la torsion d'un ressort spiral), et variable avec θ. A chaque valeur de cet angle correspond, si l'instrument est en équilibre, une valeur de $I_1.I_2$,qu'on peut déduire d'un étalonnage réalisé à l'aide de courants connus.

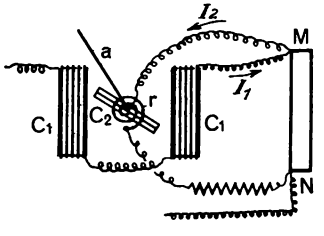


FIG. 12-25. — Principe d'un wattmètre électrodynamique à déviation : r, ressort antagoniste; a, aiguille indicatrice.

Si l'on fait passer le même courant dans C_1 et C_2, l'instrument est un ampèremètre ou un voltmètre électrodynamique, selon que ce courant est celui dont on veut mesurer l'intensité I (on a alors $\Gamma = AI^2$) ou bien qu'il est proportionnel à la différence de potentiel V que l'on veut déterminer (on a alors $\Gamma = A_1 V^2$).

Dans les wattmètres électrodynamiques, on s'arrange pour que I_1 soit l'intensité I du courant passant dans un récepteur MN, et que I_2 soit proportionnel à la tension V aux bornes de ce dernier (*fig. 12-25*); d'où :

$$\Gamma = A_2 VI = A_2 \mathcal{P},$$

$\mathcal{P}$ étant la puissance consommée par le récepteur.

Un intérêt de tous ces instruments (qui seront étudiés plus en détail au tome VII) est qu'ils peuvent, moyennant certaines précautions, servir en courant alternatif comme en courant continu.

12-15. — Détermination des forces et couples par l'intermédiaire des coefficients d'inductance.

a) La règle du flux maximum et la méthode indiquée au par. 12-7 pour déterminer les actions électromagnétiques subies par un circuit dans un champ d'induction s'appliquent notamment au cas où ce champ est créé par un autre circuit.

—o— Dans l'expérience de la *figure 12-18*, remplaçons l'aimant par un solénoïde B′ (*fig. 12-26*). La bobine annulaire B s'oriente de façon que les faces de signes contraires de B et de B′ soient en regard, puis vient, si possible, entourer B′. D'après la disposition des lignes de champ (*fig. 8-14 c*), c'est ainsi que le flux positif Φ qui traverse B est maximum.

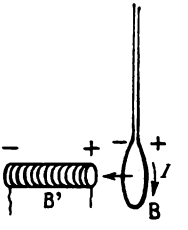


FIG. 12-26. — Application de la règle du flux maximum au cas d'un solénoïde B′ agissant sur B.

b) Pour appliquer des formules telles que [12,20] ou [12,21], il faut connaître l'expression du flux $\Phi_{1,2}$ que le circuit C_1 envoie à travers C_2.

Nous savons qu'il est de la forme

$$[11,2] \qquad \Phi_{1,2} = L_{1,2} I_1;$$

celui que C_2 envoie à travers C_1 pouvant s'écrire :

$$\Phi_{2,1} = L_{2,1} I_2.$$

Nous avons annoncé (par. 11-1) que les coefficients $L_{1,2}$ et $L_{2,1}$ sont égaux.

On peut le montrer en calculant ces coefficients au moyen de l'expression du potentiel vecteur (par. 10-8). A chaque élément dl_1 de C_1 (*fig. 12-27*) on peut, d'après [12,6], faire correspondre en un point tel que A_2 un vecteur élémentaire dA parallèle à dl_1 et de grandeur :

$$dA = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dl_1}{r} I_1$$

r étant la distance A_1A_2.

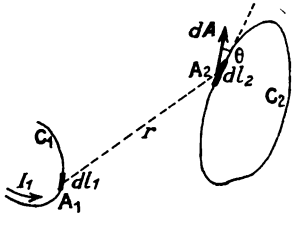


FIG. 12-27. — Démonstration de la formule de NEUMANN.

D'après le théorème de STOKES, le flux d'induction que C_1 envoie à travers C_2 est égal à la circulation du potentiel-vecteur le long de C_2. Soit θ l'angle que fait $\vec{dA}$ (ou $\vec{dl_1}$) avec $\vec{dl_2}$. Au vecteur $\vec{dA}$ correspond un élément de flux :

$$d\Phi_{1,2} = I_1 dl_1 \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{\cos\theta}{r} dl_2.$$

D'où :

$$[12,33] \qquad L_{1,2} = \Phi_{1,2}/I_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\cos\theta}{r} dl_1\, dl_2.$$

Cette relation, appelée *formule de* NEUMANN, montre d'abord que $L_{1,2}$ est une grandeur purement géométrique, ensuite que les deux circuits y jouent un rôle analogue. L'inductance de C_2 sur C_1 est donc égale à celle de C_1 sur C_2; ce qui a permis de poser :

[11,3] $$L_{1,2} = L_{2,1} = M$$

et de donner à ce coefficient le nom d'*inductance mutuelle* des deux circuits.

c) Si l'un des circuits, C_1 par exemple, subit sans se déformer un déplacement infiniment petit correspondant à une variation dM de l'inductance mutuelle M, les intensités I_1 et I_2 étant maintenues constantes, le travail produit par les forces électromagnétiques est :

[12,34] $$d\mathcal{T} = I_1 I_2 dM.$$

Les composantes suivant Ox de la force et du couple qui agissent sur C_2 sont donc, d'après [9,10] et [9,11] :

[12,35] $$F_x = I_1 I_2 \frac{\partial M}{\partial x}$$

et

[12,36] $$\Gamma_x = I_1 I_2 \frac{\partial M}{\partial \alpha}.$$

En appliquant, par exemple, cette dernière formule à la valeur de M donnée par [11,17], on retrouve [12,32].

d) Soient deux bobines solénoïdales coaxiales C_1 et C_2, comportant respectivement n_1 et n_2 spires par unité de longueur (*fig. 12-28*) et parcourues par des courants I_1 et I_2. Supposons que C_2, de section S_2, soit partiellement emboîtée dans C_1, de telle sorte que l'une de ses extrémités se trouve dans la région où l'induction créée par C_1 est très sensiblement $B = \mu_0 n_1 I_1$, l'autre se trouvant dans une région où cette induction est pratiquement nulle.

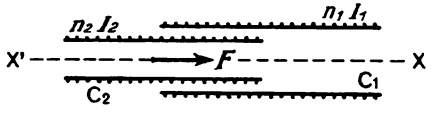


FIG. 12-28. — Actions mutuelles de deux solénoïdes coaxiaux, partiellement emboîtés.

Des considérations de symétrie indiquent que C_2 doit être soumis, de la part de C_1, à une force F dirigée suivant l'axe commun x'x. A un déplacement parallèle à cet axe, qui fait pénétrer C_2 de dx à l'intérieur de C_1 et augmente par suite de $n_2\,dx$ le nombre des spires placées dans le champ d'induction B, correspond une augmentation de flux :

$$d\Phi_{1,2} = \mu_0 n_2 dx S_2 B,$$

d'où une variation de l'inductance mutuelle $dM = \mu_0 n_1 n_2 S_2 dx$.

On en déduit :

[12,37] $$F = \mu_0 n_1 n_2 S_2 I_1 I_2.$$

Si les sens de rotation des courants I_1 et I_2 autour de l'axe sont les mêmes, $\frac{d\Phi_{1,2}}{dx}$ est positif, la force F tend à faire pénétrer C_2 dans C_1 (et inversement).

12-16. — Actions mécaniques produites par un courant sur son propre circuit.

a) D'après la règle du flux maximum, lorsqu'un circuit est déformable, ou que certaines de ses parties sont mobiles, le courant qui le parcourt exerce des actions mécaniques qui tendent à accroître le flux qui le traverse.

—o— Une bobine est formée par un fil souple enroulé en spires lâches sur un support horizontal (*fig. 12-29*). Lorsqu'on y fait passer un courant intense, les spires se rapprochent.

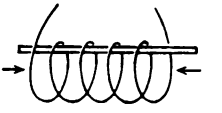


FIG. 12-29. — Actions mutuelles des spires d'une même bobine.

Ce rapprochement entraîne en effet une augmentation de l'induction et par suite du flux que les diverses spires envoient à travers chacune d'entre elles, donc du flux total traversant la bobine.

—o— Un circuit comprend un ressort à boudin vertical AB (*fig. 12-30*) dont l'extrémité inférieure plonge légèrement dans du mercure. Quand on fait passer un courant, les spires se rapprochent, le ressort se contracte, et le courant est interrompu en B. Le ressort reprend alors sa première forme, le courant passe de nouveau et ainsi de suite.

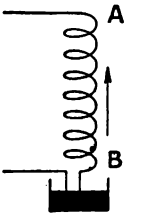


FIG. 12-30. — Le ressort se contracte quand le courant passe.

—o— Un fil conducteur en forme de pont P flotte (par deux branches horizontales parallèles) sur le mercure très propre de deux cuves parallèles KK' (*fig. 12-31*); quand on envoie un courant dans l'appareil, le pont se déplace de façon à augmenter la surface du circuit, donc le flux qui le traverse. Le sens du courant est indifférent, ce qui prouve que la force n'est pas due à la composante verticale du champ magnétique terrestre.

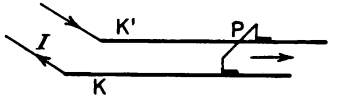


FIG. 12-31. — Le passage du courant I provoque un déplacement du pont P, augmentant la surface du circuit.

b) On sait que le flux qu'un courant envoie à travers son propre circuit est de la forme

$$[11,1] \qquad \Phi = LI.$$

D'après la règle du flux maximum, les forces qu'un courant exerce sur son propre circuit tendent toujours à en augmenter la self-inductance.

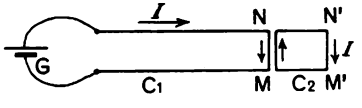


FIG. 12-32. — Calcul du travail électromagnétique, lors du déplacement de MN dans le champ d'induction de son propre circuit.

c) De même que l'inductance mutuelle M intervient dans les formules [12,34] à [12,36], de même l'expression de L, lorsqu'on la connaît, peut servir à étudier les actions mécaniques exercées par l'induction d'un circuit sur lui-même. Toutefois, son emploi demande certaines précautions, comme on va le voir.

Reprenons l'expérience de la *figure 12-31*, que l'on peut représenter par un schéma tel que celui de la *figure 12-32*. La barre MN vient en M'N' sous

l'influence de l'induction produite par le courant I, supposé constant, qui traverse le circuit. Le travail des forces électromagnétiques est égal à :

$$d\mathcal{C} = I d\varphi,$$

$d\varphi$ représentant le flux balayé par l'élément mobile, c'est-à-dire le flux qui traverse le rectangle élémentaire MM'N'N. Mais, contrairement à ce qui a lieu dans le cas d'un champ appliqué fixe, $d\varphi$ n'est pas égal à l'accroissement $d\Phi$ du flux Φ qui traverse l'ensemble du circuit primitif, mais seulement à la moitié. Cela tient à ce que le déplacement de MN a non seulement fait varier la surface du circuit, mais en outre modifié l'induction.

La barre étant en M'N', remplaçons le circuit total C (*fig. 12-32*) par l'ensemble du circuit primitif GMNG (soit C_1) et d'un circuit complémentaire MM'N'NM (soit C_2), traversés par le même courant I. Les sens des courants étant opposés dans les branches MN de ces deux circuits, l'ensemble est équivalent au circuit C (cf. *fig. 12-20*). Soit M l'inductance mutuelle de C_1 et C_2. Le flux dans C_1 est $\Phi + MI$; dans C_2 il est : $d\varphi = MI$ (en ne faisant pas intervenir la self inductance de C_2, qui est négligeable devant M, car C_2 est infiniment petit). Le flux dans le circuit a donc varié, par rapport à sa valeur primitive, de

$$d\Phi = 2MI = 2d\varphi.$$

Par suite

$$d\mathcal{C} = \frac{1}{2} I d\varphi.$$

Comme $\Phi = LI$ et que I est constant, $d\Phi = I dL$, d'où :

[12,38] $$d\mathcal{C} = \frac{1}{2} I^2 dL.$$

Lorsqu'on tient compte de la self-inductance d'un circuit, la loi de MAXWELL doit donc être complétée comme suit : soit un circuit mobile et déformable, traversé par un courant d'intensité constante I, passant d'un état où il est traversé par un flux d'induction Φ_1 dû aux causes extérieures et où sa self-inductance est L_1 à un autre état où les mêmes grandeurs ont les valeurs Φ_2 et L_2 respectivement, le travail des forces électromagnétiques qui agissent sur le circuit a pour expression :

[12,39] $$\mathcal{C} = I(\Phi_2 - \Phi_1) + \frac{1}{2} I^2 (L_2 - L_1).$$

12-17. — Le principe d'égalité de l'action et de la réaction en électromagnétisme.

a) Le principe d'égalité de l'action et de la réaction (tome I, par. 3-8) s'applique aux actions mutuelles entre deux aimants, entre un aimant et un circuit parcouru par un courant, ou entre deux circuits. Si toutefois les intensités sont rapidement variables, ou si l'un au moins des deux systèmes est en mouvement très rapide, les lois et résultats énoncés dans le présent chapitre et dans les deux précédents, doivent être modifiés, comme on le verra au tome VII.

b) Si, d'autre part, on oublie que les forces ne se déduisent de la règle de BIOT et SAVART, combinée avec la loi de LAPLACE, qu'après une intégration convenable (voir par. 9-3 et 12-12), on est conduit à des paradoxes tel que le suivant.

Comparons au vecteur :

$$[12,30] \qquad d^2F_{1.2} = \overrightarrow{I_2 dl_2} \wedge \left(\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 dl_1 \wedge \frac{\vec{r^0}}{r^2} \right),$$

appliqué en A_2 (*fig. 11-1*), le vecteur :

$$d^2F_{2.1} = - \overrightarrow{I_1 dl_1} \wedge \left(\frac{\mu_0}{4\pi} I_2 dl_2 \wedge \frac{\vec{r^0}}{r^2} \right),$$

appliqué en A_1 et calculé comme $d^2F_{1.2}$, en permutant le rôle des deux éléments $I_1 dl_1$ et $I_2 dl_2$ (le signe — est dû à ce que $\overline{A_2A_1}$ est de sens opposé à $\overline{A_1A_2}$).

On serait tenté de penser que ces deux vecteurs sont égaux en grandeur, dirigés suivant A_1A_2, et de sens opposés. Il n'en est rien, comme on le voit, par exemple, dans le cas de la *figure 12-33 a*. A_2 étant sur le prolongement de A_1A_1', $d^2F_{1.2}$ est nul, tandis que $d^2F_{2.1}$ ne l'est pas.

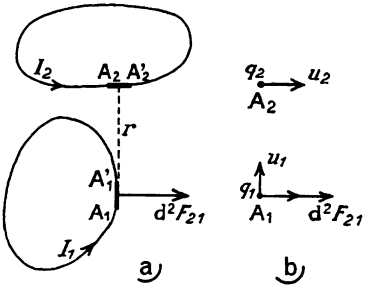


FIG. 12-33. — Cas où $d^2F_{1.2}$ est nul, $d^2F_{2.1}$ ne l'étant pas.

c) En remplaçant les éléments $I_1 dl_1$ et $I_2 dl_2$ par des corpuscules électrisés en mouvement, de charges q_1 et q_2 et de vitesses u_1 et u_2 dirigées, par exemple, comme l'indique la *figure 12-33 b*, on obtient de même des vecteurs $d^2F_{1.2} = 0$ et $d^2F_{2.1} \neq 0$; ils ne représentent évidemment pas une action mutuelle entre A_1 et A_2 : la règle de BIOT et SAVART, qui conduit à les considérer, ne doit être appliquée qu'à l'ensemble d'un circuit constitué de corpuscules en régime permanent.

CHAPITRE 13

ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

13-1. — Énergie d'un circuit doué de self-induction.

a) Revenons sur l'extracourant de rupture (par. 11-4 b), dont l'intensité varie de I à 0, même en l'absence de toute force électromotrice autre que celle de self-induction $u = -L\frac{di}{dt}$ (L étant supposé constant). Son passage dans le circuit (y compris l'étincelle, s'il y en a une) correspond à la libération d'une énergie W. Dans l'intervalle de temps dt, où l'intensité i a une valeur qu'on peut regarder comme constante, la fraction d'énergie libérée est :

[13,1] $$dW = uidt = -Li\frac{di}{dt}dt = -\frac{1}{2}Ld(i^2).$$

D'où :

[13,2] $$W = -\frac{1}{2}\int_I^0 Ld(i^2) = \frac{1}{2}LI^2.$$

Le seul phénomène que l'on aperçoive comme corrélatif de cette libération d'énergie est la disparition progressive du champ d'induction créé par le courant dans l'espace qui l'entoure, ce qui conduit à considérer W comme une énergie localisée dans le milieu. Nous reviendrons un peu plus loin sur cette question (par. 13-2).

Inversement, l'établissement du courant I dans le circuit nécessite une énergie W (en plus de celle immédiatement récupérée sous forme d'effet JOULE ou autre); W est appelée *énergie électromagnétique.*

b) L'expression de W présente une analogie intéressante avec celle de l'énergie cinétique d'un système (tome I, par. 10-16 et 11-9), soit $W_k = \frac{1}{2}mv^2$, pour un mouvement de translation de vitesse v, m étant la masse du système, ou $W_k = \frac{1}{2}K\omega^2$ pour un mouvement de rotation de vitesse angulaire ω, K étant le moment d'inertie : la self L joue, par rapport aux variations de i, un rôle comparable à celui que joue le coefficient d'inertie m ou K lorsque v ou ω varie.

c) Dans ce qui précède, nous avons supposé L constant. Si le circuit, supposé dans le vide, se déforme, par déplacement relatif de ses diverses parties, u a pour expression :

[11,9] $$u = -\left(L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}\right)$$

et l'énergie électrique libérée pendant le temps dt est :

[13,3] $$dW_1 = uidt = -(Lidi + i^2dL).$$

On a vu (par. 12-16 b) que le travail accompli par les forces électromagnétiques durant la déformation est :

[12,38] $$d\mathcal{C} = \frac{1}{2}id\Phi = \frac{1}{2}i^2dL.$$

Il est positif lorsque L augmente. Dans ce cas, l'énergie électrique disponible [13,3] provient à la fois du travail [12,38] accompli par les forces électromagnétiques et de la variation de l'énergie du milieu qui s'écrit ici :

[13,4] $$dW = Lidi + \frac{1}{2}i^2dL.$$

En particulier, si i a une valeur constante I, on voit que l'énergie libérée I^2dL provient, par parties égales de dW et de $d\mathcal{C}$.

Réciproquement, pour augmenter l'intensité du courant et la self-inductance du circuit, il faut dépenser une quantité d'énergie électrique égale à $d\mathcal{C} + dW$.

d) Cherchons une analogie mécanique, pour éclairer les considérations qui précèdent. Soit une masse m située à la distance r d'un axe autour duquel elle tourne avec une vitesse angulaire ω. Pour qu'elle s'écarte de dr de son axe de rotation, on doit fournir contre la force de liaison $m\omega^2r$ (tome I, par. 11-3) un travail :

$$d\mathcal{C} = m\omega^2rdr,$$

qui correspond à une augmentation d'énergie potentielle.

En même temps, le moment d'inertie K de la masse par rapport à l'axe de rotation a augmenté de :

$$dK = d(mr^2) = 2mrdr.$$

On peut donc mettre le travail précédent sous la forme :

$$d\mathcal{C} = \frac{1}{2}\omega^2dK.$$

L'énergie cinétique a augmenté de :

$$dW_k = d\left(\frac{K\omega^2}{2}\right) = \frac{1}{2}\omega^2dK$$

si la vitesse angulaire a été maintenue constante. Pour cela, le moteur qui entretient la rotation a dû fournir au système l'énergie

$$d\mathcal{C} + dW = \omega^2dK.$$

13-2. — Énergie d'un ensemble de circuits parcourus par des courants.

Considérons maintenant deux circuits C_1 et C_2, dont les self-inductances respectives, supposées constantes, sont L_1 et L_2, et dont l'inductance mutuelle constante est M, parcourus par des courants d'intensités respectives i_1 et i_2.

a) Des augmentations respectives di_1, di_2, de ces intensités, dans les circuits *immobiles* y font apparaître des forces électromotrices de self-induction et d'induction mutuelle

$$u_1 = -L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = -L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt},$$

et libèrent une énergie

$$u_1 i_1 dt + u_2 i_2 dt = -L_1 i_1 di_1 - L_2 i_2 di_2 - M\,(i_1 di_2 + i_2 di_1).$$

L'énergie emmagasinée, égale et opposée à celle ainsi libérée, représente l'augmentation d'énergie due à la variation du champ magnétique dans le milieu, qui s'écrit donc :

$$dW = d\left(\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2\right).$$

L'énergie électromagnétique est par suite :

[13,5] $$W = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M I_1 I_2.$$

b) Si, en outre, les circuits se déplacent ou se déforment (dans le vide), le travail des forces électromagnétiques est, d'après [12,38] et [12,34] :

[13,6] $$d\mathcal{T} = \frac{1}{2}i_1^2 dL_1 + \frac{1}{2}i_2^2 dL_2 + i_1 i_2 dM.$$

La variation de l'énergie W est alors :

$$dW = L_1 i_1 di_1 + \frac{1}{2}i_1^2 dL_1 + L_2 i_2 di_2 + \frac{1}{2}i_2^2 dL_2 + M(i_1 di_2 + i_2 di_1) + i_1 i_2 dM.$$

L'énergie dépensée est, ici encore, égale à $dW + d\mathcal{T}$. Lorsque deux circuits s'attirent et qu'on les laisse se déplacer, on recueille du travail, en même temps que l'énergie électromagnétique croît, mais les générateurs doivent, pour vaincre les f. é. m. d'induction, fournir une énergie $\int (dW + d\mathcal{T})$ en plus de celle immédiatement récupérée par effet JOULE.

c) Les formules précédentes peuvent se généraliser : l'énergie disponible dans un ensemble de circuits parcourus par des courants d'intensités I_1, I_2... et qui sont traversés par des flux d'induction Φ_1, Φ_2... est dans tous les cas :

[13,7] $$W = \frac{1}{2}\sum I\Phi.$$

Dans le cas où la perméabilité du milieu est constante, on peut exprimer les flux en fonction des intensités des courants, et la formule précédente devient :

$$[13,8] \qquad W = \frac{1}{2}\sum_j L_j I_j^2 + \frac{1}{2}\sum_j \sum_k L_{j,k} I_j I_k.$$

13-3. — Localisation de l'énergie dans l'espace.

De même que l'énergie électrostatique (par, 5-8) est emmagasinée dans l'espace où règne le champ électrique, de même l'énergie électromagnétique est emmagasinée dans l'espace où règne le champ magnétique produit par les courants. On peut, en effet, transformer la somme [13,7] en une intégrale de volume étendue à l'espace entier :

$$[13,9] \qquad W = \frac{1}{2}\Sigma I \,.\, \Phi = \frac{1}{2}\iiint \overset{\smile}{B}.\overset{\smile}{H}\mathrm{d}v.$$

La densité volumique de cette énergie est donc :

$$[13,10] \qquad w = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}v} = \frac{1}{2}\overset{\smile}{B}.\overset{\smile}{H},$$

formule à rapprocher de [5,12].

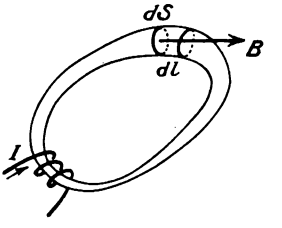


FIG. 13-1. — Localisation de l'énergie électromagnétique.

Pour démontrer la relation [13,9], considérons (*fig. 13-1*) un tube d'induction dont la section droite en un point a une aire dS. Pour toutes ses sections, le produit $B\mathrm{d}S$ est constant. Soit dl un élément d'une des lignes d'induction qui limitent le tube. On a $\mathrm{d}S \times \mathrm{d}l = \mathrm{d}v$ et l'intégrale de volume limitée à ce tube s'écrit :

$$[13,11] \qquad \iiint \overset{\smile}{B}.\overset{\smile}{H}.\mathrm{d}v = \mathrm{d}\Phi \oint \overset{\smile}{H}.\overrightarrow{\mathrm{d}l};$$

$\oint H\mathrm{d}l$ est la circulation du champ magnétique le long de la ligne d'induction fermée que l'on considère. On sait (par. 9-8) que :

$$\oint H\mathrm{d}l = \sum I,$$

la somme Σ s'étendant à tous les courants bouclés par le tube d'induction. L'intégrale [13,11] étendue maintenant à tout l'espace vaut :

$$\iiint B.H.\mathrm{d}v = \Phi I,$$

ce qui établit la relation cherchée.

Si la perméabilité μ est constante, on peut écrire :

$$[13,12] \qquad W = \frac{1}{2\mu}\iiint B^2\mathrm{d}v.$$

13-4. — Énergie mutuelle des aimants et des courants.

a) Considérons à nouveau les deux circuits C_1 et C_2 du par. 13-2. Soient $\Phi_{1,2}$ et $\Phi_{2,1}$ les flux magnétiques envoyés par C_1 à travers C_2 et par C_2 à travers C_1. Dans l'expression [13,5] de l'énergie électromagnétique totale, les deux premiers termes $\frac{1}{2} L_1 I_1^2$ et $\frac{1}{2} L_2 I_2^2$ sont ceux qui correspondraient à l'existence du courant I_1 seul et du courant I_2 seul. Le troisième MI_1I_2 est appelé *énergie mutuelle des deux courants.*

Si, C_1 étant fixe, on amène C_2 dans sa position actuelle, en maintenant I_1 et I_2 constants, l'énergie W qu'on doit *fournir* est la somme de trois termes (positifs ou négatifs, selon les cas) :

1° Un travail *contre* les forces électromagnétiques, qui, d'après [12,34], a pour valeur :

$$\mathcal{C} = - I_2 \Phi_{1,2} = - MI_1I_2$$

(le flux initial à travers C_2 étant nul);

2° Des énergies W_1 et W_2 *opposées* à celles que *fournissent* dans C_1 et C_2 les forces électromotrices u_1 et u_2 induites par suite du déplacement relatif :

$$W_1 = - \int u_1 I_1 \, dt = I_1 \int \frac{d\Phi_{2,1}}{dt} dt = I_1 \Phi_{2,1} = MI_1I_2.$$

De même : $W_2 = MI_1I_2.$

D'où : $W = W_1 + W_2 + \mathcal{C} = MI_1I_2.$

C'est bien l'énergie mutuelle définie ci-dessus.

On peut rapprocher le raisonnement précédent de celui fait au par. 5-9, concernant l'énergie d'un système de conducteurs, à potentiels constants.

b) Supposons le circuit C_1 remplacé par un aimant permanent, on n'a plus à fournir l'énergie W_1[1]; Φ étant le flux que l'aimant envoie à travers C_2 dans sa position finale, on a :

$$\mathcal{C} = - I_2 \Phi \qquad W_2 = I_2 \Phi$$

et par suite : $W = 0$: *l'énergie mutuelle d'un courant et d'un aimant permanent* est donc *nulle.*

c) Nous verrons au chapitre 14 que l'énergie potentielle d'un dipôle de moment coulombien j dans un champ magnétique H est donnée par le produit scalaire :

[14,38] $$W = - \overset{\curvearrowright}{j} . \overset{\curvearrowright}{H},$$

analogue à celui qui donne l'énergie d'un doublet électrique de moment p dans un champ électrique E :

[2,59] $$W = - \vec{p} . \vec{E}.$$

Si l'on considère deux aimants permanents A_1A_2, leur énergie *mutuelle*, non nulle, peut se calculer par la somme d'expressions telles que [14,38], relatives à l'ensemble des dipôles constituant l'aimant A_2 (par exemple), qu'on suppose amenés chacun dans le champ H créé par A_1.

1. En fait, si la matière de l'aimant est conductrice, elle est le siège de courants de FOUCAULT. On doit fournir l'énergie équivalente, mais on la récupère immédiatement sous forme de chaleur.

AIMANTATION

CHAPITRE 14

POLARISATION MAGNÉTIQUE PARA ET DIAMAGNÉTISME

14-1. — La matière dans le champ magnétique.

a) Les actions mécaniques subies par une pièce de fer B, au voisinage d'un aimant A (ou au voisinage d'une bobine parcourue par un courant) indiquent que la pièce B est elle-même aimantée. De telles actions se produisent même si B était complètement désaimantée (par. 15-9) avant qu'on en approche A.

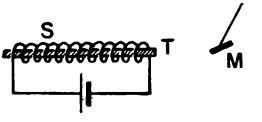


FIG. 14-1. — L'action du solénoïde S sur le magnétomètre M est très accrue lorsqu'on introduit dans S la tige de fer T.

—o— Si l'attraction est produite par un solénoïde, elle devient beaucoup plus forte lorsqu'on introduit dans ce dernier une tige de fer T (même préalablement désaimantée) (*fig. 14-1*). On doit considérer T comme un aimant dont le champ $\overset{\frown}{H''}$ s'ajoute vectoriellement au champ $\overset{\frown}{H'}$ du solénoïde, pour donner le champ total :

$$\overset{\frown}{H} = \overset{\frown}{H'} + \overset{\frown}{H''}. \qquad [14,1]$$

L'aimantation que prend un corps du fait qu'il est placé dans un champ magnétique est dite *induite* (par. 8-1); dans certains cas, de grande importance pratique, une aimantation résiduelle, qui dépend des états antérieurs de l'échantillon considéré, se superpose à l'aimantation purement induite : c'est ce qui se produit, notamment, pour les aciers et autres alliages pouvant constituer des *aimants permanents*.

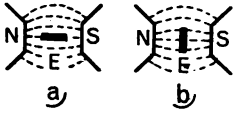


FIG. 14-2. — Orientation dans le champ d'un électro-aimant d'un échantillon E : *a*) paramagnétique; *b*) diamagnétique.

b) FARADAY a montré (1845) que toute substance est aimantable; mais, le plus souvent, l'effet n'est appréciable que dans un champ intense, tel que ceux que peuvent produire certains électro-aimants. —o— Si, dans un tel champ non uniforme, on dispose (*fig. 14-2*) un cristal allongé d'alun de fer et d'ammonium $(SO_4)_3Fe_2$, $SO_4(NH_4)_2$, $24\,H_2O$, ou encore de chlorure ferreux $FeCl_2$, suspendu par son centre de gravité à un fil sans torsion, il est attiré vers les régions de champ intense, en s'orientant

parallèlement aux lignes de force, comme le serait un barreau de fer doux. Un barreau de bismuth est au contraire repoussé vers les régions où le champ est faible, et s'oriente à angle droit des lignes de force. Les forces agissant sur ces barreaux sont beaucoup plus faibles que celles qui agiraient sur un barreau de fer de mêmes dimensions : on peut le montrer par des expériences de torsion ou d'oscillations.

On a ainsi été conduit à classer les substances, en ce qui concerne leur comportement dans un champ magnétique, dans trois catégories principales; celles qui sont comparables au fer, et qui sont dites *ferromagnétiques* (voir par. 15-1); celles qui subissent des actions de même sens, mais beaucoup moins intenses, et qui sont dites *paramagnétiques*; celles qui s'aimantent en sens inverse des précédentes (leur orientation à angle droit du champ sera justifiée au par. 14-9) et qui sont dites *diamagnétiques*.

Sont paramagnétiques quelques gaz, notamment O_2, certains métaux (Pt, Na, Al, Cr, Mn...) et certains sels métalliques. Parmi les diamagnétiques, qui sont de beaucoup les plus nombreux, signalons tous les métalloïdes autres que O_2, beaucoup de métaux (Ag, Au, Cu, Hg, Pb...) et de sels, et presque tous les composés organiques.

14-2. — Aimantation régulière d'un tore. Polarisation magnétique $\vec{J}$ et aimantation $\vec{M}$.

a) Une bobine B′ régulièrement enroulée sur un tore de fer (préalablement désaimanté), de rayon générateur grand par rapport à celui des spires, à raison de n tours par unité de longueur, et parcourue par un courant I, produit dans tout son volume un champ uniforme H. Il est intéressant de faire intervenir ce cas particulier pour aborder l'étude de l'aimantation, comme nous avons considéré celui d'un condensateur plan au début de l'étude de la polarisation des diélectriques.

D'après l'expérience du par. 11-9 b, l'induction dans le tore, qui serait dans le vide :

$$B_0 = \mu_0 H = \mu_0 nI,$$

devient, dans un autre milieu, de perméabilité relative μ_r,

[14,2] $$B = \mu_r B_0 \qquad (\mu_r > 1).$$

On peut considérer cette augmentation comme due à l'existence dans la matière du tore, soit d'aimants élémentaires, comparables aux dipôles élémentaires d'un milieu polarisé électriquement, soit de circuits élémentaires correspondant aux rotations des électrons. La première manière de voir peut être dite « coulombienne »; la seconde, dite « ampérienne », traduit mieux les théories modernes.

b) L'induction dans le tore aurait encore la valeur [14,2] si l'on remplaçait la matière aimantée qui le remplit par une bobine torique B′ de même surface que B, comportant n' spires par unité de longueur et parcourue par un courant I' de même sens que I, tel que :

[14,3] $$B = \mu_0 (nI + n'I').$$

Par analogie avec :

[4,17] $$D = \varepsilon_0 E + P,$$

on peut dans la conception *coulombienne* écrire la relation précédente sous la forme :

$$B = \mu_0 H + J,$$

en posant $H = nI$, comme dans le vide, et en appelant *polarisation magnétique* la grandeur :

[14,4] $$J = \mu_0 n' I'.$$

J a mêmes dimensions que B (on a proposé de l'appeler « induction intrinsèque »); on l'évalue par suite, dans le système pratique, en Wb/m².

Par raison de symétrie, le tore est aimanté partout de la même façon : on peut l'assimiler à un ensemble de petits tores juxtaposés formés chacun de petits aimants, tous identiques, placés bout à bout, pôles de noms contraires en contact, dont J serait le moment magnétique (coulombien) par unité de volume :

[14,5] $$J = \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}v},$$

de même que P est le moment électrique par unité de volume du diélectrique polarisé $\left(P = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}v}, \text{ relation [4,10]} \right)$.

On peut considérer $\overset{\rightharpoonup}{J}$, de même que $\overset{\rightharpoonup}{B}$ et $\overset{\rightharpoonup}{H}$, comme une grandeur vectorielle axiale, ce qui permet d'écrire :

[14,6] $$\overset{\rightharpoonup}{B} = \mu_0 \overset{\rightharpoonup}{H} + \overset{\rightharpoonup}{J}.$$

Dans le cas actuel, ces trois vecteurs ont en chaque point même direction; nous verrons (par. 14-3) qu'il n'en est pas de même dans le cas le plus général.

A la susceptibilité électrique :

[4,19] $$\chi_e = \frac{P}{\varepsilon_0 E},$$

on fait correspondre la *susceptibilité magnétique* :

[14,7] $$\chi_m = \frac{J}{\mu_0 H},$$

qui est, comme χ_e, une grandeur sans dimensions.

On a donc :

$$B = \mu_0 H (1 + \chi_m).$$

La *perméabilité magnétique* (par. 8-13) de la substance est par suite :

[14,8] $$\mu = \frac{B}{H} = \mu_0 (1 + \chi_m).$$

D'où enfin, puisque $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$:

[14,9] $$\chi_m = \mu_r - 1,$$

relation analogue à :

[4,20] $$\chi_e = \varepsilon_r - 1.$$

N. B. — En langage non rationalisé, les équations [14,5] à [14,7] deviennent respectivement :

[14,5*] $$\overset{\vee}{J} = \frac{\mathrm{d}\overset{\vee}{j}}{\mathrm{d}v} = \frac{J}{4\pi}$$

[14,6*] $$B = \overset{\vee}{\mu_0}\hat{H} + 4\pi J$$

et

[14,7*] $$\overset{\vee}{\chi}_m = \frac{\overset{\vee}{J}}{\overset{\vee}{\mu_0}\hat{H}} = \frac{\chi_m}{4\pi}$$

(à rapprocher de [4,17] et [4,19]).

c) On peut encore imaginer de remplacer les aimants élémentaires précédents par des circuits élémentaires, ayant chacun un moment ampérien μ_0 fois plus faible (d'après [8,16]) que le moment coulombien correspondant.

La grandeur vectorielle :

[14,10] $$\overset{\curvearrowright}{M} = \frac{\overset{\curvearrowright}{J}}{\mu_0} = \frac{\overset{\curvearrowright}{\mathrm{d}m}}{\mathrm{d}v}$$

(moment ampérien par unité de volume), est appelée *intensité d'aimantation* ou simplement *aimantation*[1].

D'après [14,6], on a :

[14,11] $$\overset{\curvearrowright}{B} = \mu_0 (\overset{\curvearrowright}{H} + \overset{\curvearrowright}{M}),$$

et d'après [14,7]

[14,12] $$\chi_m = \frac{\overset{\curvearrowright}{M}}{\overset{\curvearrowright}{H}}.$$

M, qui a mêmes dimensions que H, est parfois appelé « champ intrinsèque » ; on l'évalue, dans le système pratique, en ampères par mètre.

De même que m, la grandeur M n'est pas affectée par la rationalisation. En langage non rationalisé, [14,12] s'écrit :

[14,12*] $$\overset{\vee}{\chi}_m = \frac{M}{\hat{H}} = \frac{\chi_m}{4\pi}.$$

14-3. — Courants moléculaires. Phénomènes gyromagnétiques.

a) Dès 1825, AMPÈRE avait proposé d'interpréter tous les phénomènes magnétiques, même ceux concernant les aimants permanents, par l'existence, dans la matière aimantée, de « courants particulaires » analogues à ceux considérés au par. 14-2 c, *ce qui permet d'expliquer le caractère axial des grandeurs magnétiques vectorielles.*

1. Ne pas confondre le symbole M de cette grandeur avec celui de l'inductance mutuelle (par. 11-1).

On a montré, depuis, que les atomes se comportent comme si leurs électrons périphériques étaient en rotation continue autour de leur noyau, et possédaient en outre une rotation propre (dont on appelle *spin* le moment cinétique). On peut, par suite, attribuer aux atomes de chaque molécule un moment magnétique.

Dans un corps non aimanté, les moments moléculaires sont nuls, ou bien leurs orientations sont complètement désordonnées et leur résultante est par suite nulle dans tout volume dont les dimensions ne sont pas très petites (inférieures à une fraction de millimètre). Un champ extérieur a pour effet, comme on le verra aux par. 14-11 et 14-12, de modifier la valeur des moments et leur orientation de façon que leur résultante ne soit plus nulle : c'est en cela que consiste l'aimantation.

On peut alors se représenter, très schématiquement, l'état de la tige aimantée de la *figure 14-1* comme le montre la *figure 14-3 a*, relative à une section droite. Les courants moléculaires sont orientés de façon que, sauf à la périphérie, chaque circuit élémentaire soit adjacent à d'autres, où le courant est en sens inverse et a même intensité, les molécules étant supposées toutes identiques. L'ensemble est équivalent (*fig. 14-3 b*) à un circuit s'étendant sur le périmètre de la section et parcouru par un courant d'intensité I', de même sens que le courant dans le solénoïde. Il ajoute son champ magnétique propre à celui du solénoïde.

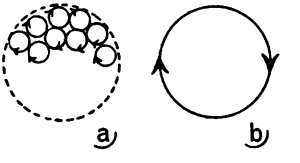


FIG. 14-3. — Équivalence entre circuits moléculaires (*a*) et circuits superficiels (*b*).

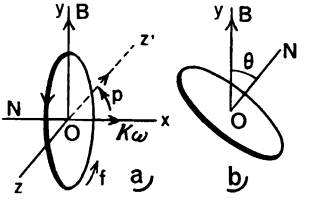


FIG. 14-4. — Effet gyromagnétique : principe.

b) L'existence des courants moléculaires est confirmée par les *phénomènes gyromagnétiques*. Une charge électrique en rotation doit se comporter, en ce qui concerne ses propriétés mécaniques, comme un gyroscope (tome I, par. 12-8) et non comme une masse statique.

Par exemple, une charge en rotation autour de Ox dans le sens de la flèche f (*figure 14-4 a*) avec une vitesse angulaire ω possède un moment cinétique $K\omega$ (K étant son moment d'inertie par rapport à Ox) dirigé suivant Ox, comme l'indique la figure. D'autre part, si la charge est négative, la demi-normale ON à la face positive du circuit constitué par sa trajectoire est dirigée en sens inverse de Ox (par. 9-7). Un champ d'induction B, dirigé suivant Oy, exerce sur le circuit un couple qui tend à amener sur Oy la demi-normale ON à la face positive : le moment Γ de ce couple est orienté suivant Oz'. On sait (tome I, par. 12-9) que le circuit gyroscopique va effectuer un mouvement de précession autour de la direction de B dans le sens de la flèche p.

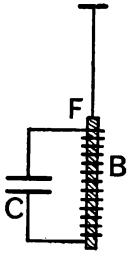


FIG. 14-5. — Effet gyromagnétique : vérification.

Si le plan du circuit ne contient pas la direction de B, sa normale ON faisant avec B un angle $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ (*fig. 14-4 b*), cette normale décrit un cône de précession de demi-angle au sommet θ autour de B. Dans tous les cas, la conservation du moment cinétique (tome I, par. 12-1) exige que *la matière qui contient ces gyroscopes exécute un mouvement de précession en sens inverse.*

—o— Ce phénomène, appelé effet gyromagnétique (EINSTEIN et de HAAS), a été observé par l'expérience dont la *figure 14-5* donne un schéma. L'aimantation par le champ magnétique dû à la décharge du condensateur C dans

la bobine B donne au cylindre de fer F une impulsion de rotation autour de son axe vertical[1].

L'effet gyromagnétique inverse du précédent a été observé (BARNETT) : si l'on fait tourner très rapidement autour de son axe un barreau de fer non aimanté, il s'aimante dans la direction de l'axe.

14-4. — Champ et induction dans la matière aimantée.

a) En généralisant ce qui a été dit au par. 14-2, on peut définir l'induction $\overset{\curvearrowright}{B}$ en un point P d'un corps aimanté comme identique à celle qu'on observerait *dans le vide, compte tenu des courants moléculaires.*

Nous avons défini, au par. 4-4, le champ $\vec{E}$ dans un diélectrique comme identique à ce qu'il serait dans le vide, compte tenu des charges de polarisation diélectrique : nous trouvons donc ici une analogie entre les vecteurs $\overset{\curvearrowright}{B}$ et $\vec{E}$.

Si l'on imagine qu'on remplace le milieu aimanté par le vide en laissant en place, sur des supports conducteurs infiniment minces, les courants moléculaires, le flux magnétique de cet ensemble sera conservatif (par. 10-5). Cette propriété appartient donc, *quel que soit le milieu*, au flux du vecteur $\overset{\curvearrowright}{B}$, défini comme on l'a fait ci-dessus. Rappelons qu'elle se traduit par la relation :

$$[8,28] \qquad \operatorname{div} \overset{\curvearrowright}{B} = 0,$$

alors que, en électrostatique, la relation :

$$[2,50] \qquad \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

montre que le flux électrique Ψ n'est conservatif que là où n'existent pas de charges électriques libres. La différence entre ces formules traduit la non existence d'une densité volumique de masses magnétiques libres (cf. par. 14-6).

b) L'action des courants moléculaires peut s'exprimer par l'intermédiaire de l'une ou l'autre des deux grandeurs vectorielles :

polarisation magnétique : [14,13] $\qquad \overset{\curvearrowright}{J} = \dfrac{\mathrm{d}\overset{\curvearrowright}{j}}{\mathrm{d}v}$

et aimantation magnétique : [14,14] $\qquad \overset{\curvearrowright}{M} = \dfrac{\mathrm{d}\overset{\curvearrowright}{m}}{\mathrm{d}v} = \dfrac{\overset{\curvearrowright}{J}}{\mu_0},$

$\mathrm{d}j$ et $\mathrm{d}m$ étant respectivement les moments coulombien et ampérien d'un élément de volume infiniment petit $\mathrm{d}v$.

Au par. 4-4 b, la relation :

$$[4,17] \qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

1. On utilise en réalité un champ alternatif, dont on choisit la fréquence pour obtenir un phénomène de résonance dans le mouvement du barreau (tome III, par. 4-13).

nous a servi à définir, d'une façon générale, le vecteur $\vec{D}$ (même lorsque $\vec{E}$ et $\vec{P}$ ont des directions différentes), de façon à généraliser au cas d'un diélectrique quelconque certaines des propriétés de ce vecteur établies dans le vide.

De même, nous conviendrons, pour généraliser au cas de la matière aimantée la définition du champ magnétique, d'utiliser l'une ou l'autre des relations vectorielles équivalentes

$$[14,15] \qquad \overset{\smile}{B} = \mu_0 \overset{\smile}{H} + \overset{\smile}{J} = \mu_0 (\overset{\smile}{H} + \overset{\smile}{M})$$

déjà considérées en [14,6] et [14,11], dans un cas où ces vecteurs avaient leurs directions confondues et où H avait même valeur que dans le vide.

c) Dans un milieu où l'aimantation est purement induite, $\overset{\smile}{J}$ et $\overset{\smile}{M}$ dépendent du champ agissant $\overset{\smile}{H}$ et s'annulent en même temps que lui; ils en seraient indépendants dans le cas (limite) d'une aimantation *rigide* (par. 8-1).

Pour établir les relations existant entre $\overset{\smile}{M}$ (ou $\overset{\smile}{J}$) et le champ $\overset{\smile}{H}$, on peut rechercher les distributions de courants équivalentes à une répartition d'aimantation déterminée (ou inversement). On peut aussi procéder comme dans le cas des diélectriques, en considérant une répartition convenable de densités volumiques ρ_m et de densités superficielles σ_m de masses magnétiques de polarisation. Ces deux méthodes vont nous permettre de préciser les propriétés du champ et de l'induction magnétique dans un milieu quelconque.

14-5. — Équivalence entre polarisation magnétique et répartition de courants. Feuillets magnétiques.

a) Un fragment de matière aimantée, équivalent à un petit circuit (*fig. 14-6*) situé dans le vide et possédant un moment ampérien $dm = I\,dS$, et par suite un moment coulombien $dj = \mu_0\,dm$, crée en un point P très éloigné, dont les coordonnées polaires sont r et θ, un champ donné par les formules [10,11] :

$$H_r = \frac{1}{4\pi}\frac{2dm\cos\theta}{r^3}$$

$$H_t = \frac{1}{4\pi}\frac{dm\sin\theta}{r^3}.$$

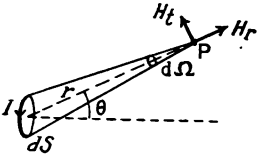


FIG. 14-6. — Champ créé par un courant élémentaire.

Ce champ, analogue à celui d'un dipôle électrique (par. 2-18), dérive d'un potentiel scalaire :

$$dV_m = \frac{dm\cos\theta}{4\pi r^2} = \frac{dj}{4\pi\mu_0}\frac{\cos\theta}{r^2}$$

(formule analogue à [2,60]).

En remarquant que $\frac{dS \cos\theta}{r^2}$ représente l'angle solide $d\Omega$ sous lequel, du point P, on voit la surface dS, on peut écrire, puisque $dm = I\,dS$,

[14,16] $$dV_m = \frac{I}{4\pi} d\Omega.$$

b) Imaginons maintenant (*fig. 14-7*) un aimant plat, d'épaisseur e très petite, dans lequel la polarisation magnétique $\vec{J}$ est, en chaque point, normale à la surface, et dont la densité superficielle de moment coulombien :

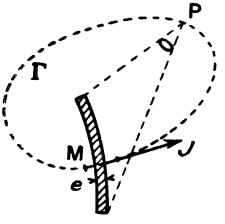


FIG. 14-7. — Traversée d'un feuillet magnétique.

[14,17] $$\varpi_m = \frac{dj}{dS} = Je$$

est constante. Une telle répartition, comparable à la couche double électrique étudiée au par. 2-18, est appelée *feuillet magnétique*. Un feuillet isolé n'est pas réalisable : une lame d'acier par exemple, ne peut prendre l'aimantation correspondante; mais on peut utiliser ce concept comme nous allons le voir.

Le produit $\varpi_m = Je$ défini par [14,17] est appelé *intensité*, ou encore *puissance* du feuillet. La formule [2,66] se transpose immédiatement : le *potentiel magnétique* créé par le feuillet en un point P d'où l'on voit sa surface sous l'angle Ω est donné par :

[14,18] $$V_m = \frac{\varpi_m}{4\pi\mu_0}\Omega.$$

Il ne dépend pas de la surface du feuillet, mais seulement du contour qui le limite. Nous admettrons (cela étant justifié par les conséquences qu'on en déduit) que la formule [14,18] reste valable quand le point P se rapproche du feuillet (tout en restant à l'extérieur).

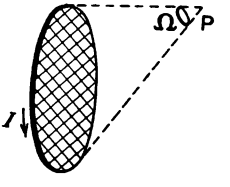


FIG. 14-8. — Équivalence entre un circuit et un feuillet magnétique.

Considérons alors un circuit linéaire fermé, parcouru par un courant permanent I, ayant un contour quelconque. Une surface quelconque limitée par ce contour peut être divisée en petits éléments plans de contours tous parcourus par la même intensité I : il suffit d'ajouter (*fig. 14-8*) des fils appliqués sur la surface et parcourus chacun par deux courants d'intensités I, dirigés en sens inverses (cf. par. 9-7 b). Chacun des petits circuits obtenus crée en un point éloigné P un potentiel magnétique donné par [14,16] et est par suite, d'après [14,18], équivalent à un élément de feuillet de puissance :

[14,19] $$\varpi_m = \mu_0 I.$$

Le circuit et le feuillet de puissance ϖ_m, limité au même contour, produisent en dehors du feuillet, le même champ, dérivant du potentiel V_m.

c) Il y a cependant une différence importante entre le potentiel d'un courant et celui du feuillet équivalent. Nous avons vu, en effet (par. 10-9), que la circulation du champ magnétique produit par un courant suivant un trajet fermé Γ qui boucle le circuit a pour expression :

[10,27] $$\oint_{\Gamma} \overset{\smile}{H}.\vec{dl} = I = \Delta V_m.$$

Le potentiel correspondant n'a pas une valeur définie de façon unique en chaque point (même à une constante additive près, comme c'est le cas du potentiel électrique), puisque l'on peut ajouter à cette valeur une quantité nI (n entier quelconque) en faisant n tours autour du circuit. D'autre part, on ferme le trajet d'une ligne de champ autour d'un circuit sans rencontrer nulle part de discontinuité.

En ce qui concerne le champ magnétique d'un feuillet, son potentiel, donné par [14,18], a, au contraire, une valeur unique en chaque point de l'espace. Mais si le trajet suivi se ferme en entourant le circuit équivalent, il traverse nécessairement le feuillet. Un raisonnement analogue à celui du par. 2-18 c montre que le potentiel subit, à la traversée du feuillet (*fig. 14-7*), une discontinuité d'amplitude $\pm \frac{\varpi_m}{\mu_0}$, grâce à laquelle il reprend la même valeur après un parcours fermé Γ, ce qui correspond à :

$$\oint_{\Gamma} \overset{\smile}{H}.\vec{dl} = 0.$$

Ainsi, c'est seulement dans le cas où les courants sont nuls et où le champ magnétique est dû à des aimants permanents que le potentiel magnétique devient une fonction uniforme des coordonnées.

d) Considérons maintenant la circulation, le long d'un contour fermé Γ, de l'induction $\overset{\smile}{B} = \mu_0 \overset{\smile}{H} + \overset{\smile}{J}$ créée par le feuillet. En dehors de celui-ci, J est nul. On a donc (*fig. 14-7*) :

$$\oint_{\Gamma} \overset{\smile}{B}.\vec{dl} = \oint_{\Gamma} \mu_0 \overset{\smile}{H}.\vec{dl} + \int_{M}^{M'} \overset{\smile}{J}.\vec{dl} = Je = \varpi_m.$$

Le premier terme du second membre est nul, le deuxième a pour valeur $Je = \varpi_m$. Mais ϖ_m est aussi, d'après [14,19] et en tenant compte du théorème d'Ampère [10,27], la circulation sur le parcours Γ de l'induction produite, dans le vide, par le courant auquel le feuillet est équivalent.

Ce résultat s'applique évidemment à un ensemble de feuillets, donc aussi à tout parcours fermé Γ; d'où cette importante conclusion : si l'on assimile par la pensée un certain volume de matière aimantée A à une pile de feuillets et si l'on considère l'ensemble C des courants équivalents à ces feuillets, c'est l'induction produite en un même point quelconque, soit par A, soit par C, qui a même valeur. Pour le champ, l'équivalence est valable hors de la matière aimantée (puisque $\overset{\smile}{B} = \mu_0 \overset{\smile}{H}$), mais elle ne l'est plus à l'intérieur de cette matière (par. 14-4 *a*).

e) A un courant qui parcourt une spire circulaire, on peut faire correspondre le feuillet occupant le cercle limité par cette spire; à un courant rectiligne indéfini, un feuillet en demi-plan limité par le conducteur.

Un feuillet magnétique isolé n'est pas réalisable, ainsi que nous l'avons dit; mais l'aimant constitué par un empilement de feuillets identiques existe, au moins approximativement : c'est le barreau régulièrement aimanté. S'il a une forme cylindrique, il doit se comporter, d'après ce qu'on a vu plus haut, comme un ensemble de spires circulaires parcourues par le même courant, c'est-à-dire comme un solénoïde (par. 9-7 et 10-7). La formule [10,13] donne pour l'induction en un point sur l'axe extérieur au solénoïde (*fig. 10-13 a*).

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 n I}{2}(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$

(n étant le nombre de spires par unité de longueur), ou, en introduisant les angles solides Ω_1 et Ω_2 sous lesquels on voit du point P les faces terminales :

$$\Omega_1 = 2\pi(1 - \cos\beta_1) \qquad \Omega_2 = 2\pi(1 - \cos\beta_2),$$

[14,20] $$\vec{B} = \frac{\mu_0 n I}{4\pi}(\Omega_1 - \Omega_2).$$

Regardons maintenant l'aimant comme formé de feuillets : l'épaisseur e de chacun d'eux, équivalent à une spire, est $e = \frac{1}{n}$ et la polarisation a pour valeur :

$$J = \frac{\varpi_m}{e} = \mu_0 n I,$$

d'après [14,18].

D'où [14,21] $$B = \frac{J}{4\pi}(\Omega_1 - \Omega_2).$$

14-6. — Équivalence entre polarisation magnétique et répartition de masses magnétiques (fictives).

a) Un raisonnement analogue à celui du par. 4-3 montre qu'on peut encore calculer les inductions et les champs comme dans le vide, en remplaçant une distribution du vecteur polarisation magnétique $\vec{J}$ par une répartition continue de masses magnétiques dont la densité volumique ρ_m et la densité superficielle σ_m sont reliées en chaque point à J par des formules analogues à [4,13] et [4,12], soit :

[14,22] $$\rho_m = -\operatorname{div}\vec{J}$$

[14,23] $$\sigma_m = \vec{n^0}.\vec{J},$$

$\vec{n^0}$ étant le vecteur unitaire normal à la surface vers l'extérieur. Ce remplacement, mathématiquement correct, demeure purement formel, les charges ρ_m et σ_m n'ayant pas de réalité physique, ainsi qu'on l'a dit au

par. 8-10. Mais il a le grand avantage de permettre de transposer immédiatement aux problèmes d'aimantation les formules et les résultats obtenus dans l'étude de la polarisation diélectrique.

b) Reprenons, par exemple, par cette méthode, l'étude du barreau cylindrique aimanté faite au paragraphe précédent. Le vecteur $\overset{\curvearrowright}{J}$ (*fig. 14-9 a*) y est constant en grandeur et en direction, comme cela résulte de la formation supposée de l'aimant par empilement de feuillets. L'aimantation est uniforme. On a alors (cf. par. 4-3)

$$\operatorname{div} \overset{\curvearrowright}{J} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad \rho_m = 0.$$

La densité fictive superficielle n'existe que sur les faces terminales, auxquelles $\overset{\curvearrowright}{J}$ est normal, d'où :

$$\sigma_m = \pm J.$$

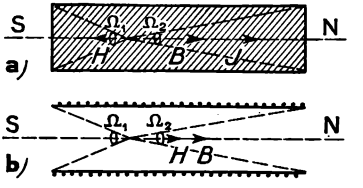


FIG. 14-9. — Champ et induction à l'intérieur : *a*) d'un barreau régulièrement aimanté; *b*) du solénoïde équivalent.

Le champ créé en un point de l'axe extérieur à l'aimant par les deux disques de densité superficielle J est, de façon analogue à [2,50] :

$$\overset{\curvearrowright}{H} = \frac{\overset{\curvearrowright}{J}}{4\pi\mu_0}(\Omega_1 - \Omega_2).$$

L'induction correspondante est :

$$\overset{\curvearrowright}{B} = \mu_0 \overset{\curvearrowright}{H} = \frac{\overset{\curvearrowright}{J}}{4\pi}(\Omega_1 - \Omega_2).$$

On retrouve la formule [14,21]. En un point intérieur à l'aimant, le champ est, en comptant les angles solides entre 0 et 2 π stéradians,

$$[14,24] \qquad \overset{\curvearrowright}{H} = -\frac{\overset{\curvearrowright}{J}}{4\pi\mu_0}(\Omega_1 + \Omega_2)$$

et l'induction :

$$[14,25] \quad \overset{\curvearrowright}{B} = \mu_0 \overset{\curvearrowright}{H} + \overset{\curvearrowright}{J} = -\frac{\overset{\curvearrowright}{J}}{4\pi}(\Omega_1 + \Omega_2) + J = \frac{J}{4\pi}[4\pi - (\Omega_1 + \Omega_2)].$$

c) Posons, comme au paragraphe précédent $J = \mu_0 nI$. La formule [10,13], qui donne le champ à l'intérieur du solénoïde, ne concorde pas avec [14,24], alors que celle qui donne l'induction concorde avec [14,25]; en particulier, pour un solénoïde infiniment allongé, on voit aussitôt que la formule [14,24] donnerait un champ nul, alors que [14,25] fournit la valeur correcte déduite de [10,14] :

$$B = \mu_0 nI.$$

Sur cet exemple particulier, on comprend la nécessité, déjà montrée en général au par. 14-5, d'identifier les inductions et non les champs des aimants et des courants « équivalents » (*fig. 14-9 b*).

d) Cette nécessité s'impose également lorsqu'on compare les actions subies par un solénoïde et par un aimant. Placé dans le vide et soumis à un champ donné, un solénoïde subit, d'après [9,12], le même couple de rappel qu'un aimant de moment coulombien :

$$j_0 = \mu_0 NSI,$$

N étant le nombre total de spires, S leur section, I l'intensité du courant; si cet aimant a même volume que le solénoïde, soit $L = \frac{N}{n}$ sa longueur, sa polarisation magnétique, supposée uniforme, est :

$$J_0 = \frac{j_0}{LS} = \mu_0 nI.$$

Si l'intérieur du solénoïde est occupé par un milieu de perméabilité μ, la polarisation *de ce milieu* est celle que produirait dans le vide un solénoïde convenable, mis à la place du premier, soit $J' = \mu_0 n'I'$. Le solénoïde rempli de ce milieu équivaut à un aimant de polarisation :

[14,26] $$J = J_0 + J' = \mu_0(nI + n'I').$$

Un solénoïde étant assimilable à une portion de tore recouverte d'un enroulement régulier, les formules [14,1] à [14,3] sont applicables. On en déduit :

[14,27] $$\frac{J}{J_0} = \frac{nI + n'I'}{nI} = \frac{B}{B_0} = \mu_r.$$

Les actions subies *dans un même champ* $\overset{\curvearrowright}{H}$ par les aimants équivalents au solénoïde varient donc comme la perméabilité. Au contraire, celles subies dans le même champ par un aimant ne dépendent pas du milieu : c'est que celui-ci ne pénètre pas dans l'aimant : d'où la mesure de H par le magnétomètre (par. 8-4).

e) Les résultats qui précèdent peuvent être étendus à des ensembles quelconques de courants linéaires et d'aimants permanents bipolaires, placés soit dans le vide, soit dans un milieu illimité où la perméabilité est partout bien définie et uniforme; quand μ varie, *l'induction créée par un aimant ne varie pas, ni les actions qu'exerce sur cet aimant un champ invariable; le champ créé par un courant ne varie pas, ni les actions qu'exerce sur lui une induction invariable.*

Le champ créé par un aimant varie donc comme $\frac{1}{\mu}$, et l'induction créée par un courant, ainsi que les coefficients d'inductance, varient proportionnellement à μ (cf. par. 8-13). Les expressions du couple de rappel dans un champ uniforme :

$$\overset{\curvearrowright}{\Gamma} = \overset{\curvearrowright}{j} \wedge \overset{\curvearrowright}{H} = \overset{\curvearrowright}{m} \wedge \overset{\curvearrowright}{B}$$

dans lesquelles $j = \mu m$, puisque $B = \mu H$, montrent alors que, pour un aimant, j est invariable, m variant comme $\frac{1}{\mu}$; pour un courant, m est invariable, j variant comme μ.

On voit encore que : *les actions mécaniques mutuelles de deux aimants varient comme* $\frac{1}{\mu}$, de même que le champ créé par chacun d'eux, le moment coulombien de l'autre ne variant pas; *les actions mutuelles entre un courant et un aimant ne varient pas*, puisque le champ du courant et le moment coulombien de l'aimant sont invariables; *les actions mutuelles entre deux courants varient proportionnellement* à μ (cf. par. 9-1 c), de même que l'induction créée par l'un d'eux, le moment ampérien de l'autre restant invariable.

f) Dans un barreau aimanté, les lignes de champ vont du pôle N au pôle S, à l'extérieur comme à l'intérieur de l'aimant; à la traversée des faces terminales, le champ subit une discontinuité (*fig. 14-10*) donnée par une formule analogue à [2,55] :

$$[14,28] \qquad H_2 - H_1 = \frac{\sigma_m}{\mu_0} = \frac{J}{\mu_0}.$$

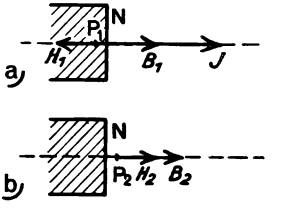


FIG. 14-10. — Comparaison du champ et de l'induction de part et d'autre d'une face terminale d'un barreau aimanté.

Les lignes d'induction vont du pôle N au pôle S à l'extérieur, du pôle S au pôle N à l'intérieur et B ne subit aucune discontinuité en traversant les faces terminales. On a, en effet :

$$[14,29] \qquad B_2 - B_1 = \mu_0 H_2 - (\mu_0 H_1 + J) = 0.$$

Dans le cas d'un solénoïde, il n'y a aucune raison pour qu'une discontinuité de B (ni de H) existe au passage dans le plan des spires terminales.

14-7. — Passage d'un milieu dans un autre. Champ dans une cavité.

a) A la surface de séparation S de deux milieux aimantés 1 et 2, ou du vide et d'un milieu aimanté, les vecteurs B, H et M (ou J) subissent en général des discontinuités, M pouvant varier d'une façon quelconque.

Puisque le flux magnétique est conservatif, la composante normale de l'induction ne subit pas de variation brusque, ce qu'on écrit :

$$[14,30] \qquad B_{2n} = B_{1n}.$$

D'autre part, s'il n'y a pas, sur la surface de séparation, de courant autre que ceux de polarisation, la composante tangentielle du champ n'y varie pas non plus :

$$[14,31] \qquad H_{2t} = H_{1t}.$$

Ce résultat peut s'établir comme le résultat analogue concernant le champ électrique l'a été au par. 4-6.

Si, en outre, les vecteurs H_1 et B_1 d'une part, H_2 et B_2 d'autre part ont respectivement mêmes directions, les premiers faisant un angle α_1 et les seconds un angle α_2 avec la normale à S, on en déduit :

$$[14,32] \qquad \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

relation analogue à [4,26], μ_1 et μ_2 étant les perméabilités des deux milieux.

b) Des raisonnements analogues à ceux du par. 4-8 montrent que si l'on pouvait creuser dans la matière aimantée une cavité cylindrique très petite, d'axe parallèle au vecteur aimantation, le champ qui y régnerait (mesurable, dans une expérience imaginaire, par son action sur un minuscule aimant), serait H si la cavité avait la forme d'un tube beaucoup moins large que long, et $\frac{B}{\mu_0}$ si elle avait la forme d'une boîte cylindrique beaucoup plus large que haute.

14-8. — Aimantation purement induite.

a) Le problème général de l'aimantation purement induite se pose ainsi : soit un champ magnétique (produit, par exemple, par des courants) ayant en chaque point une valeur déterminée H_0; on y place des corps de formes données et de propriétés magnétiques suffisamment bien connues. On cherche la polarisation magnétique qu'ils acquièrent et les valeurs du champ magnétique en tout point extérieur ou intérieur aux corps aimantés.

Les difficultés sont analogues à celles que l'on rencontre dans l'étude des diélectriques (par. 4-7); elles proviennent de ce que, le plus souvent, l'aimantation modifie le champ primitif à l'intérieur des corps aimantés. Au champ influençant $\overset{\frown}{H_0}$, elle ajoute un champ $\overset{\frown}{H'}$ qui est dit *démagnétisant* parce que, en général, pour les corps ferromagnétiques, il s'oppose plus ou moins à $\overset{\frown}{H_0}$. La résultante :

$$\overset{\frown}{H} = \overset{\frown}{H_0} + \overset{\frown}{H'} \qquad [14,33]$$

est le *champ agissant* : c'est de lui que dépend l'aimantation $\overset{\frown}{M}$.

b) Dans les cas les plus nombreux, mais non les plus importants pratiquement, il y a entre $\overset{\frown}{M}$ et $\overset{\frown}{H}$ une relation de proportionnalité; c'est ce qui se produit pour les substances para et diamagnétiques. Dans un milieu isotrope, $\overset{\frown}{M}$, $\overset{\frown}{H}$ et par suite $\overset{\frown}{B}$, ont alors même direction, et l'on peut définir, comme dans le cas du par. 14-2, la *susceptibilité magnétique* de la substance :

$$\chi_m = \frac{\overset{\frown}{M}}{\overset{\frown}{H}}, \qquad [14,34]$$

sa perméabilité magnétique :

$$\mu = \frac{\overset{\frown}{B}}{\overset{\frown}{H}} = \mu_0(1 + \chi_m), \qquad [14,35]$$

et sa perméabilité relative :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m. \qquad [14,36]$$

Nous avons vu (par. 4-5) que la susceptibilité électrique définie par la relation [4,19] est toujours positive.

Il en est de même pour la susceptibilité magnétique des corps *paramagnétiques*, qui s'aimantent (faiblement) dans la même direction que le champ : μ est alors supérieur à μ_0; leur perméabilité relative μ_r est donc (légèrement) supérieure à l'unité.

La susceptibilité (très faible) des corps *diamagnétiques* est au contraire négative. Ils prennent une polarisation en sens inverse du champ, μ est inférieur à μ_0 et leur perméabilité relative μ_r est (très légèrement) inférieure à l'unité.

Le tableau 14-1 donne les valeurs de χ_m, mesurées comme on le verra plus loin, pour un certain nombre de corps simples et composés.

TABLEAU 14-1.

Susceptibilités magnétiques $\chi_m = \frac{M}{H}$ de quelques corps (vers 18 °C)

Paramagnétiques		Diamagnétiques	
Al	20.10^{-6}	Bi	$-\ 150.10^{-6}$
$CuCl_2$	340.10^{-6}	C (graphite)	$-\ 10.10^{-6}$
$FeCl_3$	$3\,000.10^{-6}$	Cu	$-\ 10.10^{-6}$
O_2 (1 atm)	2.10^{-6}	Eau	$-\ 8{,}6.10^{-6}$
Air (1 atm)	$0{,}38.10^{-6}$	N_2 (1 atm)	$-\ 0{,}006.10^{-6}$

Remarque. — On rapporte parfois les susceptibilités magnétiques non à l'unité de volume, comme cela résulte de la définition donnée pour M, mais à l'unité de masse. Entre la susceptibilité massique $\varkappa_m$ et la susceptibilité en volume χ_m on a la relation :

[14,37] $$\chi_m = \varkappa_m \cdot \rho,$$

ρ étant la masse volumique.

Les susceptibilités des corps para et diamagnétiques étant toujours extrêmement faibles, leur polarisation magnétique l'est aussi et le champ démagnétisant y est par suite négligeable.

c) Les substances *ferromagnétiques* prennent une aimantation induite dans le sens du champ, comme les paramagnétiques, mais elles s'en distinguent par les propriétés suivantes, qui seront étudiées au chapitre 15.

1° La relation entre $\overset{\curvearrowright}{M}$ et $\overset{\curvearrowright}{H}$ n'est pas linéaire; dans les cas où $\overset{\curvearrowright}{M}$ et $\overset{\curvearrowright}{H}$ ont même direction, on peut encore définir une susceptibilité χ_m par la relation [14,34] mis χ_m est une fonction de H.

2° La susceptibilité χ_m peut être de l'ordre des milliers (et non des fractions de millièmes comme celles des substances paramagnétiques). Le champ démagnétisant n'est pas négligeable, sauf cas exceptionnels.

3° L'aimantation totale n'est pas purement induite. Elle dépend, non seulement du champ agissant actuel, mais encore des circonstances antérieures, et persiste plus ou moins après la suppression du champ inducteur. On dit qu'il y a alors *hystérésis magnétique*.

14-9. — Énergie d'un dipôle magnétique dans un champ. Forces agissant sur un corps aimantable placé dans un champ magnétique.

a) Nous avons vu (par. 2-17) qu'un dipôle électrique de moment $\vec{p}$, placé dans un champ électrique $\vec{E}$, possède une *énergie potentielle* égale au produit scalaire $-\vec{p}.\vec{E}$.

L'analogie des formules de l'électrostatique et du magnétisme permet d'attribuer de même à un dipôle magnétique, de moment coulombien $\overset{\smile}{j}$, placé dans un champ magnétique $\overset{\smile}{H}$, une énergie potentielle :

[14,38] $$W = -\overset{\smile}{j}.\overset{\smile}{H}.$$

Dans le cas d'une polarisation rigide, cette énergie est égale au travail $\mathcal{C} = -\int \overset{\smile}{j}\mathrm{d}\overset{\smile}{H}$ accompli contre les forces magnétiques lorsqu'on transporte l'aimant depuis une région où le champ est nul jusqu'à sa position actuelle.

Pour un volume v de polarisation magnétique $\overset{\smile}{J}$, l'énergie est :

[14,39] $$W = -\iiint_v \overset{\smile}{J}.\overset{\smile}{H}\mathrm{d}v$$

formule analogue à [5,11].

Si l'aimantation est *purement induite*, la polarisation est

$$\overset{\smile}{J} = \mu_0 \chi_m \overset{\smile}{H},$$

et si la susceptibilité χ_m est constante, le travail nécessaire $\mathcal{C}$ est tel que :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{C}}{\mathrm{d}v} = -\int_0^H J.\mathrm{d}H = -\mu_0 \chi_m \int_0^H H\mathrm{d}H;$$

[14,40] $$\frac{\mathrm{d}\mathcal{C}}{\mathrm{d}v} = -\mu_0 \chi_m \frac{H^2}{2} = -\frac{1}{2}\overset{\smile}{J}.\overset{\smile}{H}$$

On vérifie, par un raisonnement analogue à celui du par. 5-7 c, que $\mathcal{C}$ représente seulement la moitié de l'énergie du dipôle dans le champ, qui est toujours donnée par [14,38].

b) Quand H varie de $\mathrm{d}H$, le moment j d'un volume déterminé de matière varie de $\mathrm{d}j$, et l'on a, dans le cas de la polarisation purement induite (même si χ_m n'est pas constant) :

$$\mathrm{d}W = -(j\mathrm{d}H + H\mathrm{d}j)$$
$$\mathrm{d}\mathcal{C} = -j\mathrm{d}H.$$

La différence $\mathrm{d}\mathcal{C} - \mathrm{d}W$, qui correspond à une variation d'énergie interne $\mathrm{d}U$, est donc :

[14,41] $$\mathrm{d}U = H\mathrm{d}j.$$

c) Le même raisonnement qu'au par. 5-10 montre que l'on peut déduire de [14,39] les composantes suivant les axes de coordonnées des forces et couples agissant sur un corps para ou diamagnétique, par des relations :

$$F_x = -\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x}, \ldots$$

$$\Gamma_x = -\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha}, \ldots$$

En particulier, comme $\overset{\smile}{J}$ est constamment parallèle à $\overset{\smile}{H}$, un champ magnétique *uniforme* n'exerce ni couple, ni force sur un corps paramagnétique ou diamagnétique.

Dans un champ non uniforme, un échantillon sphérique de substance isotrope est soumis à une force. Si son volume est assez petit pour que le champ puisse y être considéré comme uniforme, la formule [14,40] devient :

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2}\mu_0 \chi_m v H^2.$$

La force a pour composantes :

$$[14,42] \qquad F_x = \frac{1}{2}\mu_0 \chi_m v \frac{\partial (H^2)}{\partial x} = \frac{1}{2}\mu_0 \chi_m v \left(\frac{\partial H_x^2}{\partial x} + \frac{\partial H_y^2}{\partial x} + \frac{\partial H_z^2}{\partial x} \right)$$

et des formules analogues pour F_y et F_z.

Si le corps est paramagnétique, χ_m est positif et F_x a le signe de $\left(\frac{\partial H^2}{\partial x}\right)$: le corps est attiré vers les régions où le champ est le plus intense. S'il est diamagnétique, χ_m est négatif, et le corps se déplace vers les régions où le champ est plus faible.

Les expériences sont faciles à réaliser avec des champs modérés, pourvu qu'ils varient rapidement dans l'espace. En effet, on peut écrire [14,42] sous la forme :

$$F_x = \frac{1}{2}\mu_0 \chi_m H \frac{\partial H}{\partial x}.$$

C'est donc le produit de la valeur de $\overset{\smile}{H}$ par son gradient qui intervient. On peut utiliser, pour produire le champ pendant un temps assez bref, un électro-aimant (*fig. 14-11*) formé par un petit transformateur démontable, ayant deux bobines de 1 000 spires parcourues par un courant de 5 A, entourant un noyau de fer en U qui porte deux pièces coniques.

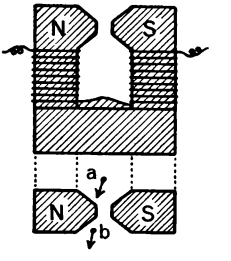


FIG. 14-11.
Actions subies par une sphère dans un champ non uniforme, selon qu'elle est : *a*) paramagnétique; *b*) diamagnétique.

—o— Suspendons par un fil fin au voisinage de l'entrefer un petit cristal paramagnétique de sulfate ferreux ou d'alun de fer et de potassium. Quand on envoie le courant dans l'électro-aimant, le cristal est attiré vers la plus proche des pièces polaires.

—o— Une bille de bismuth diamagnétique, placée de même, s'écarte des pièces polaires.

—o— La flamme d'une bougie, diamagnétique, se comporte comme le bismuth.
—o— On place un peu d'oxygène liquide (ou d'air liquide conservé depuis quelque temps et enrichi en oxygène) dans un petit verre de montre au-dessous des pôles de l'électro-aimant. Lorsqu'on crée le champ, le liquide, paramagnétique, s'accumule vers les pôles.

Si le corps n'a pas une forme voisine de celle d'une sphère, il peut être soumis à un couple dans un champ non uniforme. On a vu au par. 14-1 qu'un fragment allongé d'un corps paramagnétique, suspendu par son centre de gravité entre les pôles coniques d'un aimant, s'oriente de façon que sa plus grande dimension soit parallèle au champ (*fig. 14-2 a*) : en effet le plus grand nombre de ses parties se porte ainsi vers les champs les plus élevés (cf. par. 5-10). Une raison analogue explique qu'un échantillon diamagnétique allongé se mette en croix avec le champ (*fig. 14-2 b*).

Enfin, si la substance, bien que de forme régulière, est anisotrope, la susceptibilité χ_m peut n'avoir pas la même valeur dans toutes les directions. Si l'échantillon est libre de s'orienter, il le fait, même dans un champ uniforme, de façon que la direction de susceptibilité maximum (en valeur absolue) coïncide avec les lignes de champ pour un corps paramagnétique et leur soit perpendiculaire pour un corps diamagnétique.
—o— L'effet est facile à constater sur un petit cristal de sidérose CO_3Fe rhomboédrique, rendu à peu près sphérique et suspendu par un fil de cocon collé sur un sommet de façon que l'axe ternaire soit horizontal : il s'oriente de façon que cet axe soit parallèle au champ.

d) Il est nécessaire de tenir compte, dans des expériences telles que celles qui précèdent, de la susceptibilité χ'_m du milieu où est placée la substance étudiée.

Alors que le corps n'est pas encore mis en place, considérons le volume v du milieu qu'il va occuper : ce volume, qu'on peut imaginer solidifié, est soumis à la force magnétique précédente, dont la composante suivant Ox est :

$$F'_x = \frac{\mu_0 \chi'_m v}{2} \frac{\partial (H^2)}{\partial x}.$$

Il est cependant en équilibre, parce que soumis à une poussée résultant de la répartition des pressions qui, faisant équilibre à la force magnétique, a, suivant Ox, une composante égale et opposée à F'_x.

Mettons maintenant le corps en place : son champ démagnétisant étant négligeable, rien n'est sensiblement changé à la répartition des pressions, ni à la poussée; la force qui s'exerce sur lui a donc pour composantes :

[14,43] $$F_x = \frac{1}{2} \mu^2 (\chi_m - \chi'_m) v \frac{\partial (H^2)}{\partial x}, \text{ etc....}$$

L'action subie est la différence des actions exercées sur le corps considéré seul et sur le volume du milieu dont il occupe la place.

Cet énoncé ressemble beaucoup à celui de la loi d'ARCHIMÈDE (tome I, par. 17-8). En particulier, un corps paramagnétique, plongé dans un milieu plus paramagnétique que lui, se comporte comme s'ils était diamagnétique.

e) Au par. 13-10, nous avons calculé l'énergie électromagnétique de deux circuits parcourus par des courants et placés dans le vide. Lorsque ces circuits sont placés dans un milieu para ou diamagnétique homogène et illimité, la formule [13,26] demeure la même. On peut montrer, en s'appuyant sur le principe de conservation de l'énergie, que cette expression est encore valable lorsque le milieu n'est pas réparti de façon homogène.

L'expression de la densité d'énergie magnétique reste :

$$\frac{dW}{dv} = \frac{1}{2}\vec{B}.\vec{H}.$$

14-10. — Mesure de la susceptibilité des corps para et diamagnétiques.

Elle est fondée sur les résultats qui viennent d'être exposés.

a) Les mesures relatives ne présentent pas de difficultés. On compare les forces F_1 et F_2 qui s'exercent sur deux corps de même volume placés au même point du champ. D'après [14,41], on a, $\chi_{1\,m}$ et $\chi_{2\,m}$ étant leurs susceptibilités et $\chi_{0\,m}$ celle du milieu :

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\chi_{2\,m} - \chi_{0\,m}}{\chi_{1\,m} - \chi_{0\,m}}.$$

On peut ainsi rapporter toutes les susceptibilités à l'une d'entre elles, qu'on détermine en valeur absolue. On peut prendre comme susceptibilité magnétique de comparaison celle de l'eau, corps diamagnétique ($\chi_{1\,m} = -9.10^{-6}$ H/m) et parfois, négliger celle de l'air ($\chi_{0\,m} = 0{,}4.10^{-6}$).

On utilise fréquemment pour ces mesures la balance de CURIE, dans laquelle le champ est produit par un fort aimant dont la ligne des pôles NS est verticale (*fig. 14-12*). L'échantillon E, supposé solide, est suspendu à un dynamomètre de torsion, de façon à être dans le plan de symétrie horizontal xOy normal à la ligne Oz des pôles; il est attiré ou repoussé suivant Ox. En assimilant l'action de l'aimant à celle d'un dipôle, ensemble de deux masses magnétiques distantes de O de $z = \pm a$, et en appliquant la loi de COULOMB, on trouve pour expression du champ en E :

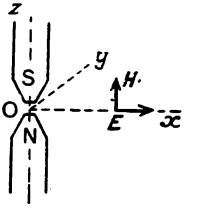


FIG. 14-12. — Balance de CURIE pour mesures relatives de susceptibilité (principe).

$$H = H_z = \frac{C}{(a^2 + x^2)^{3/2}},$$

C étant une constante. D'où l'on déduit, d'après [14,42], la force agissant sur l'échantillon; elle est de la forme :

$$F = F_x = -C_1 \frac{x}{(a^2 + x^2)^4} \chi_m.$$

Elle est positive, c'est-à-dire répulsive pour un échantillon diamagnétique; elle passe par une valeur maximum pour $x = \pm \frac{a}{\sqrt{7}}$. On cherche ce maximum en déplaçant l'aimant parallèlement à lui-même, suivant Ox.

b) Les *mesures absolues* exigent en général une étude du champ magnétique dans toute une région occupée par l'échantillon, s'il est solide. On s'appuie le plus souvent sur les phénomènes d'induction, en mesurant (par. 12-6) le flux d'induction produit par le champ à travers une bobine dont la surface S est connue et dont les dimensions sont de l'ordre de celles de l'échantillon. Pour mesurer le champ lui-même, on fait passer le flux de la valeur $\mu_0 HS$ à une valeur nulle, en retirant la bobine jusque dans une région où le champ est négligeable. Pour mesurer le gradient du champ, on donne à la normale à la bobine un petit déplacement Δs dans la direction choisie et on mesure la variation de flux :

$$\Delta\Phi = \mu_0 S \frac{\partial H}{\partial s} \Delta s.$$

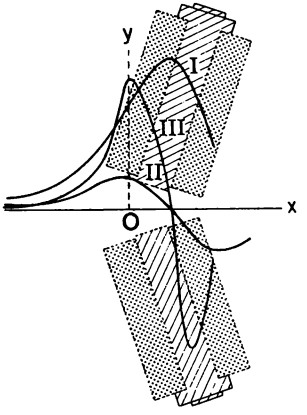


FIG. 14-13. — Dispositif de CURIE pour la mesure absolue des susceptibilités. Les courbes I, II, III représentent respectivement les variations de H_z, $\frac{\partial H_z}{\partial x}$ et $H_z \frac{\partial H_z}{\partial x}$ en fonction de x.

De telles mesures absolues ont été faites par CURIE. La *figure 14-13* représente en plan la disposition de l'électro-aimant, ainsi que les courbes H_y, $\frac{\partial H_y}{\partial x}$, et $H_y \frac{\partial H_y}{\partial x}$.

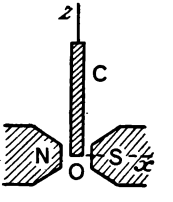


FIG. 14-14. Méthode de GOUY.

La méthode de GOUY est analogue à celle que l'on a décrite en électrostatique au par. 5-10 d. Un cylindre C (*fig. 14-14*) de la substance, de section S, est suspendu sous le plateau d'une balance, de façon que son extrémité inférieure soit disposée symétriquement entre les pôles d'un électro-aimant où le champ est H, l'extrémité supérieure étant dans une région où le champ est négligeable. La force totale, dirigée verticalement, à laquelle est soumis le cylindre, est donnée par une formule analogue à [14,42] :

$$[14,44] \qquad F_z = + \frac{\mu_0 \chi_m S}{2} \int_B^* \frac{\partial (H_x^2)}{\partial z} dz = - \frac{\mu_0 \chi_m S}{2} H^2,$$

ou, si l'on ne peut négliger la susceptibilité χ'_m de l'air :

$$F_z = - \mu_0 (\chi_m - \chi'_m) \frac{S}{2} H^2.$$

La force est dirigée vers le bas si la susbtance est paramagnétique, vers le haut si elle est diamagnétique. On la mesure en modifiant les poids dans le second plateau de la balance.

c) La méthode de QUINCKE, applicable aux liquides, dérive immédiatement de la précédente. Elle se rattache à l'expérience de la *figure 5-17*.

Le liquide (*fig. 14-15*) est contenu dans un tube de verre deux fois recourbé, le niveau A étant dans le champ d'un électro-aimant, tandis que le niveau B, ainsi que la branche A'B', se trouvent dans des régions où le champ peut être considéré comme nul. Le liquide, repoussé en A par le champ s'il est diamagnétique, ne peut être en équilibre que si le niveau B se trouve à une certaine hauteur h au-dessus du niveau A.

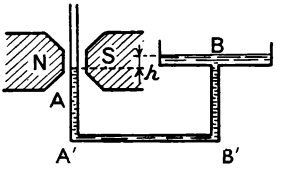


FIG. 14-15. — Méthode de QUINCKE pour la mesure de la susceptibilité d'un liquide.

La force provenant du champ est donnée par la formule [14,44].

Si ρ est la masse volumique du liquide, ρ' celle de l'air et g l'accélération due à la pesanteur, la condition d'équilibre est

$$[14,45] \qquad \mu_0(\chi_m - \chi'_m)\frac{SH^2}{2} = (\rho - \rho')hgS$$

d'où la valeur de χ_m.

—o— L'expérience se fait facilement avec une solution concentrée de chlorure ferrique. Un champ de 10^5 A/m suffit à produire une dénivellation appréciable.

Dans le cas de l'eau pure, pour laquelle $\chi_m - \chi'_m = 8{,}6.10^{-6}$, la formule [14,45] donne :

$$h = \frac{4\pi 10^{-7} \times 8{,}6 \times 10^{-6} \times 10^{10}}{2 \times 10^3 \times 9{,}8}\text{m} \simeq 0{,}5 \text{ mm}.$$

Le même dispositif peut servir à la mesure des champs magnétiques lorsque χ_m et χ'_m sont connus.

d) Le *tableau 14-1* donne l'ordre de grandeur de χ_m. On obtient en outre, les *résultats généraux* suivants :

1° La susceptibilité massique $\varkappa_m$ de presque tous les *corps diamagnétiques* est indépendante de la température; elle est presque toujours indépendante de l'état physique.

2° Il existe pour le diamagnétisme des règles approchées d'additivité que l'on peut comparer à la règle de KOPP (tome II, par. 13-18). Soit $\varkappa_m$ la susceptibilité massique d'un composé de formule $A^\alpha B^\beta C^\gamma \ldots$ et de masse moléculaire $M = \alpha A + \beta B + \ldots$; soient $\varkappa_A$, $\varkappa_B$, ... les susceptibilités massiques de ses constituants; on a :

$$M\varkappa_m \simeq \alpha A \varkappa_A + \beta B \varkappa_B + \ldots$$

3° La susceptibilité massique $\varkappa_m$ des corps paramagnétiques augmente lorsque la température diminue.

—o— On approche des pôles d'un électro-aimant une coupelle contenant quelques gouttes d'air liquide (*fig. 14-16 a*); il s'évapore et le courant d'air froid est attiré vers la région des champs élevés : on en voit l'ombre sur un écran éclairé par une source de petites dimensions. Si l'on approche une

spirale métallique portée au rouge, le courant d'air chaud formé à son contact fuit les champs intenses (*fig. 14-16 b*). C'est que l'air est paramagnétique par l'oxygène qu'il contient. L'air froid est plus fortement paramagnétique, l'air chaud moins fortement que l'air ambiant.

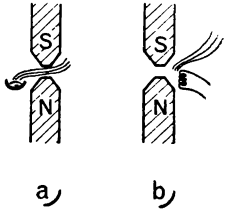


FIG. 14-16. — Le diamagnétisme de l'air varie en sens inverse de la température.

Dans le cas de l'oxygène gazeux, de sels minéraux en solution et de certains solides paramagnétiques, la loi de variation a la forme simple :

$$[14,46] \qquad \varkappa_m = \frac{C}{T}$$

où T désigne la température absolue et C une constante appelée *constante de* CURIE.

De nombreux solides paramagnétiques obéissent à la loi suivante (WEISS) :

$$[14,47] \qquad \varkappa_m = \frac{C}{T - \Theta},$$

où Θ est une température absolue, dite *point de* CURIE (voir par. 15-9).

14-11. — Théorie du diamagnétisme.

a) On admet aujourd'hui que le diamagnétisme traduit une propriété générale de la matière, masquée, dans les substances para- et ferro-magnétiques, par des effets de sens opposés et beaucoup plus intenses.

Dans un corps diamagnétique, en l'absence de champ agissant, les moments magnétiques dus aux divers électrons de chaque atome (par. 14-3) se compensent exactement, les orbites pouvant être groupées par couples parcourues en sens inverses. L'action d'un champ produit une modification des rotations électroniques, équivalente à un courant induit, entraînant l'apparition d'un moment magnétique atomique non nul. La théorie de LANGEVIN (1905) peut s'exposer sommairement comme suit; les théories quantiques modernes y ont apporté des modifications que nous examinerons dans une seconde étude (tome VIII).

b) Raisonnons pour commencer sur un électron de masse m_0 et de charge e décrivant avec une vitesse uniforme u une trajectoire fermée que nous supposerons circulaire, pour simplifier, et de rayon r. Soit $K = m_0 r^2$ son moment d'inertie; son moment cinétique (tome I, par. 12-1) a pour valeur :

$$\overset{\curvearrowright}{K\omega} = m_0 r^2 \frac{u}{r} = m_0 [\vec{r} \wedge \vec{u}].$$

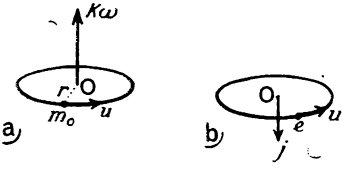


FIG. 14-17. — Moment cinétique et moment coulombien d'une orbite électronique.

C'est un vecteur normal au plan de la trajectoire et orienté comme le montre la *figure 14-17-a*). Son moment coulombien j vaut :

$$[14,48] \qquad \overset{\curvearrowright}{j} = \mu_0 IS = \mu_0 \frac{e u}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{\mu_0}{2} e[\vec{u} \wedge \vec{r}] = \frac{\mu_0}{2} e r^2 \overset{\curvearrowright}{\omega}.$$

C'est un vecteur dirigé en sens inverse de $\overset{\curvearrowright}{K\omega}$ *(figure 14-17-b)*

Plaçons l'électron dans un champ magnétique $\vec{H}$ uniforme et constant et supposons d'abord que ce champ soit parallèle au plan de l'orbite, comme sur la *figure 14-18-b*, analogue à la figure 14-4-a.

Ce plan exécute alors un mouvement de précession autour de la direction de H, comme on l'a expliqué au par. 14-3-b. On appelle ce mouvement *précession de* LARMOR dans ce cas particulier. Sous l'influence du couple exercé par le champ sur le moment magnétique :

$$[14,49] \qquad \vec{\Gamma} = [\vec{j} \wedge \vec{H}] = jH,$$

l'électron tournant acquiert un moment cinétique donné par la loi fondamentale de la dynamique des rotations (tome I, par. 11-6) :

$$\Gamma = \frac{\mathrm{d}(K\omega)}{\mathrm{d}t}.$$

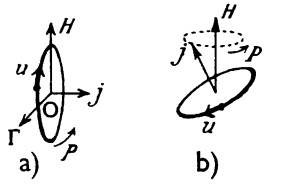


FIG. 14-18. — Théorie du diamagnétisme. Le champ agissant est : *a*) normal au plan de la trajectoire électronique; *b*) d'orientation quelconque.

Mais on a (*figure 14-19*) :

$$\mathrm{d}(K\omega) = K\omega.\mathrm{d}\alpha,$$

d'où $$\Gamma = K\omega \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = K\omega.\omega_p$$

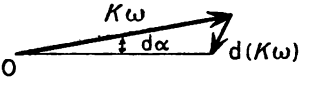


FIG. 14-19. — Variation du moment cinétique.

ω_p est la vitesse angulaire de la précession; d'après [14,49], elle vaut

$$[14,50] \qquad \omega_p = \frac{jH}{K\omega} = \frac{\mu_0}{2}\frac{e}{m_0 r^2 \omega} = \frac{eB}{2m_0}.$$

Ce résultat demeure valable pour une orientation relative quelconque θ du plan de l'orbite par rapport au champ (*figure 14-4-b*). On a en effet (*figure 14-20*) :

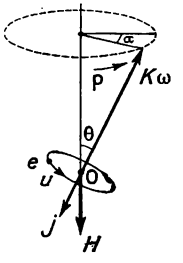


FIG. 14-20. — Théorie du diamagnétisme : cas où H est oblique par rapport au plan de la trajectoire électronique.

$$\Gamma = \frac{\mathrm{d}(K\omega)}{dt} = jH\sin\theta$$

et $$\mathrm{d}(K\omega) = K\omega\sin\theta\,\mathrm{d}\alpha,$$

d'où : $$\omega_p = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{jH\sin\theta}{K\omega\sin\theta} = \frac{jH}{K\omega} = \frac{eB}{2m_0}.$$

La précession se produit en sens inverse de la rotation de l'électron sur son orbite, de sorte qu'elle entraîne une variation $\omega_p = -\Delta\omega$ de la vitesse angulaire. Il lui correspond, d'après [14,48], une variation Δj du moment magnétique égale à :

$$[14,51] \qquad \Delta j = \frac{\mu_0}{2} e r^2 \Delta\omega = -\frac{\mu_0 e^2 r^2}{4 m_0} B = -\mu_0 \left(\frac{e}{2m_0}\right)^2 KB.$$

Ce moment est dirigé en sens inverse du champ H. Il représente la contribution de l'électron au diamagnétisme de la substance.

c) D'après ce qui précède, tous les électrons d'un atome contribuent au diamagnétisme. Si les orbites ne sont pas circulaires, on doit remplacer K par sa valeur moyenne.

Le calcul montre que, si l'*unité de volume* contient n atomes, son moment magnétique est :

$$J = n\Delta j = -\frac{\mu_0 n e^2 B}{6m_0} \sum_i r_i^2,$$

d'où la valeur de la susceptibilité :

$$[14,52] \qquad \chi_m = -\frac{\mu_0 n e^2}{6m_0} \sum_i r_i^2.$$

A partir des valeurs de n mesurées, on calcule bien par cette formule des rayons r de l'ordre des dimensions atomiques (10^{-10}m). De plus, le diamagnétisme, comme toutes les propriétés dont le mécanisme est intérieur à l'atome, n'est pas influencé par l'agitation thermique : il ne dépend pas de la température.

14-12. — Théorie du paramagnétisme.

a) S'il n'y a pas compensation entre les moments magnétiques des orbites électroniques ou des spins, les atomes possèdent un moment coulombien permanent, soit η. En raison du désordre moléculaire, le moment magnétique moyen de la substance, dans une particule non très petite, est nul en l'absence de champ agissant; l'action de ce dernier se traduit par une orientation des atomes, d'autant plus marquée qu'il est plus intense.

Elle s'interprète donc comme l'action d'un champ électrique sur une molécule polaire (par. 4-12). On est conduit (LANGEVIN, 1905) dans les cas les plus simples, comme celui de O_2 gazeux, à une formule rappelant [4,39 *bis*]:

$$[14,53] \qquad \chi_m = \frac{1}{\mu_0} \frac{n\eta^2}{3kT},$$

n étant le nombre d'atomes par unité de volume.

Comme n varie proportionnellement à la masse volumique ρ, on retrouve la loi de CURIE : la susceptibilité massique $\varkappa_m$ varie en raison inverse de T (par. 14-10 d).

Un calcul plus poussé montre que l'aimantation doit cesser d'être proportionnelle au champ quand celui-ci est très élevé et la température très basse : on a effectivement constaté, pour $H \simeq 2.10^6$ A/m, une tendance vers une saturation (cf. fig. 4-22) pour les sulfates de gadolinium et de dysprosium, solides paramagnétiques dont la susceptibilité obéit dans les conditions habituelles à la loi de CURIE.

b) La formule [14,53] permet de calculer les valeurs des moments magnétiques permanents η. On trouve les valeurs suivantes à 20°C :

Molécule ou ion	O_2	NO	Fe^{+++}	Ni^{++}
η en Wb × m × 10^{29}	3,2	2,1	6,2	3,7

On voit que l'énergie magnétique ηH devient de l'ordre de l'énergie thermique au voisinage de 1 °K ($kT = 1{,}38.10^{-23}$ joules) pour H de l'ordre de 10^5 à 10^6 A/m.

Les moments permanents sont généralement très supérieurs aux moments induits qui correspondent au diamagnétisme; ces derniers introduiraient dans l'expression de χ_m un terme négatif, indépendant de T, qui n'a pu être mis en évidence que dans quelques cas (platine, palladium).

c) Pour expliquer la variation thermique, plus compliquée que la loi de CURIE, exprimée par la formule [14,47], WEISS suppose que dans ces corps les molécules paramagnétiques n'exercent plus des actions mutuelles négligeables, comme dans le gaz parfait auquel s'applique la théorie de LANGEVIN, mais que l'action des molécules sur l'une d'elles est équivalente à celle d'un champ magnétique parallèle et proportionnel à la polarisation magnétique $\overset{\smile}{J}$. Ce champ :

$$\overset{\smile}{H}_m = \lambda \overset{\smile}{J},$$

où λ est une constante pour une substance donnée, est appelé *champ moléculaire*. Le champ agissant est donc :

$$\overset{\smile}{H}_i = \overset{\smile}{H} + \overset{\smile}{H}_m = \overset{\smile}{H} + \lambda \overset{\smile}{J}.$$

Cette valeur doit être substituée à H dans le calcul précédent. Tant que l'énergie ηH du moment dans le champ demeure petite devant l'énergie thermique moyenne kT, la polarisation est, d'après [14,50], proportionnelle au champ H_i, soit :

$$J = C' \frac{H_i}{T} = C' \frac{H + \lambda J}{T}$$

(C étant une constante), ce qui peut s'écrire :

$$J = \frac{C'H}{T - \Theta},$$

en posant $\Theta = C'\lambda$. La susceptibilité massique est par suite :

$$\chi_m = \frac{J}{\mu_0 H \varrho} = \frac{C}{T - \Theta},$$

C étant une constante : on retrouve la loi de WEISS [14,47].

d) L'étude approfondie de la mécanique atomique exige que l'on apporte aux idées précédentes certaines modifications, que nous indiquerons au tome VIII. Bornons-nous ici à décrire l'*expérience* de STERN et GERLACH (1922), montrant que le moment magnétique η d'un atome ne peut prendre indifféremment toutes les orientations dans un champ magnétique, ainsi qu'on le suppose dans le raisonnement qui aboutit à la formule [14,53].

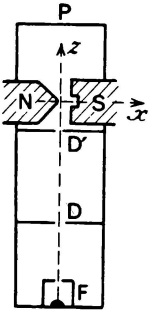


FIG. 14-21. — Expérience de STERN et GERLACH : schéma du montage.

—o— En chauffant de l'argent dans un four F (*fig. 14-21*), on produit des jets atomiques dans le vide (tome II, par. 9-7). Les trajectoires, limitées par les diaphragmes D et D', passent entre les pièces polaires d'un électro-aimant NS qui peut donner un champ très inhomogène, possédant un gradient élevé $\frac{\partial H}{\partial x}$ dans la direction du champ lui-même; elles atteignent ensuite une plaque P, sur laquelle les atomes impriment leur trace. En l'absence de champ, on obtient une trace allongée suivant une direction normale au plan de figure. Le champ exerce sur chaque atome une force :

$$\vec{F}_x = \eta_x \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial x},$$

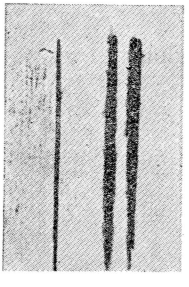


FIG. 14-22. — Expérience de STERN et GERLACH : résultats.

et les atomes sont déviés dans la direction x. Si le moment atomique η pouvait prendre une orientation quelconque θ par rapport à H, la force, proportionnelle à $\eta_x = \eta \cos\theta$, varierait continuement et on devrait observer une tache élargie dans la direction x. Or on observe (*fig. 14-22*) deux taches, déplacées symétriquement par rapport à la trace initiale. Tous les atomes sont déviés. Il faut en conclure que le moment η ne peut prendre que deux orientations déterminées, celles qui sont parallèles au champ.

14-10. — Production de très basses températures par désaimantation adiabatique.

Nous avons indiqué le principe de la méthode au par. 23-10 du tome II, nous pouvons maintenant préciser. Considérons l'unité de masse d'une substance paramagnétique, de masse volumique ρ et de susceptibilité $\chi_m = \rho\varkappa_m$. Sa polarisation magnétique est $J = \mu_0 \chi_m H$ et son moment magnétique coulombien $j = \frac{J}{\rho}$. Admettons que son état dépende, de façon réversible, de deux variables indépendantes seulement, soient T et H (la pression étant supposée constante). Soient dU l'accroissement d'énergie interne et $d\mathcal{Q}$ la quantité de chaleur absorbée par la substance, lorsque T et H varient réversiblement de dT et dH. Nous pouvons poser :

[14,54] $$d\mathcal{Q} = c\,dT + h\,dH,$$

c désignant ici une chaleur spécifique à pression et champ magnétique constants et h une chaleur latente d'augmentation de champ isotherme et isobare.

D'autre part, d'après [14,41], on a :

[14,55] $$dU = d\mathcal{Q} + H\,dj.$$

On peut comparer ces relations à celles qui s'appliquent à un fluide homogène, en fonction des variables indépendantes T et p, soient :

$$d\mathcal{Q} = c\,dT + h\,dp$$
$$dU = d\mathcal{Q} - p\,dv,$$

H jouant le rôle de p et $-j$ celui de v.

L'application des deux principes de la Thermodynamique, qui conduit pour le fluide homogène, à $h = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ (formule [8,26] du tome II), donne, par le même raisonnement, dans le cas actuel :

$$h = T\left(\frac{\partial j}{\partial T}\right)_H.$$

Pour une transformation adiabatique ($d\mathcal{Q} = 0$), on aura donc :

[14,56] $$dT = -\frac{h}{c}dH = -\frac{T}{c}\left(\frac{\partial j}{\partial T}\right)_B dH.$$

Dans les cas les plus simples, où la loi de Curie est applicable, la polarisation massique $\frac{J}{\rho}$ est proportionnelle à $\frac{H}{T}$, c'est-à-dire que :

$$j = A\frac{H}{T},$$

A étant une constante; d'où :

$$\left(\frac{\partial j}{\partial T}\right)_H = -\frac{AH}{T^2}.$$

[14,56] devient alors :

[14,57] $$dT = \frac{AH}{cT}dH.$$

A et c étant positifs, T décroît bien en même temps que H.

CHAPITRE 15

FERROMAGNÉTISME[1]

15-1. — Généralités.

Nous avons dit (par. 14-8) que les substances ferromagnétiques sont caractérisées par les valeurs considérables que peut prendre leur polarisation magnétique, qui, en outre, ne varie pas proportionnellement au champ et persiste plus ou moins après la suppression de celui-ci. Il en résulte que les phénomènes d'aimantation induite se présentent dans ces corps d'une façon plus complexe que dans les dia- et paramagnétiques et que l'on peut obtenir, à l'aide des ferromagnétiques, de fortes inductions et de fortes aimantations permanentes, qui ont d'importantes applications.

Sont ferromagnétiques (sauf à très haute température) : le fer, le nickel, le cobalt, d'autres éléments (gadolinium, dysprosium), un grand nombre de leurs alliages (et notamment les aciers), et certains de leurs composés, comme la magnétite[2] Fe_3O_4 (pierre d'aimant, par. 8-1) et la pyrrhotine Fe_7S_8. Mais il existe aussi des combinaisons ferromagnétiques d'éléments non ferromagnétiques, telles que certains composés du manganèse et du chrome et les alliages dits *heuslériens* (contenant, par exemple, 75 % de Cu, 14 % de Mn, 10 % de Al).

Inversement, certains composés d'éléments ferromagnétiques, par exemple l'alliage Fe (68 %), Ni (32 %), sont paramagnétiques.

Les tableaux 15-1 et 15-2 donnent des exemples de « caractéristiques » (dont le sens sera précisé ci-après) relatives à divers corps ferromagnétiques. Mais on ne doit pas oublier que certaines de ces grandeurs peuvent être modifiées (parfois du simple au double ou beaucoup plus encore) par de minimes variations de composition chimique (impuretés ou additions systématiques), ainsi que par des traitements thermiques, tels que la trempe ou le recuit.

15-2. — Champ démagnétisant.

a) Ce champ $\overset{\smile}{H'}$, que nous avons pu négliger dans le cas des substances dia- et paramagnétiques, est généralement très important pour les ferromagnétiques. A l'intérieur d'un corps aimanté, il est (sauf dans certains cas

1. Le professeur L. NÉEL, Directeur du Laboratoire du magnétisme à Grenoble, a bien voulu examiner ce chapitre, ainsi que le précédent, et nous communiquer d'utiles indications. Nous lui en exprimons toute notre gratitude.

2. Voir par. 15-12.

TABLEAU 15-1.

Caractéristiques de quelques corps ferromagnétiques. (ordres de grandeur).

	Fer très doux	Acier trempé (exemple)	Ni	Co	Fe_3O_4
Point de CURIE (°C)	775		350	1 100	
Aimantation à saturation M_s(A/m)	$1{,}7\ 10^6$	$1{,}4\ 10^6$	$0{,}5\ 10^6$	$1{,}3\ 10^6$	$0{,}5\ 10^6$
Perméabilité relative maximum $(\mu_r)_M$	$15\ 10^3$	$4\ 10^3$			
Champ pour lequel μ_r est maximum $(H)_M$ (A/m)	30	150			
Aimantation rémanente, après saturation M_r(A/m)	$1{,}2\ 10^6$	$0{,}7\ 10^6$			
Champ coercitif, après saturation H_c (A/m)	$0{,}1\ 10^3$	$4\ 10^3$			
Coefficient η de la formule de STEINMETZ (Unités pratiques)	200	3 000			
Coefficient α de la formule de STEINMETZ (Unités pratiques)	1,6	1,6			

TABLEAU 15-2.

Exemples de caractéristiques magnétiques de certains aciers et alliages.

Désignation	Fe électrolytique	Permalloy	μ métal au Mo	Supermalloy	Tôles au silicium	Sendust	Vicalloy II	Alnico V	Alcomax
Composition % Fe	100	21,5	15	15	96	85	35	51	50
Si					4	9			
Ni		78,5	77	79				14	13,5
Co							52	24	24,5
Al						9		8	8
Divers			Cu 4 Mo 4	Mo 5			Va 13	Cu 3	Cu 3 Ti 1
M_s(A/m)									
$(\mu_r)_M$	15 à 10010³	90 10^3	130 10^3	800 10^3	40 10^3	120 10^3			
H_M(A/m)		5							
M_r(A/m)	$1{,}2\ 10^6$	$0{,}9\ 10^6$	$0{,}7\ 10^6$	$0{,}65\ 10^6$	$1{,}4\ 10^6$	10^6	$0{,}8\ 10^6$	10^6	10^6
H_c(A/m)	100	4	2,5	3,5	30		$30\ 10^3$	$45\ 10^3$	$50\ 10^3$
η(MKSA)	80				30 à 100				
α	1,6				1,6	1			

d'aimantation permanente) opposé au champ $\overset{\curvearrowright}{H_0}$ dans lequel on place le corps. $\overset{\curvearrowright}{H'}$ est l'analogue du champ dépolarisant $\vec{E'}$ des diélectriques (par. 4-7) et il est dû à la polarisation magnétique $\overset{\curvearrowright}{J}$, comme $\vec{E'}$ à la polarisation électrique $\vec{P}$. Le champ agissant $\overset{\curvearrowright}{H}$ dans la substance est la résultante du champ $\overset{\curvearrowright}{H_0}$ qui existerait dans le vide et du champ démagnétisant :

$$\overset{\curvearrowright}{H} = \overset{\curvearrowright}{H_0} + \overset{\curvearrowright}{H'}. \qquad [15,1]$$

Les résultats obtenus en électrostatique se transposent ici. Lorsque H_0 est uniforme, H' l'est aussi, si l'échantillon est limité par une surface du second degré (et s'il n'était pas déjà aimanté avant de subir l'action de H_0). Il en est par suite de même de H et de B.

b) Dans un barreau cylindrique uniformément aimanté parallèlement à son axe (*figure 15-1*), le champ démagnétisant au centre peut se calculer à partir de la densité fictive de masse magnétique :

$$\sigma_m = J$$

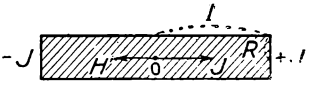


FIG. 15-1. — Champ démagnétisant H' dans un barreau régulièrement aimanté.

(par. 14-6). Soit $2l$ la longueur du cylindre, R le rayon de la circonférence de base. La formule [14,34] est applicable et donne, pour les deux bases :

$$H' = \frac{J}{\mu_0}\left(1 - \frac{l}{\sqrt{R^2 + l^2}}\right). \qquad [15,2]$$

Le champ démagnétisant tend vers zéro lorsque R est négligeable devant l ($l > 100\ R$, par exemple), donc si le barreau est long et mince. Il tend vers $\frac{J}{\mu_0}$ dans un disque d'axe parallèle à $\overset{\curvearrowright}{H_0}$.

Si l'on place un barreau long et mince dans un champ $\overset{\curvearrowright}{H_0}$ orienté de façon quelconque, un champ $\overset{\curvearrowright}{H'}$ très intense dans le sens de la largeur résulterait de toute aimantation transversale appréciable; cette dernière ne peut donc être que très faible, et le barreau s'aimante longitudinalement. Aussi les grains de limaille placés dans un champ magnétique (par. 8-4) prennent-ils une aimantation dans le sens de leur plus grande dimension.

c) Pour une sphère dans un champ uniforme, on trouve :

$$H' = -\frac{J}{3\mu_0}$$

(formule analogue à [4,29]), et

$$H = \frac{3\mu_0}{\mu + 2\mu_0} H_0 \qquad [15,3]$$

(formule analogue à [4,30]).

Dans le cas du fer, μ peut atteindre des valeurs plusieurs centaines ou milliers de fois plus grandes que μ_0 : le champ H devient très faible.

d) Reprenons le cas d'un anneau ferromagnétique en forme de tore (par. 14-2), aimanté par le champ H_0 d'un courant qui traverse un fil enroulé régulièrement sur l'anneau. Les lignes du champ sont des circonférences parallèles à la circonférence génératrice. Le vecteur $\overset{\curvearrowright}{J}$ leur est en chaque point tangent et le champ $\overset{\curvearrowright}{H_0}$ étant uniforme (si le rayon du cercle générateur du tore est assez petit par rapport à la distance à l'axe), $\overset{\curvearrowright}{J}$ l'est aussi; par suite :

$$\rho_m = \operatorname{div} \overset{\curvearrowright}{J} = 0.$$

En tous points de la surface du tore, il lui est tangent, d'où :

$$\sigma_m = \overset{\curvearrowright}{J}.\overrightarrow{n^0} = 0.$$

Dans ce cas, le champ démagnétisant est donc nul et, d'après [14-7] :

$$J = \chi_m \mu_0 H_0.$$

—o— Il est intéressant d'aimanter comme on vient de le dire un tore préalablement scié suivant un plan passant par l'axe, les deux demi-anneaux ainsi obtenus ayant été remis en place après polissage des faces en contact. L'aimantation due au courant ne se manifeste pas par une action extérieure (sur une aiguille de boussole ou sur de la limaille de fer, par exemple), mais seulement par une attraction mutuelle des deux demi-tores (voir par. 15-15). Mais si l'on sépare ceux-ci, on obtient deux aimants.

15-3. — Déformation des lignes d'induction dans un corps ferromagnétique. Écrans magnétiques.

a) Reprenons l'exemple de la sphère située dans un champ magnétique uniforme. L'induction est uniforme, comme le champ, et a pour valeur d'après [15,3] :

$$\overset{\curvearrowright}{B} = \mu \overset{\curvearrowright}{H} = \frac{3\mu}{\mu + 2\mu_0} \mu_0 \overset{\curvearrowright}{H_0} = \frac{3\mu_r}{\mu_r + 2} \overset{\curvearrowright}{B_0}.$$

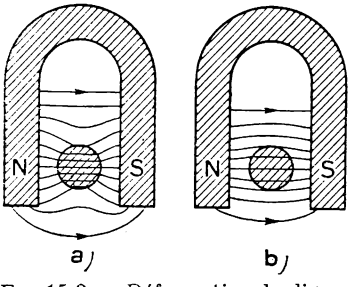


FIG. 15-2. — Déformation des lignes d'induction au voisinage d'un corps : *a*) ferromagnétique; *b*) diamagnétique (pour ce dernier, la déformation est en réalité beaucoup moindre).

Pour un ferromagnétique, $\mu_r \gg 1$, d'où $B \gg B_0$. Cela posé, suivons un tube d'induction tel que dans sa partie la plus éloignée, l'induction ait gardé sa valeur primitive B_0; il faut que, lorsque ce tube pénètre dans la sphère, sa section diminue : en effet, l'induction augmente et le flux d'induction ne varie pas. Par suite, les lignes d'induction s'infléchissent au voisinage de la sphère, de façon à y pénétrer plus nombreuses (*figure 15-2-a*). Le corps se comporte comme s'il était plus perméable que l'air pour le flux d'induction, et c'est ce qui a fait donner le nom de perméabilité au coefficient μ.

L'effet serait analogue, mais beaucoup moins marqué, dans une sphère paramagnétique. Dans une sphère diamagnétique ($\mu < \mu_0$), les lignes d'induction seraient au contraire moins nombreuses que dans le vide (*figure 15-2-b*), mais le phénomène n'est, dans ce cas encore, jamais très important.

b) Quand le corps a une forme quelconque, il n'est plus possible de calculer le champ démagnétisant et la valeur de B; mais les résultats précédents subsistent qualitativement : *les lignes d'induction s'accumulent dans un corps ferromagnétique, d'autant plus que sa perméabilité est plus grande.*

—o— Plaçons entre les branches parallèles d'un aimant en U, où le champ est sensiblement uniforme, une plaquette de fer doux, et formons le spectre magnétique. Les lignes de champ (*figure 15-3, planche* III), dessinées par la limaille, se resserrent au voisinage de la plaquette.

c) De ce qui précède résulte que si l'on place dans un champ magnétique une sphère *creuse* en fer, dont la perméabilité μ est très grande (tant que le champ n'est pas très intense), presque toutes les lignes d'induction passent dans son épaisseur et il y en a très peu à l'intérieur : donc, à l'intérieur, le champ est sensiblement nul. La sphère de fer forme un *écran magnétique.*

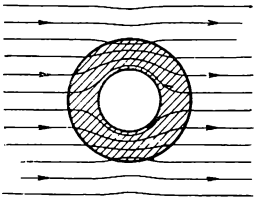


FIG. 15-4. — Coupe d'un cylindre de fer creux constituant un écran magnétique.

On peut remplacer la sphère creuse par un cylindre creux ayant ses génératrices perpendiculaires au champ primitif (*figure 15-4*). Les écrans magnétiques sont faits le plus souvent avec des cylindres creux en fer. On superpose parfois deux cylindres ayant le même axe, ce qui rend la protection presque absolue. C'est ainsi qu'on protège contre les actions extérieures les galvanomètres à aimant mobile très sensibles (galvanomètres *cuirassés*).

—o— On peut faire agir un aimant sur des clous ou de la limaille, à travers une feuille de carton, une lame de verre, une plaque de cuivre[1], que l'on applique contre les pôles : l'attraction se produit comme à travers l'air. Mais avec une plaque de fer un peu épaisse, l'attraction est négligeable.

Les écrans magnétiques jouent un rôle dans les moteurs électriques et les dynamos (par. 22-13).

Le fer se comporte donc, en ce qui concerne les effets d'induction magnétique, presque comme le fait un conducteur à l'égard des effets d'influence électrostatique. On a vu au par. 4-2-a que l'on peut, à cet égard, considérer un conducteur comme doué d'une permittivité ε_r infinie; c'est la très grande valeur de la perméabilité μ_r du fer qui peut le faire comparer ici à un conducteur. De même, l'équation [14,32] montre que les lignes d'induction sont à peu près normales à la surface du fer, comme les lignes de champ électrique à la surface d'un conducteur (par. 3-7). Mais il est bien entendu que l'absence de masses magnétiques libres ne laisse pas place à une « conduction magnétique ».

15-4. — Étude de l'aimantation des ferromagnétiques.

Pour mesurer la polarisation magnétique $\overset{\curvearrowright}{J}$ prise par un échantillon en fonction du champ agissant $\overset{\curvearrowright}{H}$, il est commode de s'affranchir du champ démagnétisant.

1. Comparer avec le cas des écrans électromagnétiques (par. 13-2).

1° *Méthode dite unipolaire.* — Le fer est pris sous forme d'un barreau très long PQ, qu'on place dans le champ H_0 d'un solénoïde S (*fig. 15-5*); le champ démagnétisant est, comme on l'a vu, négligeable et l'aimantation est presque uniforme, comme le champ agissant.

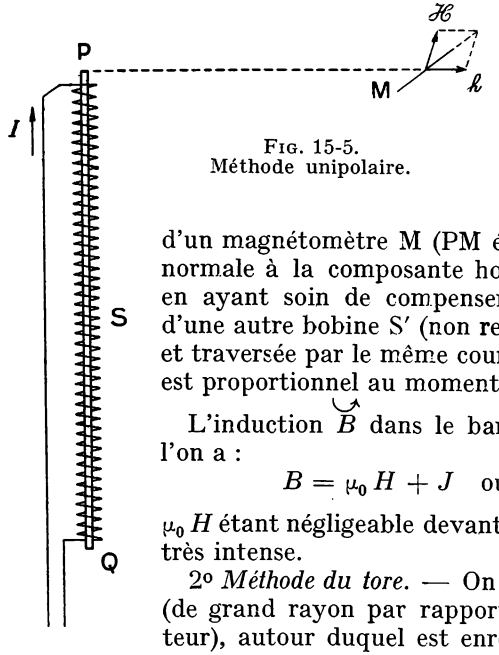


FIG. 15-5.
Méthode unipolaire.

On fait agir l'un des pôles du barreau, soit P, sur l'aiguille d'un magnétomètre M (PM étant horizontale, par exemple, et normale à la composante horizontale $\mathcal{H}$ du champ terrestre), en ayant soin de compenser l'action du solénoïde par celle d'une autre bobine S' (non représentée) convenablement choisie et traversée par le même courant. Le champ h créé par P en M est proportionnel au moment de PQ, donc à sa polarisation J.

L'induction $\overset{\curvearrowright}{B}$ dans le barreau est parallèle à $\overset{\curvearrowright}{H}$ et à $\overset{\curvearrowright}{J}$, et l'on a :

$$B = \mu_0 H + J \quad \text{ou sensiblement} \quad B \simeq J,$$

$\mu_0 H$ étant négligeable devant J tant que le champ H n'est pas très intense.

2° *Méthode du tore.* — On donne au fer la forme d'un tore (de grand rayon par rapport au rayon de son cercle générateur), autour duquel est enroulé régulièrement un fil traversé par le courant. Le champ est sensiblement uniforme dans la section du tore et il a pour valeur nI, n étant le nombre de spires par unité de longueur et I l'intensité du courant (*fig. 13-8*).

On fait subir à ce champ des variations successives brusques et on mesure chaque fois, comme au par. 13-7, à l'aide d'un galvanomètre balistique (par. 12-6) ou d'un fluxmètre (voir tome VII), la variation du flux d'induction dans quelques spires de fil qui entourent le tore; on en déduit les variations successives de l'induction B. Un inconvénient de la méthode est que les erreurs faites sur les variations successives de B s'ajoutent.

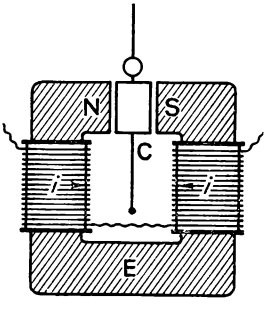


FIG. 15-6. — Dispositif d'étude des variations de l'induction en fonction du champ.

3° —o— Pour étudier les variations relatives de B, on peut encore placer (*fig. 15-6*) dans une région où le champ est uniforme, par exemple entre les pôles d'un électro-aimant E, un cadre C analogue à celui d'un galvanomètre à cadre mobile (par. 9-8), porté par un fil de torsion, et dans lequel on fait passer un courant constant. On mesure la déviation du cadre et on en déduit la valeur de l'induction B entre les pôles de E.

Si les tubes d'induction qui vont, dans l'air, d'un pôle à l'autre, ont dans la région qui nous intéresse la même section que dans le fer, l'induction dans

l'air est égale à l'induction B dans le fer, puisque le flux d'induction se conserve. Si l'on peut négliger le champ démagnétisant, le champ agissant H est proportionnel à l'intensité du courant qui passe dans les bobines de l'électro-aimant; on peut ainsi voir comment B varie en fonction de H.

15-5. — Courbes de première aimantation.

La relation entre B et H ne peut s'exprimer sous la forme d'une fonction analytique résultant de considérations théoriques. On appelle courbe d'aimantation l'une des courbes $B = f(H)$, ou $J = f(H)$, ou $M = f(H)$, relatives à un échantillon donné. Nous étudierons surtout les courbes $M = f(H)$, dont les autres se déduisent aisément, lorsque B et H ont même direction.

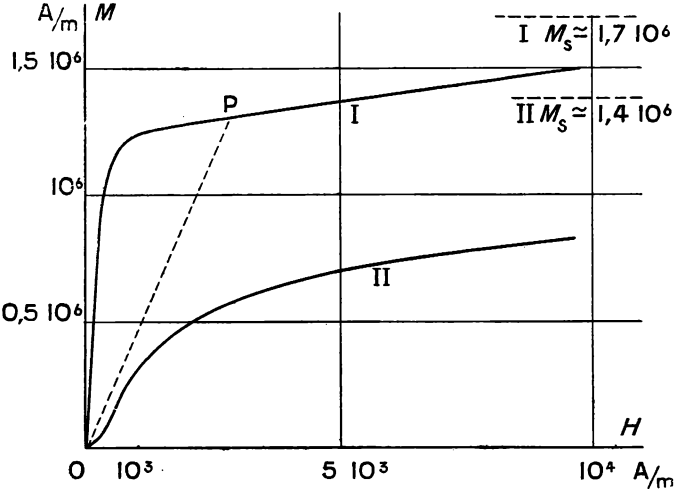


FIG. 15-7. — Courbes de première aimantation : I) fer très doux; II) acier trempé (exemples).

Partons d'un échantillon non aimanté (ou désaimanté, ce qu'on peut obtenir comme on le verra au par. 15-9). La courbe $M = f(H)$ est dite alors *courbe de première aimantation*. Elle a l'allure qu'indique la *figure 15-7*. Dans la région des champs très faibles[1] (quelques dizaines d'A/m) M croît lentement avec H; dans celle des champs moyens (jusqu'à quelques centaines ou quelques milliers d'A/m), la croissance est rapide; et dans celle des champs très intenses, la polarisation tend vers une valeur limite M_s, caractéristique de la substance, appelée *aimantation à saturation*. Le *tableau 15-1* indique quelques valeurs de M_s; elles sont de l'ordre de 10^6 A/m, et particulièrement élevées pour le fer pur.

1. Dans le domaine des champs très faibles, l'induction de première aimantation varie suivant une loi de la forme $B = AH + CH^2$, indiquée par RAYLEIGH. La caractéristique A, qui correspond à une perméabilité relative initiale de l'ordre des centaines, joue un rôle important dans l'électrotechnique des faibles courants.

La susceptibilité magnétique [14,12] $\chi_m = \frac{M}{H}$ est proportionnelle au coefficient angulaire de la droite OP joignant l'origine au point P que l'on considère sur la courbe $M = f(H)$, compte tenu des différences d'échelle des abscisses et des ordonnées. La perméabilité relative $\mu_r = 1 + \chi_m$ est en général de quelques centaines pour $H = 0$; elle augmente d'abord rapidement, puis, après avoir atteint un maximun $(\mu_r)_M$, décroît en tendant vers 0 (*fig. 15-8*). $(\mu_r)_M$ atteint près de 15 000 pour le fer très doux, plus encore pour certains alliages spéciaux (voir *tableau 15-2*), mais notablement moins pour les aciers habituels.

Sauf pour des matérieux exceptionnels, μ_r ne tombe au-dessous de 100 que lorsque H dépasse 20 000 A/m. La courbe représentant les variations de μ_r en fonction de H est donc (sauf au voisinage de la saturation) confondue

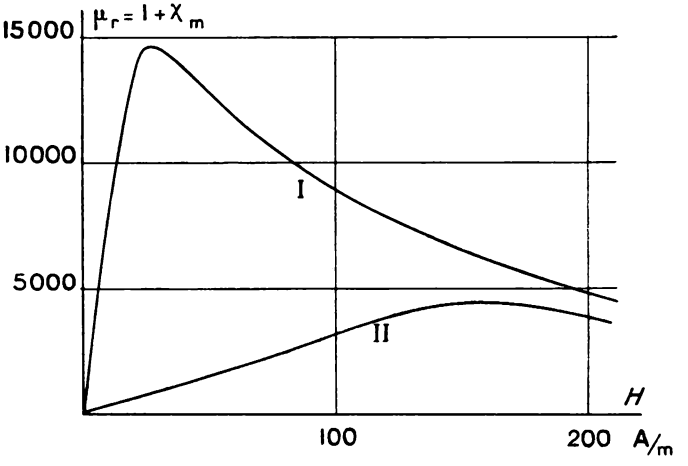


FIG. 15-8. — Variations de la perméabilité relative μ_r en fonction du champ : I) fer très doux; II) acier trempé (exemples). Noter l'échelle des abscisses très différente de celle de la figure 15-7.

avec la courbe $\chi_m = f(H)$. Les courbes représentant les variations de $\frac{B}{\mu_0} = M + H$ et celles de M en fonction de H sont de même pratiquement confondues (bien que la première ait pour asymptote la droite $\frac{B}{\mu_0} = M_s + H$, la seconde la droite $M = M_s$).

N. B. — Comme nous l'avons signalé à diverses reprises, les variations de la perméabilité du fer entraînent, pour les bobines à noyau de fer, des variations proportionnelles des selfs inductances et des inductions mutuelles (si le fer occupe tout l'espace libre). Ces coefficients ne peuvent être considérés comme constants que dans la mesure, généralement très grossière, où il en est de même de μ_r.

15-6. — Hystérésis.

a) Si, après avoir parcouru une courbe de première aimantation OP jusqu'à un certain point P (*fig. 15-9*), on fait décroître progressivement le champ H, l'aimantation diminue, mais la courbe $M = f(H)$ se situe en PP′ au-dessus de OP. On observe donc un phénomène d'*hystérésis*, analogue à ceux rencontrés dans l'étude des déformations mécaniques (tome I, par. 7-8).

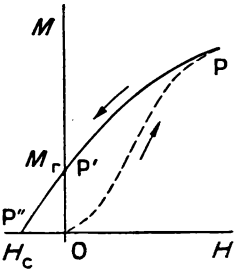


FIG. 15-9. — Aimantation rémanente M_r et champ coercitif H_c.

En particulier, quand le champ H redevient nul, il reste une *aimantation rémanente* (ou *résiduelle*) M_r, qu'on ne peut faire disparaître qu'en plaçant le fer dans un champ négatif, c'est-à-dire de sens contraire à ceux qui ont produit l'aimantation (point P″ de la courbe). La valeur absolue H_c du champ qui produit la désaimantation représente ce qu'on appelle le *champ coercitif*.

—o— Deux aimants en U sensiblement identiques A et A′ sont placés en regard l'un de l'autre (*fig. 15-10*) à une certaine distance, de façon à produire entre leurs branches deux champs verticaux de sens contraires. Un barreau d'acier dur est placé d'abord en B_1, près du premier aimant; il s'aimante par influence et attire un clou. On éloigne le barreau de A et on le rapproche de A′, de façon que le champ dans lequel il se trouve diminue, s'annule en B_2 à égale distance des deux aimants, puis change de signe. On constate qu'il faut aller jusqu'à la position B_3, beaucoup plus rapprochée du second aimant que du premier, pour que le clou tombe, c'est-à-dire pour que le barreau soit désaimanté : il se trouve alors dans un champ négatif, qui est le champ

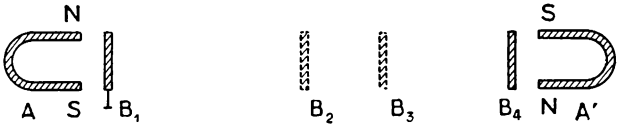


FIG. 15-10. — Expérience montrant l'hystérésis de l'acier.

coercitif. En le ramenant à son point de départ, après l'avoir porté en B_4, on observe le même phénomène d'hystérésis.

—o— Un électro-aimant étant excité, on applique son armature bien exactement sur ses pôles, de sorte que les pôles qui apparaissent sur l'armature compensent sensiblement ceux de l'électro-aimant; le champ démagnétisant est négligeable. Quand on coupe le courant, l'armature reste collée à l'électro, ce qui est dû à l'aimantation rémanente.

—o— On recommence l'expérience en interposant entre l'électro et son armature une feuille mince de carton. Cette fois l'armature tombe : l'existence d'un entrefer dû à la feuille de carton entraîne celle d'un champ démagnétisant, qui est supérieur au champ coercitif très faible du fer et le désaimante.

Les phénomènes d'hystérésis ont une très grande importance, en raison de leurs applications (aimants permanents; enregistrement magnétique des sons : tome III, par. 10-10; etc...) et aussi des complications qu'ils introduisent dans le fonctionnement des machines électriques.

b) Quand le fer est soumis à un champ qui varie successivement entre deux valeurs constantes H_1 et H_2, le point représentatif de coordonnées M et H ne par-

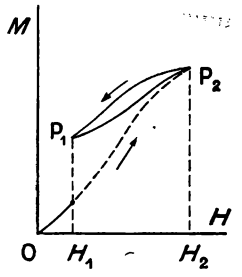


FIG. 15-11. — Cycle d'hystérésis entre les champs H_1 et H_2.

court plus la courbe de première aimantation, mais une courbe à deux branches, qui, après quelques « allées et venues » de H se fixe définitivement (cf. *fig. 15-11*); c'est un *cycle d'hystérésis.*

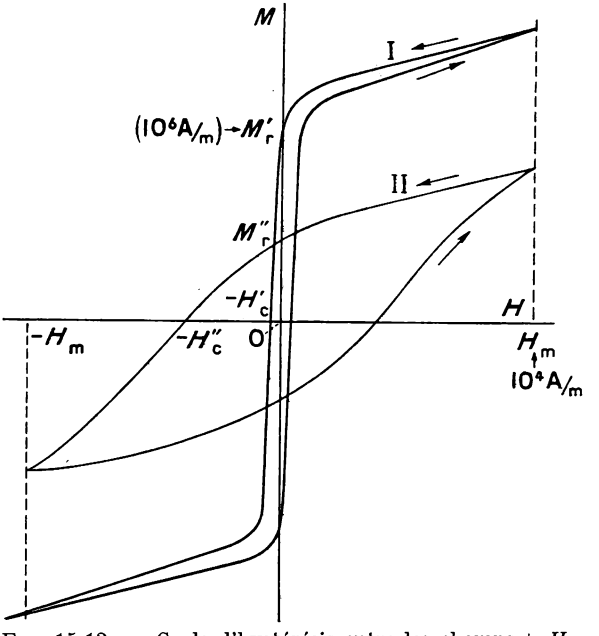


FIG. 15-12. — Cycle d'hystérésis entre les champs $\pm H_m$ I) fer très doux; II) acier trempé (exemples).

On considère le plus souvent, à cause de son importance pratique, le cycle d'hystérésis décrit entre deux valeurs égales et opposées du champ — H et + H : ce cycle a une forme symétrique par rapport à l'origine O (*fig. 15-12*).

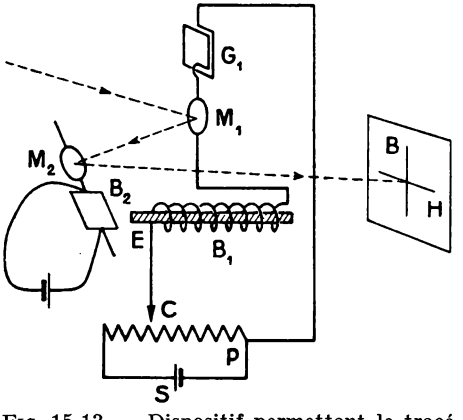


FIG. 15-13. — Dispositif permettant le tracé direct d'une courbe d'aimantation.

—o— On peut montrer la courbe de première aimantation et les cycles d'hystérésis d'une substance, au moyen du montage de la *figure 15-13*. Le champ H produit par le solénoïde B_1 est proportionnel au courant I qui le traverse. Ce courant est fourni par le montage à différence de potentiel variable constitué par la source S et le potentiomètre P; il est mesuré par l'ampèremètre G_1, dont le miroir M_1 tourne, autour d'un axe vertical, d'un angle α_1 proportionnel à I. L'échantillon E est placé dans le solénoïde, et l'induction $B = \mu_0 (H + M)$ agit sur la bobine B_2 parcourue par un cou-

rant constant, qu'elle fait tourner d'un angle α_2, proportionnel à B, autour d'un axe horizontal. Un pinceau lumineux tombant successivement sur les miroirs M_1 et M_2 décrit sur l'écran la courbe d'aimantation $B = f(H)$ lorsqu'on déplace le contact mobile C.

—o— Un montage plus simple emploie comme détecteur le pinceau d'un oscilloscope électronique (par. 16-17) se propageant dans la direction horizontale z'z (*figure 15- 14*). On place à l'extérieur du tube une bobine B_1 d'axe parallèle à y'y et une bobine B_2 d'axe parallèle à x'x, parcourues par le même courant alternatif du secteur. La première dévie le faisceau suivant x'x, la seconde suivant y'y, les déviations étant proportionnelles aux inductions créées. S'il n'y a pas de fer dans les bobines, le spot de l'oscilloscope décrit à chaque période une portion de droite passant par l'origine; si l'on introduit dans B_2 une tige de métal ferromagnétique, le spot décrit un cycle d'hystérésis.

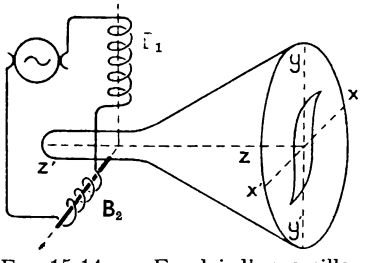


FIG. 15-14. — Emploi d'un oscilloscope électronique pour l'observation d'un cycle d'hystérésis.

c) Dans les champs faibles, certains ferromagnétiques présentent un phénomène de *traînage*, différent de l'hystérésis, consistant en ce qu'il faut un certain temps (parfois plusieurs minutes) après l'établissement du champ pour que l'aimantation prenne sa valeur définitive. Cette *viscosité magnétique* peut être due, pour une part, à la redistribution d'atomes d'impuretés dans le réseau cristallin : elle diminue lors d'un « vieillissement » des aciers, correspondant à une précipitation du carbone en dehors du réseau.

15-7. — Transformation d'énergie en chaleur associée aux phénomènes d'hystérésis.

a) Lorsqu'une substance ferromagnétique décrit un cycle d'hystérésis, il se produit une transformation d'énergie électrique en chaleur. Pour évaluer la quantité d'énergie ainsi dissipée, supposons que nous aimantions un petit échantillon de volume v en le déplaçant dans un champ fixe de direction x'x. Le travail *fourni* au système, lorsqu'on le déplace de dx, est, d'après [14,40] :

$$-F_x \mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mu_0 \chi_m v H \frac{\partial H}{\partial x}\mathrm{d}x = -vJ\,\mathrm{d}H.$$

Si l'on part de l'état défini par le point P_1 (*fig. 15-11*) pour aboutir à l'état défini par le point P_2, on doit fournir un travail mécanique :

$$\mathcal{C}_{1,2} = -v\int_{P_1}^{P_2} J\,\mathrm{d}H.$$

Le retour à l'état d'aimantation initial nécessitera le travail :

$$\mathcal{C}_{2,1} = -v\int_{P_2}^{P_1} J\,\mathrm{d}H.$$

Pour le cycle complet :

[15,4] $$\mathcal{C} = -v \oint J\,dH = -\mu_0 v \oint M\,dH = \mu_0 v S,$$

S étant l'aire du cycle d'hystérésis $M = f(H)$. Ce travail fourni est positif, le cycle d'hystérésis étant toujours décrit en sens inverse des aiguilles d'une montre. L'expérience montre qu'il est dissipé en chaleur. Comme on peut écrire :

$$\int B\,dH = \mu_0 \int H\,dH + \mu_0 \int M\,dH,$$

et que, pour un cycle, $\oint H\,dH = 0$, l'intégrale [15,4], qui représente l'énergie transformée en chaleur par cycle, peut encore s'écrire

[15,5] $$\mathcal{C} = v \oint B\,dH.$$

b) On peut évaluer approximativement l'énergie dissipée par unité de volume et par cycle, entre les valeurs extrêmes $\pm B_m$ de l'induction (pourvu que celles-ci soient assez grandes) par la formule *empirique* suivante, proposée par STEINMETZ) :

$$\oint B\,dH \simeq \eta\, B_m^{\alpha}$$

dans laquelle η et α sont des constantes de la substance considérée. α est très souvent voisin de 1,6; η est, en unités pratiques, de l'ordre de quelques dizaines ou centaines (fer à cycles très étroits) à quelques milliers (aciers trempés).

Exemple. — Soit un fer doux (masse volumique 8 000 kg/m^3) tel que $\eta = 200$; et soit $B_m = 1$ Wb/m^2; si l'on décrit 50 cycles par seconde, la puissance transformée en chaleur dans chaque kilogramme est :

$$\frac{200 \times 50}{8\,000} = 1{,}25 \text{ watt.}$$

Dans le cas où les valeurs extrêmes de l'induction sont faibles, la loi de STEINMETZ ne convient plus : l'énergie dissipée tend alors à varier comme B_m^3.

15-8. — Aciers spéciaux pour électro-aimants, pour machines électriques, pour aimants permanents.

Les phénomènes décrits dans les paragraphes précédents ont les mêmes caractères généraux pour tous les ferromagnétiques; mais leur grandeur peut varier beaucoup d'un corps à l'autre. En vue des applications industrielles, on s'est efforcé de préparer des matériaux ayant des propriétés magnétiques particulières. Tels sont, entre autres, les fers très purs, les aciers au silicium, les aciers au nickel et au cobalt (voir tableau 15-2). L'introduction d'autres éléments en quantités parfois très faibles, ainsi que les traitements thermiques, peuvent modifier beaucoup leurs propriétés.

a) *Grande perméabilité.* — Cette qualité est utile, notamment dans les électro-aimants, pour obtenir des valeurs élevées de M et de B, sans avoir à produire des valeurs de H trop considérables. La région intéressante des courbes des *figures 15-7* et *15-8* est ici celle qui avoisine le maximum de χ_m. Il n'y a pas intérêt à aller par trop au-delà, car l'augmentation de H serait accompagnée d'un faible gain sur B.

La purification minutieuse du fer (fer électrolytique, fer Armco) a permis d'atteindre des valeurs de μ_r dépassant exceptionnellement 20 000 (et plus encore après long recuit). Certains aciers au silicium ou au nickel ont couramment des perméabilités du même ordre. Signalons notamment le *mumétal* et les *permalloy*, qui contiennent de 75 à 78 % de nickel, 15 à 18 % de fer et quelques centièmes d'autres métaux; ces alliages ont à la fois une très grande perméabilité maximum (obtenue dans un champ très faible) et une faible hystérésis.

b) *Hystérésis.* — Un cycle d'hystérésis peut être caractérisé par son aire (ou par les coefficients de la formule de STEINMETZ), par la valeur de l'aimantation rémanente et par celle du champ coercitif.

1° Dans le cas où un métal ferromagnétique doit décrire un grand nombre de cycles d'hystérésis (dynamos, alternateurs, transformateurs), il y a intérêt à choisir des matériaux dont l'aire du cycle soit aussi petite que possible : ils sont dits « magnétiquement doux ». Leur champ coercitif est toujours très faible. On peut heureusement concilier cette propriété avec une perméabilité élevée (voir tableau 15-2).

Il est en outre désirable que les alliages utilisés dans ces applications aient une résistivité aussi grande que possible, afin de diminuer l'importance des courants de FOUCAULT (par. 12-8); les aciers au silicium ont, à cet égard, des propriétés avantageuses, qu'on a réussi à améliorer encore par une orientation des particules grâce à un laminage convenable (Hipersil, Imphystil).

On doit remarquer que, dans les machines tournantes, certaines pièces de fer sont soumises à un champ dont la *direction* varie périodiquement : un effet de l'hystérésis est alors que l'aimantation n'a plus même direction que le champ.

2° C'est au contraire grâce à une hystérésis importante que l'on peut réaliser des *aimants permanents*, utilisés dans les boussoles, les galvanomètres à cadre mobile, les magnétos, les relais polarisés. On leur demande de posséder une polarisation magnétique aussi intense que possible, variant peu au cours du temps. On utilise pour leur fabrication des matériaux magnétiquement « durs », c'est-à-dire ayant une assez forte aimantation rémanente M_r et surtout un champ coercitif H_c suffisant pour que leur aimantation demeure stable. On peut montrer qu'il est souvent désirable de rendre le plus grand possible le produit BH de l'induction par le champ dans le métal.

Certains aciers à l'aluminium, au nickel et au cobalt (alnicos et autres) sont particulièrement convenables à ce point de vue. On sait aussi aujourd'hui réaliser des aimants formés de poudre de fer agglomérée dans un isolant, qui ont un champ coercitif de l'ordre de 8.10^4 A/m.

15-9. — Fabrication et conservation des aimants.

a) On peut fabriquer un aimant permanent par frottement (par. 8-1); en faisant glisser un pôle sud, par exemple, le long d'un barreau d'acier, toujours dans le même sens, on fait apparaître un pôle nord dans la région où commence le contact, un pôle sud dans celle où il cesse.

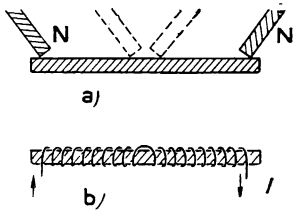


FIG. 15-15. — Fabrication d'un barreau « à points conséquents ».

Mais on peut obtenir une aimantation plus intense en plaçant le barreau dans une bobine parcourue par un courant, que l'on a avantage à couper et rétablir plusieurs fois (toujours dans le même sens).

—o— En frottant en sens inverses avec un même pôle les deux moitiés d'un même barreau (*fig. 15-15-a*) ou, mieux, en les plaçant dans deux bobines identiques parcourues en sens inverses par le même courant (*fig. 15-15-b*), on peut obtenir, par exemple, un pôle sud vers le milieu et un pôle nord à chaque extrémité (Aimant dit « à points conséquents »).

—o— En passant un pôle d'un fort aimant le long d'un tube de verre plein de limaille de fer, on fait apparaître un pôle à chaque extrémité du tube. Dans ce cas, on peut faire disparaître l'aimantation en secouant le tube, ce qui détruit l'orientation des petits aimants que constituent les grains de limaille. Nous verrons (par. 15-11) que l'aimantation d'un barreau compact résulte, elle aussi, d'un effet d'orientation.

b) Après la suppression du courant magnétisant H_0, il existe dans l'aimant un champ démagnétisant H', de sens opposé à H_0; son aimantation M correspond à l'ordonnée du point P d'abscisse H' sur la courbe d'hystérésis $M = \mathrm{f}(H)$ (*fig. 15-16*).

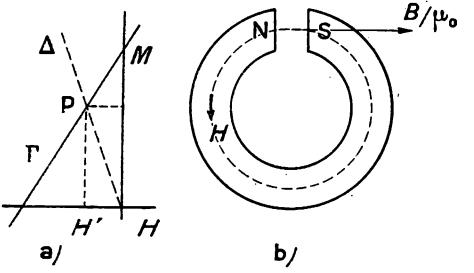


FIG. 15-16. — Détermination d'une aimantation permanente.

Considérons, par exemple, le cas d'un tore de longueur L, présentant un entrefer e (*fig. 15-16-b*); soient B et H l'induction et le champ dans le fer. Si l'on admet que la section des tubes d'induction est constante, le champ dans l'air est $\frac{B}{\mu_0}$. La circulation le long d'une ligne de champ fermée est nulle, une fois le courant coupé :

$$LH + e\frac{B}{\mu_0} = 0.$$

D'où, comme

$$B = \mu_0 (H + M),$$

$$M = -\left(\frac{L}{e} - 1\right) H.$$

Le point P est donc à l'intersection de la droite représentant cette relation avec la courbe d'hystérésis.

Cet exemple simple indique comment on peut, au moins approximativement, déterminer les meilleures conditions de réalisation d'un aimant. En particulier, s'il s'agit d'un barreau droit, il y a intérêt à l'insérer, pour le soumettre au champ magnétisant, entre d'autres pièces aimantables. On le mettra, par exemple, entre lés pôles d'un électroaimant.

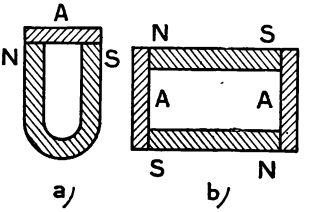


FIG. 15-17. — Conservation des aimants permanents.

c) L'aimant, une fois réalisé, peut se désaimanter progressivement par l'action de son champ démagnétisant H' et éventuellement de champs extérieurs. Pour éviter ou ralentir ce phénomène, il est bon de réunir si possible les régions polaires par une armature de fer doux A (*fig. 15-17-a*) : les pôles qui y apparaissent par influence compensent à peu près le champ H'. Les barreaux droits doivent être, à cet effet, associés par paires (*fig. 15-17-b*).

15-10. — Désaimantation à haute température, ou dans un champ alternatif d'amplitude décroissante.

a) Lorsque le fer (ou un autre corps ferromagnétique) a été désaimanté par le champ coercitif, il n'est cependant pas identique à du fer qui n'aurait jamais été aimanté : si l'on supprime le champ coercitif, le point qui représente l'aimantation ne vient pas se confondre avec l'origine. Il n'y a vraiment désaimantation que si l'on a $B = 0$ pour $H = 0$.

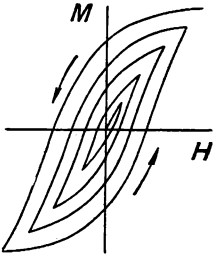


FIG. 15-18. — Cycles de désaimantation.

On peut parvenir à ce résultat en faisant décrire au fer, autour de l'origine, des cycles de plus en plus petits, sous l'action de champs alternatifs successifs qui tendent vers zéro (*fig. 15-18*).

—o— On peut, à cet effet, placer la pièce de fer à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant alternatif d'intensité suffisante (dépendant de l'aimantation initiale de la pièce) et la transporter dans une région de champ nul (ou encore faire décroître progressivement jusqu'à 0 l'amplitude des variations d'intensité du courant).

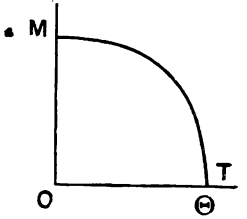


FIG. 15-19. — Diminution de l'aimantation quand la température s'élève.

b) Dans un champ constant, quand la température s'élève, l'aimantation décroît, comme l'indique la courbe de la *figure 15-19*. Le ferromagnétisme disparaît au-dessus d'une température Θ, variable selon les corps (1040 °K pour le fer, 630 °K pour le nickel, 1380° K pour le cobalt, par exemple). Les corps deviennent alors paramagnétiques et Θ représente le point de CURIE qui intervient dans la formule [14,47].

Un corps ferromagnétique, refroidi et maintenu dans un champ négligeable après avoir été chauffé au-delà du point de CURIE, reste désaimanté.

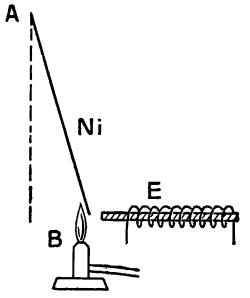


FIG. 15-20. — Désaimantation du nickel au-dessus du point de CURIE.

—o— Un fil de fer ou mieux de nickel Ni, mobile autour du point A est attiré par un électroaimant E, placé assez près pour que le fil soit dévié de la verticale, sans cependant toucher l'aimant (*fig. 15-20*). On chauffe le fil au rouge avec un brûleur B : il se désaimante et retombe; mais, refroidi, il est attiré de nouveau : il revient dans la flamme, perd son aimantation, retombe de nouveau et ainsi de suite.

c) Quand le champ coercitif est très faible, comme dans le fer doux, il peut suffire, pour désaimanter la pièce, de la soumettre à des chocs assez forts et répétés.

15-11. — Théorie du ferromagnétisme.

a) Comme les propriétés seignetto-électriques, le ferromagnétisme n'apparaît que dans les substances à l'état solide, où le nombre d'atomes par unité de volume est grand. Les études les plus simples portent sur des cristaux uniques. Déjà, nous avons vu que le paramagnétisme de nombreux solides faisait intervenir un *champ moléculaire* dû aux actions mutuelles des porteurs de moments magnétiques. Le ferromagnétisme a une cause analogue. Considérons la valeur de la polarisation magnétique du fer à saturation (par. 15-4)

$$J_s = \mu_0 M_s \simeq 4\pi 10^{-7} \times 1{,}7.10^6 \simeq 2{,}1 \text{ Wb/m}^2.$$

Un mètre cube de fer, dont la masse volumique ρ est 7 860 kg/m^3 et la masse moléculaire $\mathcal{M} \simeq 56$ contient :

$$\frac{\mathcal{N}\rho}{\mathcal{M}} = \frac{6.10^{26}.7860}{56} = 8{,}5.10^{28} \text{ atomes},$$

$\mathcal{N}$ étant le nombre d'AVOGADRO. La contribution d'un atome à la polarisation est donc :

$$m = \frac{2{,}1}{8{,}5.10^{28}} = 2{,}5.10^{-29} \text{ Wb m}.$$

Elle est de l'ordre du moment permanent des atomes (par. 14-12-b) : les propriétés des ferromagnétiques ne sont donc pas dues à une valeur extraordinairement élevée de ce moment. On est ainsi conduit à penser qu'à la saturation, les moments atomiques doivent être tous parallèles entre eux. Cherchons quels champs H pourraient produire cette orientation, en raisonnant comme pour un paramagnétique. Le rapport :

$$\frac{m}{m_0} = \frac{m_0 H}{3kT}$$

doit être voisin de l'unité, d'après ce qu'on vient de dire. On obtiendra une limite supérieure de H en prenant pour T la température de CURIE, d'où pour le fer :

$$H = \frac{3.1{,}38.10^{-23}.1040}{2{,}53.10^{-29}} = 1{,}7.10^{9}\ \text{A/m}.$$

Cette valeur est bien supérieure à celles des champs que l'on sait produire. Mais admettons que n porteurs de moments élémentaires forment un groupe dont les orientations soient toutes parallèles : le moment de cette unité sera nm_0 et il suffira d'appliquer un champ n fois plus faible que celui calculé plus haut pour obtenir l'orientation parallèle des divers groupes : pour n de l'ordre de 10^4, on arrive à des valeurs de H acceptables.

b) Des raisonnements de ce genre ont conduit WEISS (1907) à admettre l'existence, dans les solides ferromagnétiques, de *domaines d'aimantation spontanée*, dans chacun desquels les moments atomiques seraient tous parallèles. (L'existence de ces domaines est liée à celle de directions de facile aimantation dans chaque cristal.) En l'absence de champ, les moments des divers domaines sont orientés au hasard et la polarisation moyenne résultante est nulle; cela est vrai même pour un cristal unique, plus encore pour les agrégats de cristaux qui forment les métaux courants.

On a pu mettre en évidence ces domaines, en saupoudrant d'oxyde de fer colloïdal la surface polie d'un métal ferromagnétique : à la limite des domaines où l'orientation de $\overset{\smile}{M}$ varie, apparaissent (par. 14-6) des pôles magnétiques, et la poudre vient s'y accumuler (*fig. 15-21*). Les dimensions des domaines sont le plus souvent de l'ordre de 10 à 100 μ.

FIG. 15-21. — Domaines d'aimantation.

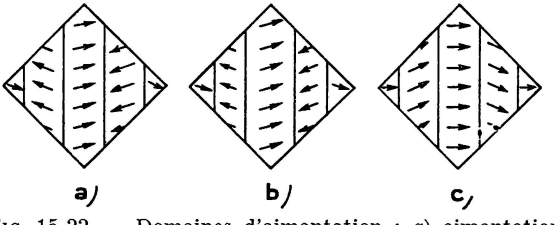


FIG. 15-22. — Domaines d'aimantation : *a*) aimantation moyenne nulle; *b*) modification par variation de volume; *c*) modification par changement d'orientation.

Le rôle du champ extérieur est d'ordonner l'aimantation. Cela se produit par deux mécanismes : soit que les domaines où l'orientation de $\overset{\smile}{M}$ est favorable (*fig. 15-22 a*) croissent aux dépens de leurs voisins (*fig. 15-22-b*), soit que l'orientation de $\overset{\smile}{M}$ dans un domaine entier se modifie (*fig. 15-22-c*).

Le premier processus est celui qui se produit d'abord sur la courbe de première aimantation (par. 15-5) pour les faibles champs : on a pu le voir sur des suites de photographies analogues à celles de la *figure 15-21*; il est progressif et réversible (sauf dans les grains très fins). Pour des champs crois-

sants, il se poursuit, en même temps que le second mécanisme entre en jeu par à-coups : l'orientation de $\vec{M}$ se modifie, brusquement elle aussi. La discontinuité de ces phénomènes se montre par l'expérience suivante, due à BARKHAUSEN.

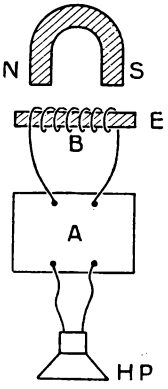


FIG. 15-23. Expérience de BARKHAUSEN.

—o— Une tige de fer ou de nickel E (*fig. 15-23*) est entourée d'une bobine B, reliée à un haut-parleur HP par l'intermédiaire de l'amplificateur A[1]. On approche de E un aimant NS, d'un mouvement très régulier, ce qui crée un champ magnétisant progressivement croissant. Le haut-parleur fait entendre un crépitement discontinu, chacun des bruits correspondant à une brusque variation du flux magnétique dans B, produite par les variations d'orientation de $\vec{M}$.

La courbe d'aimantation, à une échelle convenable, doit avoir l'allure discontinue que représente schématiquement la *figure 15-24-a*. Ces changements brusques d'orientation ne possèdent pas la continuité qui caractérise les phénomènes réversibles (tome II, par. 6-6). Ils suivent avec un certain retard les variations du champ, ce qui permet d'expliquer l'hystérésis (*fig. 15-24-b*).

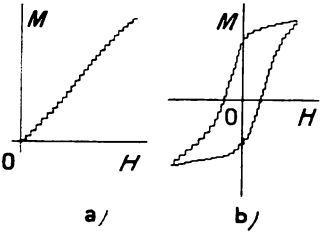


FIG. 15-24. — Discontinuités des courbes d'aimantation : *a*) première aimantation; *b*) cycle d'hystérésis habituel.

Certains fils ferromagnétiques (nickel ou permalloy), soumis à une traction mécanique, donnent un cycle d'hystérésis rectangulaire (*fig. 15-25*), auquel ne correspondent que deux discontinuités révélées par l'effet BARKHAUSEN.

—o— On peut construire un modèle de substance ferromagnétique, en fixant en un réseau régulier, sur une planche horizontale, des pivots verticaux portant de petites aiguilles aimantées. Le champ terrestre étant compensé par celui d'une bobine, on constate que sous l'influence de leurs actions mutuelles, les aimants se disposent en groupes ou en rangées dans lesquels ils sont parallèles. L'ensemble est stable à l'égard de perturbations extérieures, comme des secousses imprimés au support. Un champ extérieur assez intense produit une orientation uniforme de tous les aimants.

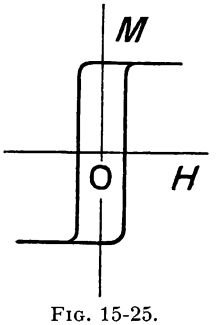


FIG. 15-25. Cycle d'hystérésis rectangulaire.

Les aimants en poudre de fer, dont on a parlé au paragraphe 15-7 sont formés de grains ayant des dimensions de l'ordre de 0,01 μ : chacun d'eux constitue un seul domaine; d'après ce qu'on a vu au par. 15-2, le champ démagnétisant ne permet à la polarisation $\vec{J}$ d'autre direction que celle de la plus

1. Il faut une amplification considérable, que peut donner, par exemple, un amplificateur de lecture de films sonores.

grande dimension des grains. Les variations de $\vec{J}$ sont donc rendues difficiles, d'où la grandeur du champ coercitif.

c) Le passage de l'état ferromagnétique à l'état paramagnétique au point de CURIE est assimilable, d'après la théorie qui précède, au passage d'un état partiellement ordonné à un état de désordre. Le point de CURIE doit donc être une température de transition du second ordre (tome II, par. 16-19) : effectivement, il lui correspond une transformation λ dans la chaleur spécifique, comme le montre la *figure 15-26* relative au nickel.

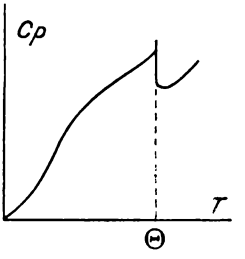


FIG. 15-26. — Transformation λ de la chaleur spécifique du nickel au point de CURIE.

d) La formation et la délimitation des domaines de WEISS font intervenir des considérations compliquées sur l'énergie de formation des surfaces et l'énergie d'aimantation; nous n'y insisterons pas. Le champ moléculaire qui règne dans les corps ferromagnétiques est dû aux interactions des moments magnétiques des électrons. Toutefois, ce n'est pas le moment orbital des électrons, défini au par. 14-11, qui intervient ici, mais le moment magnétique propre à chacun d'eux ou *moment de spin* : nous y reviendrons au tome VIII.

15-12. — Antiferromagnétisme. Ferrimagnétisme.

a) Certains solides (MnO, MnS, FeO, Cr_2O_3...) possèdent aux températures ordinaires des propriétés magnétiques qui les rapprochent des corps paramagnétiques : susceptibilité faible, croissant lorsque la température décroît. Mais la variation de χ_m avec T est donnée, pour des températures assez élevées, non par la formule [14,45] (*fig. 15-27-a*), mais par :

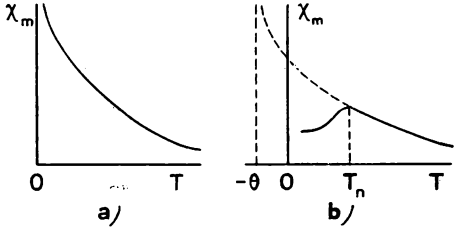


FIG. 15-27. — Variation de χ_m en fonction de T : *a*) pour un paramagnétique; *b*) pour un antiferromagnétique.

$$[15,6] \qquad \chi_m = \frac{C}{T + \Theta}.$$

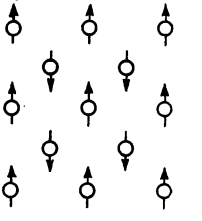


FIG. 15-28. — Schéma de la structure d'un cristal antiferromagnétique.

De plus, au-dessous d'une certaine température T_n (*fig. 15-27-b*), appelée *température de* NÉEL (122 °K pour MnO), la susceptibilité décroît en tendant vers une limite. On admet que les moments magnétiques atomiques ont alors une disposition régulière; mais au lieu qu'ils soient parallèles entre eux, comme dans les ferromagnétiques, les atomes du réseau cristallin se divisent en deux groupes, les moments de l'un étant antiparallèles à ceux de l'autre, comme le montre schématiquement la *figure 15-28*, ce qui explique la faible valeur de χ_m. Ces corps sont appelés *antiferromagnétiques*.

b) On réserve le nom de *ferrimagnétisme* aux propriétés magnétiques que peuvent présenter les *ferrites-spinelles*, oxydes doubles de formule Fe_2O_3MO, dans lesquels le fer est trivalent et M représente un ion métallique divalent (Mg, Mn, Co, Fe...). Ces propriétés appartiennent aussi à d'autres corps, comme la pyrrhotine, les ferrites de terres rares du type grenat, etc... En particulier, le ferrite de baryum ou ferroxdure Fe_2O_3 6 BaO a une grande importance industrielle, à cause de son bas prix, de son champ coercitif élevé et de sa grande stabilité.

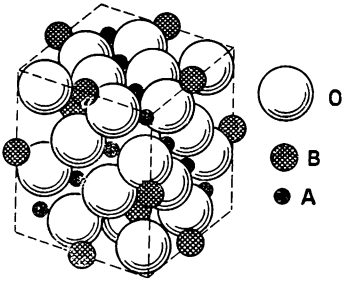


FIG. 15-29.
Structure normale d'un ferrite.

Les cristaux de spinelles sont cubiques; les atomes d'oxygène forment un assemblage compact (tome II, fig. 13-32), laissant entre eux des « sites » de deux espèces (*fig. 15-29*). Les uns désignés par A, sont occupés par des ions Fe^{3+} entourés de 6 atomes O en octaèdre; les autres, désignés par B, par des ions M^{2+} entourés de 4 atomes O en tétraèdre. Cette structure est dite normale. Mais il existe une structure inverse, où tous les ions M^{2+} sont dans des sites octaédriques, ainsi que la moitié des ions Fe^{3+}, l'autre moitié de ceux-ci occupant les sites tétraédriques. Il existe des structures intermédiaires, correspondant à des répartitions quelconques d'ions.

Les ions Fe^{3+} possèdent un moment magnétique permanent. On admet que les actions magnétiques mutuelles des ions en A et B sont beaucoup plus intenses que les interactions A-A ou B-B et correspondent à une orientation antiparallèle des moments. Dans ces conditions, on prévoit que les ferrites à structure normale doivent être paramagnétiques, ce que l'expérience vérifie. Les ferrites à structure inverse sont antiferromagnétiques, ce qui s'explique puisque les deux ensembles partiels d'ions Fe^{3+} en A et en B se compensent comme l'indique le schéma de la *figure 15-30-a*. Enfin, dans les ferrites à structures intermédiaires, les ions Fe^{3+} étant plus nombreux dans les sites A que dans les sites B, on a au total un cristal (*fig. 15-30-b*) dont les propriétés rappellent le ferromagnétisme, mais avec une aimantation à saturation beaucoup plus faible, puisque les moments ne sont pas alors tous parallèles entre eux.

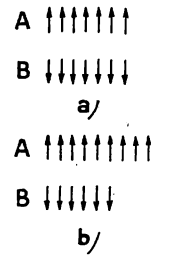


FIG. 15-30. — Schémas de structure de ferrites : *a*) antiferromagnétiques; *b*) ferrimagnétiques.

Les ferrites ont des emplois pratiques importants, tenant à ce que leur résistance ohmique est beaucoup plus élevée que celle des métaux ferromagnétiques (10^4 à 10^8 Ω.m) : les pertes dues aux courants de FOUCAULT sont par suite considérablement réduites, principalement en haute fréquence.

15-13. — Circuits magnétiques.

a) La notion de circuit magnétique s'applique à des systèmes formés de corps ferromagnétiques donnés, que l'on suppose dénués d'hystérésis, entourés de conducteurs déterminés, parcourus par des courants d'intensité *I*.

Dans un tel système, les lignes d'induction sont des courbes fermées; chacune d'elles entoure au moins une fois un circuit traversé par un courant I, et le théorème d'AMPÈRE (par. 10-9) donne :

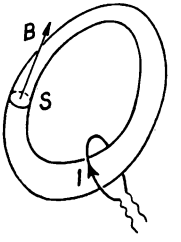


FIG. 15-31. Circuit magnétique.

$$\oint H\,dl = \Sigma I,$$

dl étant l'élément de longueur de la ligne.

Le flux d'induction :

$$\Phi = BS$$

est le même à travers toute section S d'un tube d'induction (*fig. 15-31*). Les vecteurs $\overset{\rightharpoonup}{B}$ et $\overset{\rightharpoonup}{H}$ sont parallèles en tous points, et l'on a :

$$\overset{\rightharpoonup}{B} = \mu \overset{\rightharpoonup}{H},$$

puisqu'on néglige la polarisation permanente. En combinant ces relations, on en tire d'abord :

$$H = \frac{\Phi}{\mu S},$$

puis en tenant compte de ce que Φ est constant tout le long du tube :

$$\oint H\,dl = \Phi \oint \frac{dl}{S} = \Sigma I,$$

ou

[15,7] $$\Phi = \frac{\Sigma I}{\oint \frac{dl}{\mu S}}.$$ (Formule d'HOPKINSON).

Le numérateur de cette expression peut être considéré comme caractérisant la cause qui produit le flux : c'est la *force magnétomotrice* $\mathcal{F}$ (par. 9-8). Elle s'exprime en ampère-tours dans le système pratique.

Le dénominateur caractérise le tube d'induction considéré; on l'appelle sa *réluctance* (symbole $\mathcal{R}$). Dans le système pratique, $\mathcal{R}$ s'exprime en $\frac{m \times m}{H.m^2}$ ou H^{-1}.

D'après ces définitions, la relation [15,7] peut s'écrire :

[15,8] $$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}},$$

ce qui lui donne une forme rappelant l'expression de la loi d'OHM [7,16] : la force magnétomotrice tient le rôle de la force électromotrice, la réluctance celui de la résistance, le flux magnétique celui du courant électrique (sans qu'il s'agisse là, bien entendu, de grandeurs réellement comparables).

Pour un tube d'induction homogène (μ = cte) et de section constante, la réluctance :

[15,9] $$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$$

a une expression analogue à la résistance [6,30] d'un conducteur linéaire homogène, la perméabilité jouant, pour le flux magnétique, le même rôle que la conductivité pour le courant électrique.

b) Pour utiliser les notions précédentes, il faut connaître d'avance la forme du tube d'induction. Dans le cas d'un anneau de fer en forme de tore portant un enroulement régulier (par. 14-2), nous avons vu que les lignes d'induction sont des circonférences toutes intérieures au tore, dont le centre est sur l'axe de celui-ci. Les tubes d'induction sont homogènes et la formule [15,9] peut leur être appliquée.

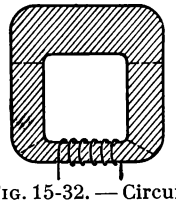


FIG. 15-32. — Circuit magnétique formé de tronçons successifs.

Généralisons, en considérant un circuit magnétique formé de plusieurs tronçons successifs de longueurs $l_1, l_2 \ldots$, de sections S_1, $S_2 \ldots$ et de perméabilités μ_1, $\mu_2 \ldots$ (*fig. 15-32*). La forme du circuit est quelconque et les N spires ne sont plus réparties régulièrement; mais nous admettons que le flux d'induction est constant tout le long du circuit. Cela revient à supposer que, malgré la répartition irrégulière des spires et les variations de la section, aucune ligne d'induction ne s'échappe dans l'air, ou, autrement dit, qu'il n'y a pas de *fuites magnétiques*. On peut pratiquement faire cette approximation quand le fer, dans les diverses parties du circuit, est assez loin d'être saturé, de sorte que sa perméabilité μ est grande par rapport à celle de l'air, qui est très voisine de μ_0.

Dans les divers tronçons, le champ a des valeurs :

$$H_1 = \frac{\Phi}{\mu_1 S_1} \qquad H_2 = \frac{\Phi}{\mu_2 S_2}, \ldots$$

et sa circulation le long du circuit magnétique est :

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + \ldots = \Phi \left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \ldots \right) = Ni,$$

d'où encore :

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}},$$

avec :

[15,10] $$\mathcal{R} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \ldots = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \ldots,$$

formule analogue à [6,24]. La réluctance du circuit est la somme des réluctances des tronçons disposés en série.

c) On peut imaginer que, comme un courant, le flux se partage en plusieurs flux dérivés, les ampère-tours étant supposés enroulés autour de la partie commune à ces divers flux (*fig. 15-33*). Le noyau de certains transformateurs donne un exemple de ce cas.

Si $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$,... sont les réluctances des diverses branches du circuit magnétique, un raisonnement analogue aux précédents montre que la réluctance de l'ensemble des dérivations est donnée par la formule :

$$[15, 11] \qquad \frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \ldots$$

formule analogue à [6,25].

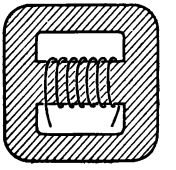


FIG. 15-33. — Circuits magnétiques dérivés.

En outre, les flux dérivés se calculent comme les courants dérivés dans le problème correspondant relatif aux courants. Si Φ est le flux total, on a dans les diverses dérivations :

$$\Phi_1 = \Phi \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_1}, \qquad \Phi_2 = \Phi \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_2}, \ldots,$$

formules analogues à [6,27].

d) Quand les éléments d'un circuit magnétique présentent des changements de direction trop brusques, ou des changements de section trop considérables, les lignes d'induction s'échappent en partie dans l'air et le calcul de la réluctance devient impossible. Le circuit magnétique est dit *imparfait* (*fig. 15-34*).

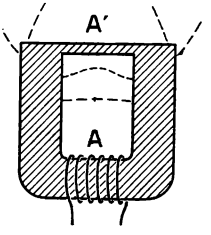


FIG. 15-34. — Circuit magnétique imparfait, avec fuites.

Les lignes d'induction viennent toutes passer à l'intérieur des spires et, dans cette région A, une section du fer est traversée par le flux d'induction total Φ. Mais le flux qui traverse une section située en A' a une valeur Φ' inférieure à Φ. On peut écrire :

$$\Phi = v\Phi' \qquad \text{avec} \qquad v > 1.$$

Le coefficient v est appelé *coefficient de perte de flux.* On le détermine par l'expérience, pour un circuit magnétique de forme donnée, son calcul étant généralement impossible. D'ailleurs, il a la même valeur pour des circuits magnétiques géométriquement semblables. On cherche, dans la plupart des applications, à le rendre aussi petit que possible.

e) Les *perméamètres* sont des appareils industriels destinés à la mesure des perméabilités des corps ferromagnétiques plus rapidement que par la méthode du tore (par. 15-4). On réalise, par exemple, un circuit magnétique fermé (*fig. 15-35*) comprenant de grosses pièces de fer F et F' ayant une réluctance aussi faible que possible et l'échantillon étudié E, en forme d'éprouvette cylindrique qu'on peut adapter rapidement entre F et F'. Sur E sont enroulés l'enroulement magnétisant B, comprenant N spires traversées par un courant d'intensité I, et le circuit B' qui mesure le flux d'induction. Si toutes les réluctances, hormis celle de E, sont négligeables, on a approximativement :

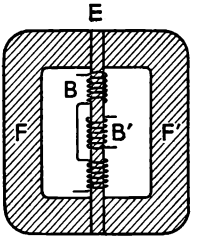


FIG. 15-35. — Principe d'un perméamètre.

$$B = \mu H = \mu \frac{NI}{L},$$

L étant la longueur de E entre F et F'. On détermine, en réalité, la réluctance de F et F' par des mesures auxiliaires.

15-14. — Circuits magnétiques avec entrefer.

Si un anneau de fer, dont nous supposerons la section S constante, est interrompu entre deux sections droites, de façon à laisser une épaisseur e d'air, on a réalisé un *entrefer*.

a) Lorsque l'entrefer est très étroit, on peut admettre que les lignes d'induction ne s'épanouissent pas sensiblement dans l'air (*fig. 15-36-a*); la réluctance de l'entrefer, où la perméabilité est μ_0, est $\frac{e}{\mu_0 S}$; celle du fer, dont la longueur est l, est $\frac{l}{\mu S}$; et la réluctance totale du circuit magnétique est :

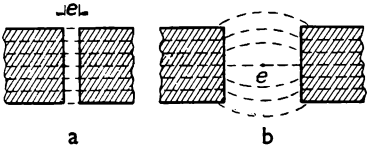


FIG. 15-36. — Lignes d'induction dans un entrefer : *a*) étroit; *b*) plus large.

$$[15,12] \qquad \mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 S} + \frac{l}{\mu S}.$$

Le champ qui règne dans l'entrefer est alors :

$$[15,13] \qquad H = \frac{\Phi}{\mu_0 S} = \frac{\mu NI}{\mu e + \mu_0 l}.$$

Une épaisseur e d'air très petite suffit pour que la réluctance de l'entrefer soit appréciable et même prépondérante.

Application numérique. — Supposons $l = 1$ m et $e = 2$ mm. Calculons les ampère-tours nécessaires pour réaliser dans l'entrefer une induction égale à 1 Wb/m², pour laquelle le tableau des perméabilités du fer utilisé indique, par exemple :

$$\mu_r = 1\,000.$$

De la formule [15,13], on déduit :

$$NI = \frac{B}{\mu_0} \frac{\mu e + \mu_0 l}{\mu}$$

$$= \frac{1}{4.10^{-7}} \left(2.10^{-3} + \frac{1}{1000} \right) \simeq 2\,400 \text{ A. t.}$$

S'il n'y avait pas d'entrefer, le terme en e disparaissant de la formule précédente, il suffirait de :

$$NI = 800 \text{ A. t.}$$

Ainsi, un entrefer, même étroit, absorbe une force magnétomotrice considérable. Un joint se comporte comme un entrefer très étroit : dans un circuit magnétique, il faut éviter les joints ou les ajuster avec le plus grand soin.

b) Si l'entrefer est assez large, il faut tenir compte de l'épanouissement des lignes d'induction dans l'air (*fig. 15-36-b*). On peut raisonner comme si elles formaient encore un faisceau de lignes parallèles, mais de section supérieure à la section S du fer; on prendra cette section égale à vS, v étant le coefficient

de perte de flux. La réluctance de l'air est alors $\frac{e}{\mu_0 v S}$ et la réluctance totale du circuit :

$$\mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 v S} + \frac{l}{\mu S}.$$

Exemple. — Considérons le même anneau que ci-dessus, pour lequel $l = 1$ m, mais supposons $e = 10$ cm, et calculons encore les ampère-tours nécessaires pour réaliser une induction égale à 1 Wb/m², dans l'air, sachant que, dans ces conditions, v a une valeur de l'ordre de 1,5. L'induction dans le fer est alors $vB = 1{,}5$ Wb/m², ce qui correspond, par exemple, à $\mu_r = 500$ et l'on doit avoir :

$$NI = \frac{vB}{\mu_0}\left(\frac{e}{v} + \frac{l}{\mu_r}\right) = \frac{1}{4\pi.10^{-7}}\left(10^{-1} + \frac{1{,}5}{500}\right).$$

Le second terme de la parenthèse est ici négligeable et l'on doit prendre :

$$NI \simeq 80\,000 \text{ A. t.}$$

On voit qu'un entrefer un peu large entraîne un accroissement énorme du nombre des ampère-tours nécessaires pour réaliser, toutes choses égales d'ailleurs, une induction donnée.

Quand il y a dans un circuit magnétique un entrefer un peu large et que le fer est loin de la saturation, de sorte que sa perméabilité magnétique est encore grande, la plus grande partie de la reluctance totale est celle qui correspond à l'entrefer. Or la réluctance de l'entrefer est constante; par suite, la réluctance totale du circuit magnétique est *presque* constante. Il en résulte que le flux d'induction est *presque* proportionnel à la force magnétomotrice, donc à l'intensité du courant.

Dans ces conditions, on peut attribuer un coefficient de self-induction au circuit électrique formé par les spires enroulées sur le fer, sans faire une approximation trop grossière.

15-15. — Électro-aimants à armature mobile. Force portante.

a) Les électro-aimants sont destinés soit à produire le déplacement d'une armature ou à porter des poids, soit à réaliser dans l'air des champs magnétiques intenses.

Suivant leur emploi, ils ont des formes très variées (*fig. 15-37* à *15-44*). Mais, dans tous les cas, ils constituent des circuits magnétiques, avec ou sans entrefer. Il y a intérêt à produire une induction donnée dans le fer avec une force magnétomotrice aussi faible que possible; il convient donc, pour diminuer la réluctance, de donner à l'électro-aimant une forme très ramassée et d'éviter les joints inutiles.

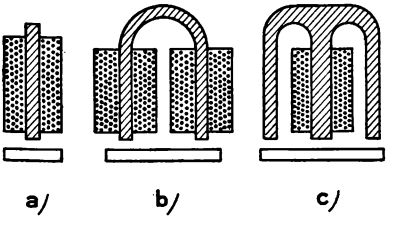


FIG. 15-37. — Formes diverses d'électro-aimant : *a*) rectiligne (à forte reluctance); *b*) en fer à cheval; *c*) cuirassé.

b) Quand une armature de fer relie les pôles de l'électro-aimant, elle s'aimante et l'on peut calculer de façon approchée la force d'attraction qui s'exerce sur elle. Supposons que la face plane A (*fig. 15-38*) du noyau de fer de l'électro-aimant soit au contact sur une aire S avec la face plane A′ de l'armature. Toutes les lignes d'induction qui partent normalement de A aboutissent normalement en A′. La densité superficielle $\sigma_m = J$ qui se trouve en A apparaît en A′ avec un signe opposé. La formule du par. 14-6 donne pour le champ en A′ :

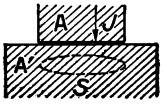


FIG. 15-38. Calcul de la force portante.

$$H = \frac{J}{4\pi\mu_0} \cdot 2\pi = \frac{J}{2\mu_0}.$$

Ce champ exerce sur chaque unité d'aire de A′ une force $H\sigma_m = HJ$, et sur l'ensemble de la surface la force :

[15,14] $$F = HJS = \frac{J^2 S}{2\mu_0}.$$

F est la *force portante* de l'électro-aimant. C'est une attraction, quel que soit le sens du courant magnétisant. Dans le cas du fer loin de la saturation, $\mu_0 H$ est négligeable devant J; on a donc :

$$B = \mu_0 H + J \simeq J,$$

d'où

[15,15] $$F \simeq \frac{B^2 S}{2\mu_0}.$$

On peut obtenir ainsi des forces considérables. Soit $B = 1{,}5$ Wb/m², valeur qu'il n'y a guère intérêt à dépasser, car il faudrait au-delà dépenser beaucoup de courant pour gagner peu de force portante. Alors :

$$\frac{F}{S} = \frac{2{,}25}{2 \times 1{,}26.10^{-6}} = 9.10^5 \text{ N/m}^2.$$

Un tel électro-aimant est donc capable de supporter un poids de près de 10 kg par cm². Cette aptitude est utilisée dans divers appareils de levage.

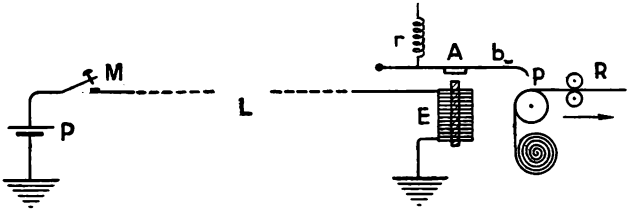


FIG. 15-39. — Télégraphe MORSE : en fermant le manipulateur M, on envoie dans la ligne L le courant de la pile P; l'électro-aimant E attire l'armature A, et la plume p marque une trace sur le ruban R.

c) Dans d'autres cas, l'armature, qui peut pivoter autour d'un axe, est amenée au contact du noyau ou écartée de lui (sous l'action d'un ressort) selon que le courant passe ou non dans la bobine.

C'est un électro-aimant qui constitue la partie essentielle de tout *récepteur de télégraphe.* Dans le cas le plus simple (*fig. 15-39*), le déplacement de l'armature A a pour effet d'appuyer une plume p sur une bande de papier qui se déroule devant elle avec une vitesse uniforme : en réglant, à l'aide du manipulateur M, la durée de passage du courant dans la ligne et dans le récepteur, on imprime ainsi les points et les traits de l'alphabet MORSE.

d) La force d'attraction diminue très vite quand la distance augmente, parce que, l'entrefer devenant appréciable, la réluctance est très accrue, et l'induction très diminuée. On ne peut donc réaliser que de petits déplacements; le ressort de rappeler (*fig. 15-39*) est toujours faible, car il doit céder à l'attraction alors que l'armature est dans sa position la plus éloignée. Aussi faut-il éviter que l'armature vienne se coller sur les noyaux : le magnétisme rémanent, important dans un circuit magnétique fermé, l'empêcherait d'obéir au ressort quand on coupe le courant. On doit donc disposer des butoirs dans une position convenable, ou encore interposer entre les pôles et l'armature des plaquettes non magnétiques.

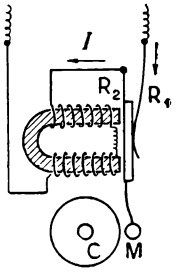


FIG. 15-40. — Sonnerie d'électro-aimant, R_1 R_2 : ressorts.

La *figure 15-40* représente un électro-aimant de *sonnerie* ordinaire; l'attraction de l'armature provoque automatiquement la rupture du courant qui excite l'électro; l'armature revient alors à sa position initiale, le courant passe de nouveau et le mouvement se reproduit, entraînant chaque fois le choc d'un marteau M sur une cloche C.

Remarques. — 1. Une telle sonnerie ne fonctionne que par suite des phénomènes de self-induction, grâce auxquels, l'intensité moyenne étant plus faible pendant que l'armature s'éloigne que pendant qu'elle se rapproche, les forces électromagnétiques fournissent au total un travail positif, servant à vaincre les frottements.

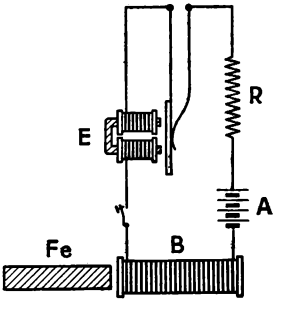


FIG. 15-41. — La sonnerie fonctionne avec plus de force quand on introduit un noyau de fer dans la bobine B.

—o— On réalise une sonnerie où l'électro-aimant ne porte qu'une couche de fil, de sorte que son coefficient de self-induction est faible; elle est en série avec une batterie d'accumulateurs A, un rhéostat R et une bobine B sans fer (*fig. 15-41*). On règle le rhéostat de sorte que la sonnerie fonctionne faiblement quand on appuie sur le bouton. Si l'on introduit alors un noyau de fer Fe dans la bobine B, ce qui augmente beaucoup la self-induction du circuit, la sonnerie se met à fonctionner normalement.

2. L'application de l'armature d'un électro-aimant sur ses pièces polaires entraîne en général, par réduction de l'entrefer, une diminution de la réluctance du circuit magnétique. Mais il arrive parfois que cette réluctance soit minimum pour une position tout autre de l'armature.

—o— Un électro-aimant à axe vertical a comme noyau un court cylindre de fer C dont les bases sont des sections droites : si l'on place sur la base supérieure un mince disque de fer, celui-ci, dès qu'on le lâche, s'oriente obliquement, en ne restant en contact avec le cylindre que par un point du contour de la base (*fig. 15-42-a*).

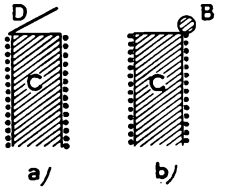


FIG. 15-42. — Positions de D ou B correspondant à une réluctance minimum.

Une bille de fer, posée au centre de cette base, vient se placer en porte à faux sur son pourtour (*fig. 15-42-b*). Dans les deux cas, la reluctance se trouve ainsi diminuée.

e) Lorsqu'on a besoin d'un mouvement de grande amplitude, on utilise, pour conserver une attraction suffisante, une *bobine à plongeur* (*fig. 15-43*), comportant un cylindre de fer doux A mobile suivant l'axe d'un solénoïde. Quand celui-ci est parcouru par un courant, A s'aimante; il subit une force qui tend à l'enfoncer dans la bobine et qu'on peut évaluer grossièrement comme il suit. Supposons la bobine très longue : le champ qui règne à l'intérieur est égal à nI (n nombre de spires par unité de longueur). Le cylindre A prend une aimantation proportionnelle à I; s'il dépasse beaucoup hors de la bobine, la force cherchée s'exerce presque uniquement sur le pôle inférieur (où la densité est $\sigma_m = J$) et a pour valeur :

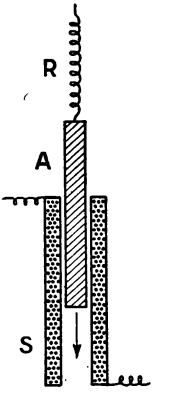


FIG. 15-43. — Bobine à plongeur. R : ressort soutenant le cylindre A.

$$[15,16] \qquad F = HJS = K\,I^2 \qquad (K = \text{constante}).$$

Des appareils de ce genre sont employés dans les dispositifs de manœuvre d'aiguilles et de signaux, ainsi que dans les *disjoncteurs*, destinés à ouvrir un circuit lorsque l'intensité du courant y dépasse une valeur déterminée.

15-16. — Électro-aimants polarisés.

Lorsque le courant qui traverse l'électro-aimant est faible, l'induction étant à peu près proportionnelle à son intensité, la force attractive varie en gros comme le carré de celle-ci. Il est alors avantageux d'employer un *électro-aimant polarisé*. Le noyau de celui-ci est un aimant permanent, sa forme pouvant être celle de la *figure 15-37 a ou b*. L'attraction qu'il exerce sur son armature est de la forme :

$$F = K\,B_0^2,$$

K étant une constante et B_0 étant l'induction en l'absence de courant. Lorsqu'un courant I passe dans la ou les bobines, l'induction varie d'une quantité ΔB proportionnelle à I et la force varie de :

$$[15,17] \qquad \Delta F \simeq 2KB_0\Delta B = K'I.$$

Cette variation change de sens avec I, ce qui n'a pas lieu avec l'électro-aimant ordinaire, dans lequel B ne peut qu'augmenter lorsque le courant le traverse. L'appareil est sensible si B_0 est grand, mais il faut cependant demeurer dans la partie ascendante de la courbe d'aimantation (*fig. 15-7*), si l'on veut que ΔB demeure à peu près proportionnel à I.

De tels appareils sont utilisés dans les *relais*, où la production d'un courant faible entraîne par attraction de l'armature A la fermeture d'un circuit que peut traverser un courant beaucoup plus intense. Nous avons vu (tome III, par. 9-6) que les récepteurs téléphoniques et les émetteurs acoustiques électromagnétiques sont fondés sur le même principe.

15-17. — Électro-aimants destinés à la production de champs intenses.

a) Dans les dynamos (chapitre 22), et les alternateurs (tome VII), le champ magnétique inducteur est produit par un électro-aimant; les inductions sont de l'ordre de 1 Wb/m². Pour réduire au mieux la force magnétomotrice nécessaire, il faut donner au fer des inducteurs une forme courte et de grande section, éviter les angles brusques et surtout rendre aussi faible que possible l'épaisseur de l'entrefer. Dans une dynamo de forme bien conçue, le coefficient de perte de flux (par. 15-11-c) ne dépasse pas 1,2 ou 1,3.

Des électro-aimants utilisés dans les lentilles électroniques magnétiques seront signalés au par. 16-15.

b) Certains électro-aimants des laboratoires de recherches sont destinés à produire dans l'air des champs très intenses dans un volume très petit; d'autres, à produire des champs dans des volumes étendus de forme très particulière.

1° Les premiers peuvent être construits suivant le schéma de la *figure 15-44*. Leurs pièces polaires N et S sont disposées face à face.

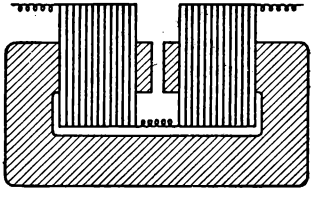


FIG. 15-44. — Électro-aimant pour production de champs intenses.

Admettons que la polarisation $\vec{J}$ soit parallèle à l'axe des pièces polaires supposées d'abord cylindriques. La densité magnétique est J sur les faces terminales, et, si l'entrefer est très étroit, l'induction y a pour valeur J. On cherche donc à aimanter à saturation le métal des pièces polaires, choisi de façon à avoir une aimantation à saturation élevée (pour le permendur, alliage de fer et de cobalt, J_s atteint 2,4 Wb/m²).

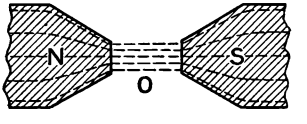


FIG. 15-45. — Électro-aimant à pièces polaires tronconiques.

Mais on peut encore augmenter l'effet des pièces polaires saturées, en leur donnant la forme de troncs de cônes de même sommet O (*fig. 15-45*). Les lignes d'induction s'y resserrent et l'induction atteint des valeurs accrues sur les facettes terminales. Le calcul montre que le champ est maximum en O et que l'effet maximum est atteint lorsque le demi-angle plan au sommet du cône est voisin de 57°.

Aux inductions élevées dans le fer des pièces polaires correspondent (*fig. 15-8*) des perméabilités relativement faibles. Mais les noyaux des bobines magnétisantes conservent une large section et une aimantation moins forte, donc une perméabilité élevée et une faible réluctance. La faible perméabilité près de l'entrefer augmente les fuites magnétiques; on les réduit en plaçant les bobines aussi près que possible de l'entrefer.

A l'induction due au fer, qui a une limite J_s, s'ajoute celle, $\mu_0 H$, due au champ des bobines magnétisantes seules. Cette dernière n'a pas de limite théorique, mais il est difficile en pratique de la faire croître beaucoup, car elle est proportionnelle aux ampères-tours. L'encombrement des bobines limite le nombre de tours et l'effet JOULE celui des ampères acceptables.

L'électro-aimant de Bellevue (France), avec des bobines de 1.9 m de diamètre, peut donner une induction de 5 Wb/m^2 dans un entrefer de 20 cm^3 (facettes de 4 cm de diamètre, distantes de moins de 2 cm). L'intensité du courant est 400 A, la puissance dépensée voisine de 100 kilowatts. Cette puissance est convertie en chaleur : aussi les conducteurs des bobines sont-ils des tubes de cuivre creux parcourus par un courant d'eau qui les refroidit. En entourant l'entrefer par des enroulements supplémentaires parcourus par des courants de l'ordre de 3 000 A, on peut obtenir 6,5 à 7 Wb/m^2.

On peut tourner la difficulté du refroidissement, en faisant passer dans une bobine un courant très intense *pendant un temps très court*; le fer est alors inutile[1], le champ étant dû à la bobine. KAPITZA a produit, dans une bobine ayant 1 cm de diamètre intérieur, une induction de 30 Wb/m^2 durant 0,01 s, en mettant en court-circuit sur la bobine un gros alternateur de 80 CV. On utilise, pendant ce temps, une puissance qui peut atteindre 160 millions de kilowatts et un courant de 72 000 ampères. Les champs considérables ainsi obtenus dans une bobine sans fer peuvent permettre, malgré leur courte durée, l'étude oscillographique de certains phénomènes comme, par exemple, l'influence du champ magnétique sur la résistivité des métaux et certains phénomènes optiques.

2° Divers types d'électro-aimants sont utilisés dans des appareils accélérateurs de particules : nous les étudierons au tome VIII.

1. Et même nuisible s'il a la moindre viscosité magnétique (par. 15-6c).

COURANTS
DANS LES DIVERS MILIEUX

CHAPITRE 16

COURANTS DANS LE VIDE PHÉNOMÈNES THERMO-ÉLECTRONIQUES ET PHOTO-ÉLECTRONIQUES OPTIQUE ÉLECTRONIQUE

16-1. — Généralités.

a) Dans ce chapitre et dans ceux qui suivent, nous étudierons les caractères des courants de conduction dépendant du milieu dans lequel ils sont produits, de l'origine des charges électriques mises en mouvement, et des champs qui agissent sur elles[1]. On n'oubliera pas que les champs électriques peuvent être dus à des actions électrostatiques ou à des phénomènes d'induction, ou être la somme vectorielle de champs de ces deux types.

b) On entend par *vide* un milieu gazeux très raréfié : dans les très bons vides réalisables industriellement (tome I, chap. 20 et tome II, chap. 11) la pression peut être abaissée à environ 10^{-5} N/m^2 10^{-10} atmosphère); les chocs entre les molécules sont alors assez rares pour que leur libre parcours moyen soit de l'ordre de grandeur des dimensions des récipients. Mais certains des phénomènes qui vont être étudiés gardent les mêmes caractères dans un vide beaucoup moins poussé (10^{-6} atmosphère, par exemple).

Le passage des corpuscules électrisés dans le vide et dans les gaz a fait, depuis la fin du XIX^e siècle, l'objet d'importantes études, dont les résultats, combinés avec ceux concernant l'émission et l'absorption des radiations (voir tome V) et les transmutations (voir tome VIII), ont largement contribué à former les conceptions actuelles relatives aux atomes et aux molécules.

1. La Commission Électrotechnique internationale a défini l'*Électronique* comme la partie de la science ou de la technique qui étudie les phénomènes de conduction électrique dans le vide, dans les gaz ou dans les semi-conducteurs et qui utilise les dispositifs basés sur ces phénomènes. On peut y ajouter l'étude de la conduction dans les métaux et les électrolytes, et celle des différences de potentiel de contact. On trouvera donc ci-après des notions fondamentales d'Électronique, en même temps que des résultats connus avant le développement de cette Science.

c) Les charges électriques qui se déplacent dans le vide doivent provenir de la matière : sauf cas exceptionnels (par. 17-22), ce sont des corpuscules négatifs, émis sous l'action de la lumière ou à haute température, et que les valeurs de leur charge e et de leur masse m, déterminées comme on va l'indiquer, ont permis d'identifier comme des électrons. Nous leur donnerons donc dès maintenant ce nom; mais les méthodes de mesure et les équations applicables à leur mouvement le sont aussi, en général, à celui de corpuscules de charges et de masses plus élevées.

A. *PHÉNOMÈNES THERMO-ÉLECTRONIQUES*

16-2. — Émission thermo-électronique. Diodes.

L'émission d'électrons par les métaux (d'autant plus intense qu'ils sont plus chauds) a été signalée au par. 1-8-a. Nous verrons qu'elle est due à la présence des électrons libres qui assurent la conduction métallique (par. 19-8).

a) Modifions l'expérience de la *figure 1-16*, en remplaçant l'électroscope chargé par un générateur continu S (*fig. 16-1*) à tension réglable (batterie de piles), dont le pôle positif est réuni à la plaque A et le pôle négatif au filament de tungstène C, qui est porté à l'incandescence pas le courant du générateur S'. Un galvanomètre g indique le passage d'un courant permanent I. Le circuit se ferme donc par convection de charger (négatives d'après ce qu'on a vu au par. 1-8) à travers CA dans l'ampoule; ce sont, nous l'avons dit, des électrons.

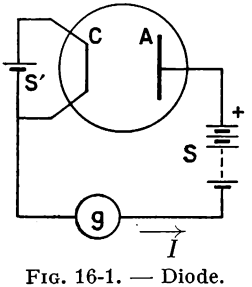


FIG. 16-1. — Diode.

On a ainsi réalisé un tube électronique à deux électrodes, dit aussi diode[1] (ÉDISON, 1880). La plaque est également appelée anode et le filament est appelé cathode : ces vocables désignent, de même qu'en électrolyse, le premier l'électrode par laquelle le courant (assimilé conventionnellement à un déplacement de charges positives), entrerait dans le tube, le second l'électrode par laquelle ce courant sortirait.

—o— Dans le tube représenté par la *figure 16-2*, la cathode est un filament court, l'anode A est percée d'un trou en son milieu. Sur le prolongement de la direction CA est placé un petit cylindre de FARADAY F_1 relié à un électroscope E. Lorsque le filament est chauffé, l'électroscope indique l'arrivée de charges négatives en F_1 : les charges se propagent en ligne droite au-delà de A.

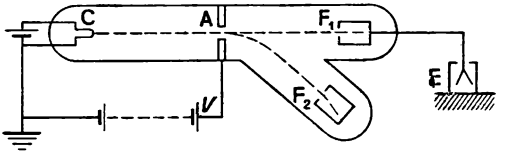


FIG. 16-2. — Diode à anode percée et cylindres de FARADAY.

1. Définitions adoptées par la Commission Électrotechnique Internationale. Le mot tube remplace en électronique le mot lampe employé antérieurement.

Ces charges en mouvement peuvent être déviées par un champ magnétique normal au plan de la figure. Si ce champ est dirigé de l'avant vers l'arrière, les charges peuvent être amenées à pénétrer dans un second cylindre de FARADAY[1] F_2. Cette expérience est une variante de celle de PERRIN, qui sera décrite au par. 17-22.

b) Les électrons qui se déplacent possèdent une quantité de mouvement et une énergie cinétique. Lorsqu'ils rencontrent un obstacle matériel, les lois du choc (tome I, par. 13-7) sont applicables.

L'énergie cinétique des électrons peut se transformer en chaleur.
—o— La plaque d'une diode est portée au rouge au bout d'un certain temps lorsque la différence de potentiel V entre anode et cathode a une valeur suffisante.
—o— Derrière l'anode A de la *figure 16-2* on dispose un moulinet M (*fig. 16-3*) formé de palettes de mica très légères, pouvant tourner autour d'un axe horizontal placé de façon que seules les palettes supérieures (par exemple) reçoivent les électrons. Lorsque V est de quelques centaines de volts, M se met à tourner, soit sous l'impulsion directe des électrons, soit par un effet de recul, dû à une impulsion communiquée aux molécules de gaz restant dans l'ampoule (voir fonctionnement du radiomètre, tome II, par. 11-12).

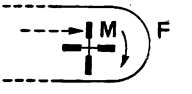


FIG. 16-3. — Action d'un faisceau d'électrons sur un moulinet M.

c) Nous étudierons ou signalerons d'autres transferts importants d'énergie des électrons : ionisation par chocs (par. 17-8), émission d'électrons secondaires (par. 16-10) et transformations diverses en énergie rayonnante : excitation optique par chocs (par. 17-3), production des rayons X (par. 17-21), fluorescence des solides...
Ce dernier phénomène permet de mettre en évidence la trace d'un pinceau d'électrons, par exemple sur le fond F du tube de la *figure 16-3* (le moulinet supposé enlevé) ; il suffit d'avoir enduit la paroi interne du tube en cet endroit d'une préparation fluorescente d'orthosilicate de zinc (willémite) ou de tungstate de cadmium. On peut encore disposer en F une émulsion photographique, qui se trouve impressionnée par le choc des électrons (il s'agit ici d'un phénomène d'ionisation, cf. tome IV, par. 18-1 b).

16-3. — Action d'un champ électrique sur les électrons. Électron-volt.

La force :

$$F = -eE$$

exercée par un champ électrique E sur un électron de charge $-e$ est dirigée en sens inverse de E ; elle existe, que l'électron soit au repos ou en mouvement. Dans ce dernier cas, l'effet observé dépend de l'orientation de F par rapport à la vitesse u de l'électron.

1. On doit, pour éviter des phénomènes d'influence perturbateurs, entourer F_1 et F_2 de cylindres métalliques, munis d'ouvertures convenables, reliés au sol de façon à former écran électrostatique (par. 3-3).

a) *Champ électrique longitudinal.* — Dans le tube de la *figure 16-2*, les électrons subissent rarement des chocs sur des molécules, comme on l'a rappelé plus haut. On peut appliquer le théorème de l'énergie cinétique (tome I, par. 10-16) : le travail accompli par la force F sur un électron qui se déplace de C en A est égal à eV (par. 2-2), V étant la chute du potentiel entre C et A.

D'où :

$$[16,1] \qquad eV = \frac{1}{2} m_0 (u_A^2 - u_C^2),$$

m_0 désignant la masse de l'électron (constante tant que sa vitesse n'est pas trop voisine de celle de la lumière : voir par. *16-6*), u_c et u_A les vitesses qu'il possède en quittant la cathode et en arrivant sur l'anode. V est appelée *différence de potentiel accélératrice*. La relation [16,1] joue un rôle très important dans les applications.

N. B. — Si, ce qui est fréquent, A et C sont faits de métaux différents, la tension accélératrice V est la différence algébrique entre la tension appliquée et la d.d.p. de VOLTA entre A et C, qui sera définie au par. 20-4. Cette correction sera supposée faite, dans tous les cas d'application de la formule [16,1] considérés ci-après.

On peut avoir une idée de l'ordre de grandeur de u_C, en remarquant que, dans l'expérience de la *figure 16-1*, on observe un courant alors même que la différence de potentiel V est nulle. Cela veut dire que des électrons sont émis avec une certaine vitesse, ce qui leur permet d'atteindre la plaque. En rendant V négative, on arrive à annuler le courant; ce résultat s'obtient pour une différence de potentiel qui varie avec la nature de la cathode et avec sa température, mais ne dépasse pas quelques volts : c'est le *potentiel d'arrêt* des particules.

Par suite, si l'on accélère les particules par une différence de potentiel positive de plusieurs dizaines ou plusieurs centaines de volts dans l'expérience de la *figure 16-2*, on peut le plus souvent négliger la vitesse initiale u_C devant la vitesse acquise u_A et écrire :

$$[16,2] \qquad eV = \frac{1}{2} m_0 u_A^2.$$

Dans l'espace vide en arrière de A, les électrons conservent une vitesse constante. Des électrons ayant tous même vitesse sont dits *monocinétiques.*

Il est souvent commode, en Électronique, d'exprimer les énergies en *électron-volts* (e V). Cette unité correspond, par définition, à l'énergie d'un électron accéléré par une différence de potentiel de 1 volt. Comme $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulombs (par. 3-17) :

$$[16,3] \qquad 1 \text{ électron-volt} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ joules.}$$

L'énergie des corpuscules très rapides qu'on sait obtenir aujourd'hui s'exprime en méga-électrons-volts (1 MeV $= 10^{-13}$J) ou même en milliards d'électrons-volts, ou giga-électron volts, souvent appelés, dans les mémoires de langue anglaise, billions d'e.V. (1 GeV ou 1 BeV $= 1{,}60 \cdot 10^{-10}$J).

Nous verrons que la masse m_0 de l'électron vaut $9{,}1.10^{-31}$ kg; la vitesse qu'il acquiert (à partir de zéro) en franchissant une différence de potentiel de 100 volts est donc :

$$u = \sqrt{2\frac{e}{m_0}V} = \sqrt{2.\frac{1{,}6.10^{-19}}{9{,}1.10^{-31}} \times 100} \simeq 6.10^6 \text{ m/s}$$

(soit 1/50 de la vitesse de la lumière). Plus généralement, on a :

$$u = 6.10^5\sqrt{V}\text{ m/s} \qquad (V \text{ évalué en volts}),$$

tant que la masse peut être regardée comme constante.

b) *Champ électrique transversal.* —o— Au-delà de l'anode A du tube de la *figure 16-2*, on dispose (*fig. 16-4*) les armatures P_1 et P_2 d'un condensateur plan, de façon que la vitesse initiale u des électrons leur soit parallèle. Soit E le champ électrique à peu près uniforme (par. 3-16) entre ces plateaux. L'électron est soumis à partir de M (*fig. 16-5*) à une force constante $F = -eE$ suivant la direction z'z; il prend donc, dans cette direction, un mouvement uniformément accéléré qui obéit à la relation :

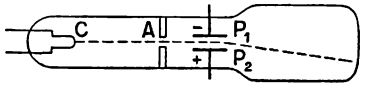


FIG. 16-4. — Action d'un champ électrique transversal sur un faisceau d'électrons.

$$F = -eE = m_0\frac{d^2z}{dt^2},$$

d'où

$$[16{,}4] \qquad z = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_0}t^2.$$

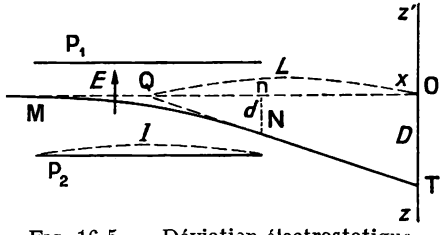


FIG. 16-5. — Déviation électrostatique.

D'autre part, il conserve suivant Mx la vitesse u et il continue de se déplacer dans cette direction selon la loi :

$$[16{,}5] \qquad x = ut.$$

Le mouvement est donc analogue à celui de chute d'un corps qui possède une vitesse horizontale (tome I, par. 8-6-c) (l'action de la pesanteur sur l'électron étant ici négligeable). La trajectoire se détermine en éliminant le temps entre les relations [16,4] et [16,5]; il vient :

$$z = \frac{1}{2}\frac{e}{m_0}\frac{E}{u^2}x^2.$$

C'est une parabole de sommet M. En N, à la sortie du condensateur de longueur l, la déviation linéaire nN = d a pour valeur :

$$d = \frac{e}{2m_0}\frac{E}{u^2}l^2.$$

Ensuite, l'électron, qui est de nouveau libre, prend un mouvement rectiligne et uniforme dans la direction de la tangente en N à la parabole. D'après une

propriété géométrique de la parabole, la tangente en N rencontre la tangente M O au sommet M en un point Q, qui est le milieu de Mn. La déviation $D = O\,T$ sur un écran situé à la distance L de Q a donc pour valeur :

$$[16,6] \qquad D = d\frac{2L}{l} = \frac{e}{m_0 u^2} lL.E.$$

Exemple numérique; soit : $\frac{1}{2}\frac{m_0}{e}u^2 = 100$ volts (Exemple du paragraphe précédent, électrons de vitesse $u = 6\,000$ km/*s*);

pour $E = 10^3$ V/m, $l = 0{,}04$ m et $L = 0{,}20$ m,
on trouve : $D = 0{,}04$ m.

16-4. — Action d'une induction magnétique constante et uniforme sur les électrons en mouvement.

a) Nous savons (par. 9-3) que la force de LAPLACE exercée par un champ d'induction magnétique B sur un électron de charge e (considérée en valeur algébrique) et de vitesse u a pour expression :

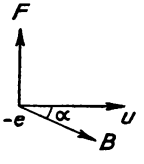


FIG. 16-6. — Force appliquée à un électron dans un champ d'induction.

$$[16,7] \qquad \vec{F} = e.\vec{u} \wedge \breve{B} = eBu \sin\alpha,$$

α étant l'angle de u avec B. Son sens est donné par la règle d'AMPÈRE, en tenant compte du signe négatif de e (*fig. 16-6*).

Cette force serait nulle si l'électron était au repos ($u = 0$) : contrairement à la force de COULOMB, la force de LAPLACE ne peut donc mettre en mouvement l'électron. Lorsque celui-ci est en mouvement, sa vitesse reste encore constante en grandeur, car la force F, étant normale à u, est normale en chaque point à la trajectoire électronique; son travail est nul, lors d'un déplacement quelconque de l'électron. L'accélération qu'elle produit est normale.

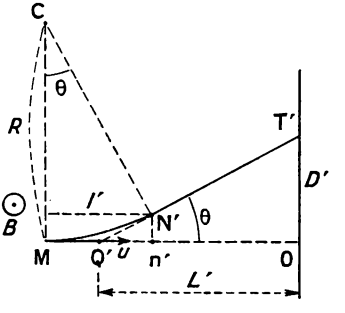


FIG. 16-7. — Trajectoire circulaire d'un électron dans un champ d'induction B normal.

b) *Champ magnétique transversal.* —o— Plaçons l'axe du tube de la *figure 16-2*, au-delà de l'anode A, dans l'entrefer d'un électro-aimant qui crée un champ d'induction *uniforme* B. La vitesse u (*fig. 16-7*) est perpendiculaire à la direction de B, supposée normale au plan de figure et dirigée d'arrière en avant. La trajectoire est incurvée, avec un rayon de courbure R relié à l'accélération normale a_n par la formule [1,7] du tome I :

$$a_n = \frac{u^2}{R}.$$

Le principe fondamental de la dynamique donne :

[16,8] $$F = eBu = \frac{m_0 u^2}{R},$$

d'où

[16,9] $$R = \frac{m_0}{e} \cdot \frac{u}{B}.$$

Cette quantité étant constante, la trajectoire de l'électron est une circonférence de rayon R décrite dans le plan de la *figure 16-7*. Lorsque l'électron quitte en N' la région occupée par le champ magnétique, après un trajet de longueur $Mn' = l'$, suivant la direction u, il suit la trajectoire rectiligne tangente en N' à la circonférence après avoir subi une déviation $n'N' = d'$. Une relation géométrique bien connue donne :

$$l'^2 = d'(2R - d')$$

et si d' est petit :

$$d' \simeq \frac{l'^2}{2R} \simeq \frac{e}{2m_0 u} B l'^2.$$

Soit Q' le point où N'T' rencontre la tangente MO en M; Q' est sensiblement au milieu de Mn'. La déviation D' sur un écran situé à la distance $Q'O = L'$ de Q' est :

$$D' = OT' = L' \operatorname{tg} \theta \simeq L' \frac{2d'}{l'},$$

d'où :

[16,10] $$D' \simeq \frac{e}{m_0 u} l' L' B.$$

c) Si la région de l'espace où règne le champ magnétique est assez étendue, l'électron va y décrire une circonférence complète, dont le rayon est donné par [16,9]. Le temps mis pour une révolution est :

[16,11] $$T = \frac{2\pi R}{u} = \frac{2\pi m_0}{Be}.$$

Il est indépendant de u. On remarque que $\omega = \frac{2\pi}{T}$ est double de la fréquence de LARMOR (par. 14-11).

Exemple numérique : $u = 6.10^6$ m/s, $B = 10^{-3}$ Wb/m²,

$$R = \frac{9{,}1.10^{-31}}{1{,}60.10^{-19}} \cdot \frac{6.10^6}{10^{-3}} = 0{,}034 \text{ m}.$$

La circonférence est décrite en un temps

$$T = \frac{6{,}28.0{,}034}{6.10^6} = 3{,}56.10^{-8} \text{ s}.$$

On peut remarquer, en comparant les formules [16,6] et [16,10] que la déviation électrique D fait intervenir l'énergie cinétique de l'électron $\frac{1}{2} mu^2$, la

déviation magnétique D' sa quantité de mouvement mu. Les électrons rapides sont plus aisément déviés par un champ magnétique que par un champ électrique.

d) *Induction magnétique uniforme oblique.* — Seule la composante $u \sin\alpha$, normale à B intervient dans la formule [16,7] qui règle la déviation. D'après les principes de dynamique déjà invoqués ci-dessus, la composante du mouvement de l'électron dans la direction de B est rectiligne et uniforme, avec la vitesse $u \cos\alpha$. Sur un plan normal à B, la projection de la trajectoire est circulaire avec un rayon :

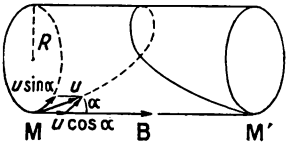


FIG. 16-8. — Trajectoire hélicoïdale d'un électron dans un champ d'induction B oblique.

$$R = \frac{m_0 u}{eB} \sin\alpha.$$

La trajectoire résultante est une hélice enroulée sur un cylindre de rayon R (*fig. 16-8*). Pendant le temps mis pour faire un tour :

[16,11 bis] $$T = \frac{2\pi R}{u \sin\alpha} = \frac{2\pi m_0}{eB},$$

l'électron progresse suivant la direction $\overset{\curvearrowright}{B}$ d'une distance :

[16,12] $$MM' = h = Tu \cos\alpha = \frac{2\pi m_0}{eB} u \cos\alpha;$$

h est le pas de l'hélice. Notons que si α est assez petit pour que $\cos\alpha \simeq 1$, h ne dépend plus de α : des électrons partant du point M avec des vitesses de même module, mais des directions différentes, toutes cependant voisines de celle de l'induction, vont tous se rassembler au point M'.

e) *Application : mesure de la vitesse des électrons.* — Une mesure directe mais grossière, de la vitesse des électrons a été faite (WIECHERT) par une méthode dont le principe est le suivant : une bobine étroite B_1 (*fig. 16-9*) est disposée de façon que son axe soit normal à un pinceau d'électrons. Elle est parcourue par un courant alternatif, de période T_0. Le pinceau oscille normalement au plan de figure et passe à travers le diaphragme D_1 s'il a traversé B_1 aux instants où le courant est nul. Une bobine analogue B_2, parcourue par le même courant que B_1, agit sur le pinceau électronique qui a traversé D_1 et le dévie de façon qu'il ne peut traverser le diaphragme D_2 et atteindre l'écran E, sauf si le courant est nul lorsque les électrons traversent B_2. Cette condition est réalisée si la distance a qui sépare les axes de B_1 et de B_2 est franchie en une demi-période du courant, c'est-à-dire si :

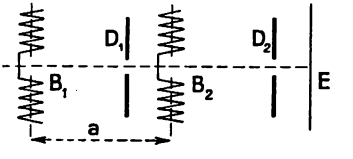


FIG. 16-9. — Mesure de la vitesse des électrons, méthode de WIECHERT.

$$u = \frac{2a}{T_0}.$$

16-5. — Actions subies par une particule électrisée dans le vide : cas général.

Si un champ électrostatique est un champ magnétique constant exercent simultanément leurs actions sur une particule de masse m, de charge q et de vitesse u, la force totale est :

[16,13] $$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u} \wedge \overset{\smile}{B}].$$

Si le champ magnétique est variable dans le temps, il faut, en outre, ajouter au champ $\vec{E}$ le champ électromoteur $\vec{E'}$ (par. 12-4), relié à $\overset{\smile}{B}$ par (12,14) :

$$\overset{\smile}{\text{rot}}\,\vec{E'} = -\frac{\overrightarrow{dB}}{dt}.$$

Il en résulte qu'un champ magnétique variable peut, contrairement à un champ statique, accélérer les particules chargées, par l'intermédiaire du champ E'.

En tenant compte des relations :

[2,35] $$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V$$

et

[10,16] $$\overset{\smile}{B} = \overset{\smile}{\text{rot}}\,\vec{A},$$

d'où

[6,15] $$\vec{E'} = -\frac{\overrightarrow{dA}}{dt},$$

on peut exprimer la force F en fonction du potentiel scalaire V et du potentiel vecteur $\vec{A}$:

[16,14] $$\vec{F} = q\left[-\overrightarrow{\text{grad}}\,V - \frac{\overrightarrow{dA}}{dt} + \vec{u} \wedge \overset{\smile}{(\text{rot}\,\vec{A})}\right].$$

16-6. — Mesure du rapport e/m_0 entre la charge et la masse de l'électron.

Cette mesure s'appuie sur les équations des paragraphes précédents qui contiennent le rapport $\frac{e}{m_0}$ cherché. Nous citerons deux méthodes :

a) La méthode de THOMSON fait agir sur un pinceau électronique, dans une même région de l'espace, un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\overset{\smile}{B}$ dont les lignes de force sont *normales* entre elles et à la direction de la vitesse u des électrons (*fig. 16-10*). La force électrique dévie dans la direction Oz' le point d'impact O des électrons. La force magnétique produit une déviation suivant Oz. En réglant la valeur de E, on ramène le spot à la position O qu'il occupait en l'absence de champ. De [16,6] et [16,10], l et l' étant les mêmes, ainsi que L et L', on déduit

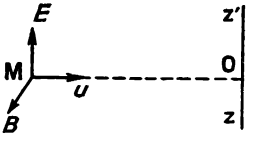


FIG. 16-10. — Méthode de THOMSON pour la mesure de e/m_0.

[16,15] $$u = \frac{E}{B}.$$

On fait ensuite agir le seul champ magnétique, par exemple, et on tire $\frac{e}{m_0}$ de la formule [16,10]. :

$$\frac{e}{m_0} = \frac{D'}{L'l'}\frac{u}{B} = \frac{D'}{L'l'}\frac{E}{B^2}.$$

b) La méthode de BUSCH fait intervenir la déviation magnétique par un champ parallèle à la direction moyenne d'un faisceau d'électrons divergents; ceux-ci, accélérés par une différence de potentiel V, de façon que leur vitesse soit calculable par la formule [16,2] et pénétrant avec des inclinaisons variables à travers un petit diaphragme centré sur le point M (*fig. 16-11*), forment d'abord une tache diffuse dans un plan normal en M' à MM'. Ils s'y concentrent autour de M' (cf. *fig. 16-8*) en une tache d'étendue égale à celle du diaphragme, lorsque l'induction a une valeur telle que la condition [16,12] soit remplie, soit, avec $\cos\alpha \simeq 1$ et en tenant compte de [16,2] :

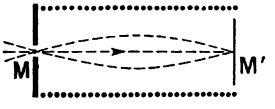


FIG. 16-11. — Méthode de BUSCH pour la mesure de e/m.

$$[16,16] \qquad \frac{e}{m_0} = \frac{8\pi^2 V}{B^2 l^2}.$$

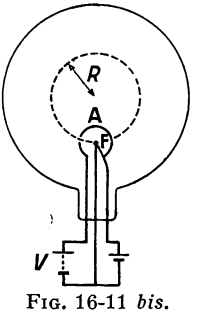


FIG. 16-11 *bis*.
Mesure de e/m_0.

c) —o— Des appareils commerciaux sont formés d'une ampoule contenant de l'hydrogène à une pression de 10^{-5} atm environ, dans laquelle un filament F (*fig. 16-11 bis*) chauffé émet des électrons accélérés par une différence de potentiel V d'environ 200 V. Le pinceau d'électrons qui sort de l'anode perforée A a une trajectoire rectiligne, rendue visible par la luminescence bleue du gaz raréfié qu'il excite sur son parcours. L'ampoule est placée entre deux bobines de HELMHOLTZ B_1 et B_2 (par. 9-3) fournissant un champ magnétique normal à la trajectoire des électrons et sensiblement uniforme dans le volume de l'ampoule. En faisant croître à partir de zéro le courant qui traverse les bobines, on voit le faisceau lumineux s'incurver progressivement, jusqu'à former une circonférence de rayon R. La connaissance de la tension V et la mesure de R fournissent une mesure approchée du rapport $\frac{e}{m_0}$, par application des relations [16,2] et [16,9].

d) *Résultats.* — Tant que la vitesse u des électrons ne dépasse pas des valeurs de l'ordre de 10^7 m/s, les méthodes donnent pour le rapport $\frac{e}{m_0}$ des valeurs concordantes, dont la moyenne est :

$$[16,17] \qquad \frac{e}{m_0} = 1{,}76.10^{11}\ \frac{\text{coulombs}}{\text{kilogramme}}.$$

De la valeur de e, déterminée directement (par. 3-17)

$$e = 1{,}60.10^{-19}\ \text{coulombs},$$

on tire : [16,18] $$m_0 = 9{,}11.10^{-31}\ \text{kg}.$$

Il est intéressant de comparer m_0 à la masse m_H du plus léger des atomes, celui d'hydrogène. De la masse atomique H = 1,008 et du nombre d'Avogadro (tome II, par. 9-3), $\mathcal{N} = 6{,}025\ 10^{26}$, on déduit $m_H = \frac{H}{\mathcal{N}} = 1{,}67\ 10^{-27}$ kg.

D'où :

[16, 18bis] $$\frac{m_H}{m_0} \simeq 1835.$$

Lorsque la vitesse des électrons est très élevée, on observe qu'à mesure qu'elle augmente, les valeurs du rapport de la charge à la masse diminuent. Cet effet s'interprète en admettant que la masse de la particule croît avec sa vitesse. La théorie de la relativité prévoit que cette variation doit se faire suivant la loi :

[16,19] $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}.$$

Dans cette formule, m_0 désigne la *masse au repos*, m la masse effective pour la vitesse u, c la vitesse de la lumière ($c \simeq 3.10^8$ m/s).

Négligeable pour les vitesses relativement petites, la variation de masse devient ensuite considérable, comme l'indique le tableau ci-dessous :

TABLEAU 16-1.

Variations relatives de la masse m en fonction de la vitesse u.

$\frac{u}{c}$	0	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,99	0,999	1
$\frac{m}{m_0}$	1	1,000 05	1,005	1,02	1,09	1,25	1,67	2,3	7,1	22	∞

La formule [16,19] est générale, mais seuls des atomes ou des fragments d'atomes (et spécialement les électrons) peuvent être actuellement animés de vitesses u qui permettent d'observer une différence entre m et m_0. La *figure 16-12* montre la répartition des points expérimentaux sur la courbe tracée d'après l'équation [16,19]. Les expériences de vérification n'ont porté que jusqu'à $\frac{u}{c} = 0{,}8$; mais nous verrons (tome VIII) que l'on est obligé de tenir compte d'une variation de masse considérable dans la construction des accélérateurs de particules.

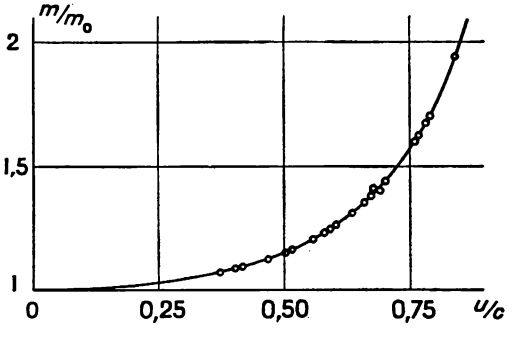


FIG. 16-12. — Variations relatives de la masse m d'une particule en fonction de sa vitesse u.

16-7. — Courbes caractéristiques d'une diode.

a) Revenons à l'expérience de la *figure 16-1.* L'étude du courant I montre qu'il est fonction de deux variables : la température T de la cathode chaude et la différence de potentiel V que présente l'anode par rapport à elle. Lorsque la cathode est un filament de tungstène parcouru par le courant d'un générateur, il existe une différence de potentiel de l'ordre de quelques volts entre ses extrémités : on convient de prendre pour origine des potentiels le pôle *négatif* du filament. La température T peut être mesurée au moyen d'un couple thermo-électrique ou d'un pyromètre optique (tome II, par. 20-9).

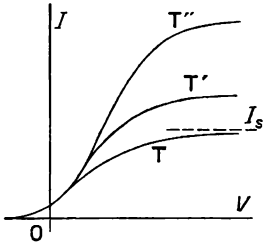


FIG. 16-13. — Caractéristiques d'une diode $I = f(V)$ pour diverses valeurs de T.

b) Pour une température T déterminée (le chauffage du filament étant maintenu constant), la courbe $I = f(V)$, qui est dite *caractéristique* de la diode considérée, a l'allure que représente la *figure 16-13*, sa forme exacte variant plus ou moins selon celle des électrodes, leurs dimensions et leur position relative. Le courant commence à passer lorsque la différence de potentiel entre la plaque et le corps chauffé est négative, car, ainsi qu'on l'a vu au par. 16-3-a, certains électrons sont émis par le filament avec une vitesse notable. A mesure que le potentiel de la plaque croît, l'intensité du courant augmente, d'abord suivant la loi suivante énoncée par LANGMUIR :

$$[16,20] \qquad I = kV^{3/2},$$

k désignant une constante. Puis la croissance se ralentit et I finit par tendre vers une limite I_s : c'est le *courant de saturation.* La plaque recueille alors tous les électrons que peut fournir le filament. Pour différentes températures, on obtient le réseau de courbes que montre la *figure 16-13.*

Le courant de saturation, rapporté à l'unité de surface de cathode, est, dans le cas du tungstène pur, de l'ordre de 25 mA/cm² à 2 200 °K, et de 4 A/cm² à 2 800 °K. Ces valeurs sont très approximatives, car l'évaluation de la surface est très incertaine, le filament n'étant ou ne restant pas poli.

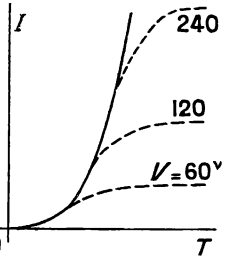


FIG. 16-14. — Caractéristiques d'une diode $I = f(T)$ pour diverses valeurs de V.

c) —o— Pour une tension anodique V constante, lorsqu'on alimente la cathode par des courants de plus en plus intenses — ce qui augmente sa température — on observe des valeurs rapidement croissantes de l'intensité de saturation. Si l'on détermine dans ces conditions la courbe $I = f(T)$, on observe que le courant thermoélectronique croît d'abord rapidement avec la température (*fig. 16-14*) suivant la loi suivante, dite de RICHARDSON-DUSHMAN :

$$[16,21] \qquad I_s = aT^2 \exp(-b/T),$$

dans laquelle a et b désignent des constantes[1]. Puis la croissance devient plus lente et, si V n'est pas trop élevé, l'intensité atteint une valeur limite constante. Pour diverses valeurs de V, on obtient un ensemble de courbes tel que sur la *figure 16-14.*

—o— On construit par points l'une des caractéristiques d'une diode, en donnant à V des valeurs diverses.

—o— En envoyant des courants d'intensités de plus en plus grandes dans le filament (sans mesurer la température de celui-ci), on constate la croissance très rapide du courant de saturation.

16-8. — Interprétation des caractéristiques. Rôle de la charge d'espace.

a) Certains des résultats précédents sont difficiles à interpréter par la représentation simple que nous nous sommes faite, au par. 16-3-a, du transport du courant par les électrons. Il semblerait, en effet, que le courant de saturation, à température donnée, dût s'obtenir pour une différence de potentiel V même très faible, car un électron doit se déplacer dès qu'il est soumis à un champ. D'autre part, on peut penser que l'émission d'électrons est due à l'agitation thermique, comme le suggère l'analogie entre la formule [16,31] et celle de la vaporisation (tome II, par. 16-15)[2] et nous verrons (par. 19-9) que cette vue est correcte; mais alors, on comprend mal que l'émission thermoélectronique cesse de croître au-dessus d'une certaine température, d'ailleurs variable avec V (*fig. 16-14*).

Ces phénomènes s'expliquent lorsqu'on tient compte des interactions des électrons, qui sont en nombre considérable entre la cathode et l'anode, constituant ce qu'on appelle une *charge d'espace.* Pour prendre des conditions simples, admettons que ces électrodes soient planes et distantes de d dans une direction prise pour axe Ox; de plus, négligeons la vitesse initiale u_e des électrons. En régime permanent, la densité de courant (par. 6-5)

$$[16,22] \qquad i = -n\,e\,u,$$

n étant le nombre d'électrons par unité de volume, est uniforme. Les électrons, accélérés entre C et A, ont une vitesse plus grande près de A, ils y sont donc moins nombreux qu'au voisinage de C. La répartition du potentiel entre C et A est par suite modifiée par la charge d'espace; en effet, l'équation de Poisson [2,45] s'écrit ici[3] :

$$[16,23] \qquad \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{ne}{\varepsilon_0}.$$

1. De la valeur expérimentale de b, on peut déduire celle du travail d'extraction des électrons, qui sera défini au par. 16-20.

2. Une étude basée sur la Mécanique classique avait conduit Richardson à la formule [16, 21bis] $I_s = A\sqrt{T}\exp\left(-\frac{B}{T}\right)$ (A et B constantes), analogue à celle de la vaporisation. En utilisant la Mécanique quantique, Dushman a établi la formule [16, 21]. Quoique différentes, les deux formules traduisent l'une et l'autre assez correctement les résultats expérimentaux (qui dépendent de l'état des surfaces), la variation de l'exponentielle étant prépondérante. Des déterminations précises et délicates sont nécessaires pour justifier la seconde et non la première.

3. Nous supprimons le symbole des dérivées partielles, car V ne dépend que de x.

Par suite, la courbe $V = f(x)$, qui serait la droite I (*fig. 16-15*) en l'absence des charges d'espace ($\rho = 0$, $\frac{d^2V}{dx^2} = 0$), prend une courbure positive et a la forme II.

Ce qui précède suffit à expliquer qualitativement les faits observés. Pour une tension donnée, lorsque l'on augmente la température, le nombre d'électrons émis croissant, la courbe $V = f(x)$ tend à devenir tangente en 0 à l'axe Ox (*fig. 16-15*, courbe III) : le champ tend à devenir nul au voisinage de la cathode et à ne plus entraîner d'électrons supplémentaires, d'où l'allure de la *figure 16-14*.

D'autre part, à une température donnée, un accroissement de la tension (correspondant à un déplacement du point V_a vers le haut sur la *figure 16-15*) est nécessaire pour faire passer la courbe de l'allure III à l'allure II et provoquer l'apparition d'un champ au voisinage de C; d'où la croissance progressive des courbes de la *figure 16-13*.

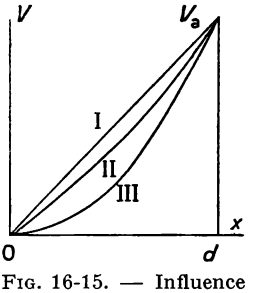


FIG. 16-15. — Influence de la charge d'espace sur la répartition des potentiels.

On peut même retrouver la loi exprimée par la formule [16,20].Aux équations [16,22] et [16,23], ajoutons

$$[16,2] \qquad \frac{1}{2}mu^2 = eV$$

et éliminons n, e et u entre ces trois relations; il vient :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{i}{\varepsilon_0 u} = \frac{i}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2eV}}.$$

Pour résoudre cette équation différentielle, multiplions les deux membres par $2\frac{dV}{dx}$ et intégrons :

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{4i}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}V^{1/2} + \text{cte.}$$

Comme, pour $x = 0$, $V = 0$ et $\frac{dV}{dx} = 0$, la constante d'intégration est nulle. Prenons la racine carrée de l'expression précédente :

$$\frac{dV}{dx} = 2\sqrt{\frac{i}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}}V^{1/4},$$

ou

$$V^{-1/4}dV = 2\sqrt{\frac{i}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}}dx.$$

En intégrant de nouveau, on obtient :

$$\frac{2}{3}V^{3/4} = \frac{i}{\varepsilon_0}\frac{m}{2e}x,$$

la constante d'intégration étant nulle, puisque $V = 0$ pour $x = 0$. Enfin, après élévation au carré, puisque $V = V_a$ pour $x = d$:

$$[16,24] \qquad i = \frac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{\frac{2e}{m}}\frac{1}{d^2}V_a^{3/2}.$$

c'est bien la loi de LANGMUIR.

Lorsque la cathode et l'anode ont des formes moins simples, par exemple celles de cylindres coaxiaux, le calcul fournit des formules analogues à [16,24], mais avec des coefficients numériques différents.

16-9. — Cathodes à oxydes. Chauffage indirect.

a) Le courant électronique fourni par les cathodes de tungstène est de l'ordre de 3 à 6 mA par watt dépensé pour le chauffage. Une température élevée accroît l'émission électronique, mais diminue la durée du filament. Le courant peut devenir de l'ordre de 100 mA par watt lorsqu'on utilise des *cathodes à oxydes*, formées par un support recouvert d'une couche d'oxydes de métaux alcalino-terreux (baryum, strontium), et portées à une température de l'ordre de 1 100 °C, bien moins élevée que dans le cas du tungstène pur.

FIG. 16-16. Cathode à chauffage indirect.

Le plus souvent, le support n'est pas un filament incandescent, mais il comporte un tube en matière réfractaire ou en nickel (*fig. 16-16*), à l'intérieur duquel pénètre un filament chauffé par effet JOULE. Ce *chauffage indirect* de la cathode présente, au point de vue théorique, l'avantage de fournir une électrode équipotentielle et d'éviter l'incertitude sur V_a signalée au par. 16-7-a. Il a, en outre, l'avantage pratique important de permettre le chauffage du filament par un courant alternatif, à condition que l'inertie thermique de la cathode soit suffisante pour que sa température ne varie pas sensiblement au rythme du courant[1].

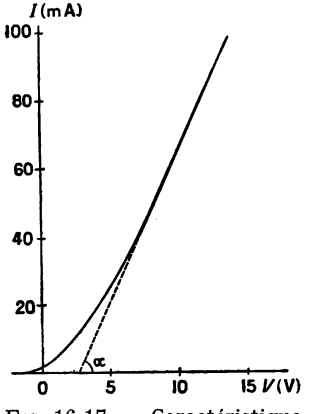


FIG. 16-17. — Caractéristique d'une diode avec cathode d'oxyde.

b) Les caractéristiques $I = f(V_a)$ d'une diode utilisant une cathode à oxyde diffèrent sensiblement de celles de la *figure 16-13*. Elles comprennent (*fig. 16-17*) une partie quasi rectiligne, pour laquelle on peut poser :

[16,25] $$\Delta V_a = R_i \, \Delta I,$$

avec : $$R_i = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha};$$

R_i est la résistance interne de la diode. Elle s'exprime en *ohms* si V est évalué en volts et I en ampères. Suivant la construction, R_i varie de quelques centaines à 10^5 Ω. Puis la courbe s'infléchit, mais avant que la tendance à la saturation soit très marquée, le courant trop intense détériorerait la cathode. Aussi ces lampes ne sont-elles utilisées que dans les conditions qui correspondent à la partie tracée de la courbe de la *figure 16-17*.

16-10. — Emplois d'une diode.

L'emploi le plus important des diodes est le redressement et la détection des courants alternatifs. Il repose sur le fait que si l'on applique entre les électrodes d'une diode une tension alternative, le courant électronique ne la traverse que durant l'alternance où la plaque est positive. Nous étudierons cet emploi au tome VII.

1. Cette inertie est toujours importante : il faut un temps de l'ordre de 0,5 minute après l'allumage pour que la température de régime soit atteinte.

Pour l'utilisation d'une diode, on dispose souvent dans le circuit de plaque une résistance que nous supposerons ici purement ohmique et de valeur R (*fig. 16-18*). Soit alors V la différence de potentiel aux bornes de la batterie de plaque (ou tension d'alimentation). Le potentiel de l'anode V_a n'est pas égal à V; la loi d'OHM donne : $V_a = V - RI$.

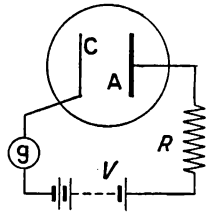


FIG. 16-18. — Résistance R dans le circuit de plaque d'une diode.

La relation [16,25] s'écrit alors :

$$\Delta I = \frac{\Delta V_a}{R_i} = \frac{\Delta V}{R_i} - \frac{R}{R_i}\Delta I,$$

ou

$$[16,26] \qquad \Delta I = \frac{\Delta V}{R + R_i}.$$

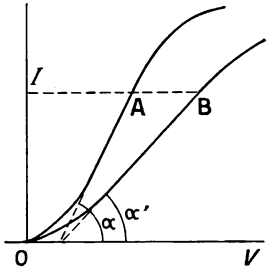


FIG. 16-19. — Caractéristique statique (OA) et caractéristique en charge (OB) d'une diode.

La courbe $I = f(V)$ obtenue dans ces conditions est appelée *caractéristique en charge*, par opposition à la *caractéristique statique*, obtenue pour $V = V_a$. La *figure 16-19* montre comment la caractéristique en charge OB se déduit de la caractéristique statique OA, pour une valeur déterminée de R. Le point B est tel que $AB = R\,I$. Dans le cas où la caractéristique statique est assimilable à une droite, la caractéristique en charge l'est aussi. Entre leurs pentes $\operatorname{tg}\alpha$ et $\operatorname{tg}\alpha'$ existe la relation

$$R_i \operatorname{tg}\alpha = (R + R_i) \operatorname{tg}\alpha'.$$

La puissance dissipée dans le circuit d'anode parcouru par un courant constant I est $\mathcal{P} = V\,I$. Elle est fournie par la batterie et apparaît sous forme d'échauffement de la plaque.

16-11. — Triodes.

a) Un tube à trois électrodes, appelé aussi *triode*, diffère d'une diode par l'addition d'une électrode métallique à claire-voie entre la cathode et l'anode (LEE DE FOREST, 1907). Cette troisième électrode est appelée *grille* en raison de sa forme. Elle peut être formée par un fil enroulé en hélice, dans le cas où la plaque est un cylindre dans l'axe duquel est tendu le filament (*fig. 16-20-a*); ou plus souvent par un cadre sur lequel sont tendus des fils assez serrés, lorsque l'anode est plane (*fig. 16-20-b*).

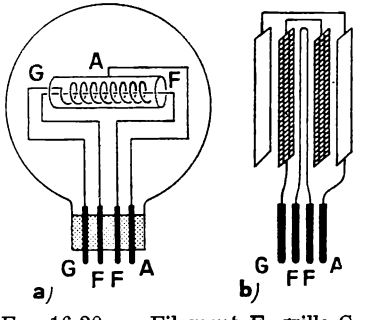


FIG. 16-20. — Filament F, grille G et plaque A d'une triode.

Le circuit d'utilisation d'une triode est représenté sur la *figure 16-21*. L'anode A est portée à un potentiel V_a et la grille à un potentiel V_g par rapport au filament. Des galvanomètres ou milliampèremètres g et g' mesurent respectivement les courants I_a et I_g qui traversent le tube entre l'anode ou la grille et le filament.

Pour une température déterminée de la cathode, I_a et I_g sont des fonctions des deux variables V_a et V_g :

$$[16,27] \qquad \begin{cases} I_a = f_a(V_a, V_g) \\ I_g = f_g(V_a, V_g). \end{cases}$$

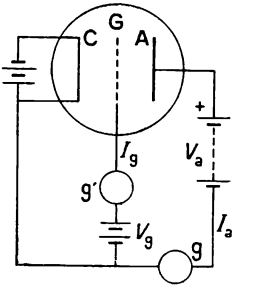


FIG. 16-21. — Circuit d'utilisation d'une triode.

On peut représenter chacune d'elles par une surface caractéristique, comme on l'a vu pour le volume d'un corps pur, fonction de la pression et de la température (tome II, par 16-7).

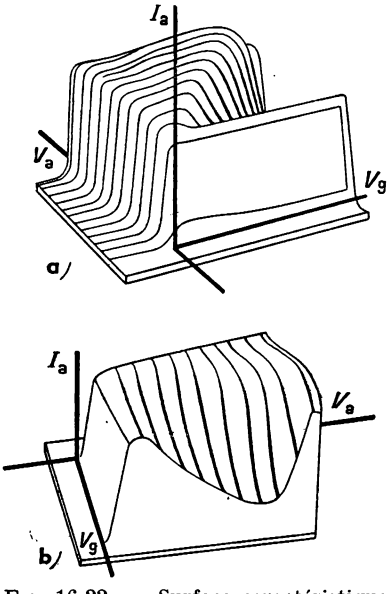


FIG. 16-22. — Surface caractéristique $I_a = f(V_a, V_g)$ d'une triode.

Les *figures 16-22 a et b* représentent deux vues en perspective de cette surface pour une triode à filament de tungstène pur. La *figure 16-23* représente le réseau des courbes caractéristiques de plaque $I_a = f(V_a)$ obtenues en coupant la surface précédente par des plans normaux à l'axe des V_g pour diverses valeurs de V_g. Lorsque V_g, augmente, elles se déplacent vers les faibles valeurs de V_a. La *figure 16-24* représente le réseau des courbes $I_a = f(V_g)$ (caractéristiques de grille) qui résultent de l'intersection de la surface par des plans V_a = constante, parallèles à yOz.

b) L'allure des courbes $I_a = f(V_a)$ s'explique par les considérations suivantes. Lorsque le potentiel de la grille est négatif, elle repousse les électrons

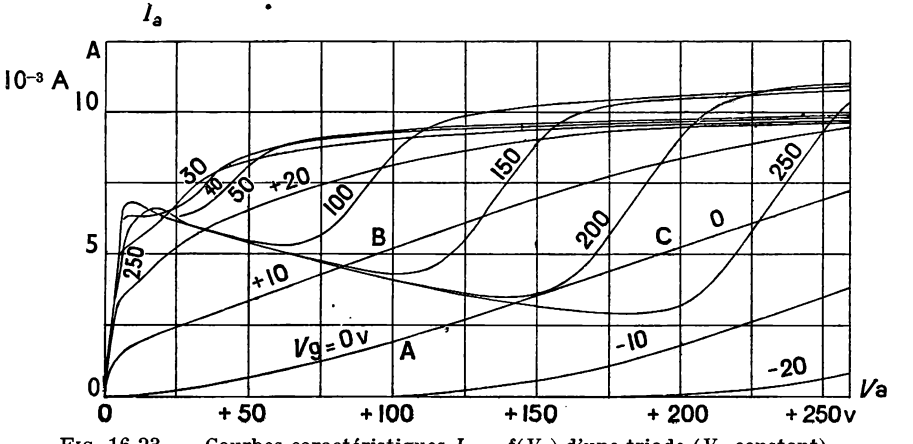


FIG. 16-23. — Courbes caractéristiques $I_a = f(V_a)$ d'une triode (V_g constant).

émis par le filament, et ceux-ci ne peuvent atteindre l'anode que si son potentiel est assez élevé pour que le champ résultant leur permette de surmonter cette répulsion. Lorsque la grille devient positive, le champ qu'elle crée s'ajoute à celui de l'anode et le courant croît rapidement avec V_a. Une petite part des électrons va sur la grille, le reste sur la plaque, et des courants de saturation peuvent être observés. Mais lorsque le potentiel V_g atteint une valeur notablement supérieure à V_a, la courbe $I_a = f(V_g)$, après avoir débuté par une partie quasi rectiligne de pente rapide et positive (sur laquelle on peut définir une résistance intérieure par la relation [16,25]) se poursuit par une partie de pente négative correspondant à des conditions

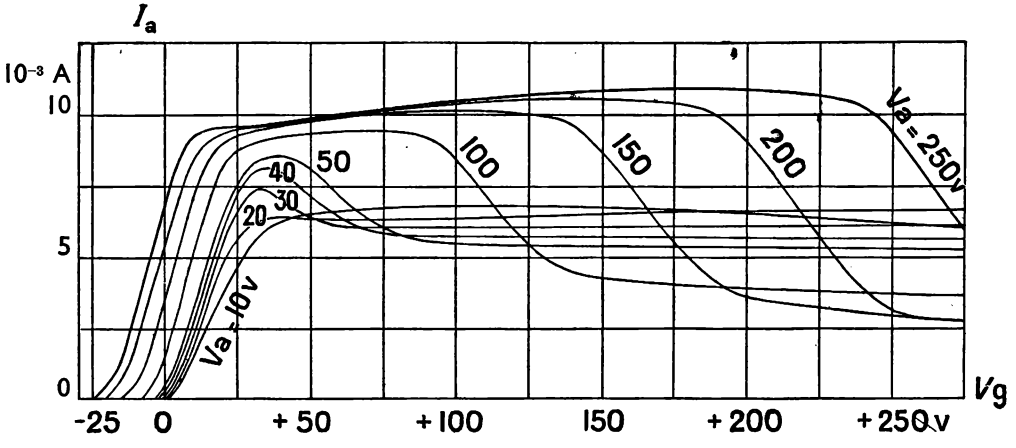


FIG. 16-24. — Courbes caractéristiques $I_a = f(V_g)$ d'une triode (V_a constant).

où le flux d'électrons vers la plaque semble diminuer à mesure que la tension croît. Il se produit alors un phénomène complexe, connu sous le nom *d'effet dynatron*[1] : les électrons, fortement accélérés par le champ qui règne entre la cathode et les deux autres électrodes, frappent la plaque avec une énergie cinétique suffisante pour en arracher des électrons (dits *électrons secondaires*), qui se dirigent vers la grille, dont le potentiel est positif par rapport à la plaque. Ce mouvement de charges en sens inverse du sens initial produit une diminution du courant; il a naturellement, comme on le voit sur les courbes, tendance à s'atténuer lorsque le potentiel de la plaque se rapproche de celui de la grille.

c) Beaucoup de triodes sont munies d'un filament à chauffage indirect, ce qui réduit la partie utile de leurs caractéristiques de façon analogue à ce qui a lieu pour les diodes. Les *figures 16-25* à *16-27* montrent respectivement les caractéristiques $I_a = f(V_a)$, $I_a = f(V_g)$ et $I_g = f(V_g)$ pour une certaine triode (de dénomination commerciale 6 J 5).

1. Cet effet est utilisé dans les multiplicateurs d'électrons (par. 16-24).

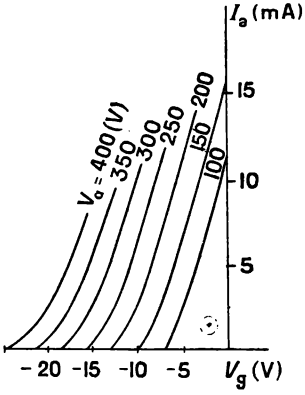


FIG. 16-25. — Exemple de caractéristiques $I_a = f(V_a)$ d'une triode à chauffage indirect.

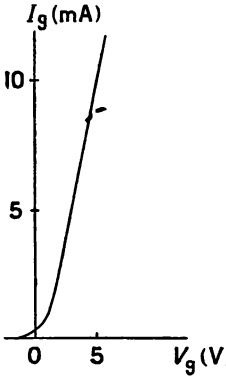


FIG. 16-26. — Exemple de caractéristiques $I_a = f(V_g)$ d'une triode à chauffage indirect.

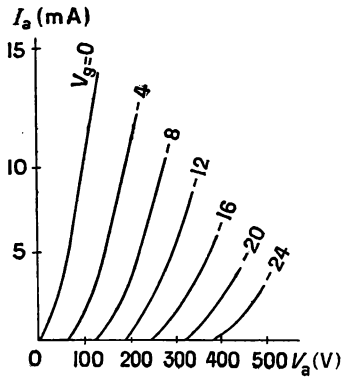


FIG. 16-27. — Exemple de caractéristiques $I_g = f(V_g)$ d'une triode à chauffage indirect.

16-12. — Coefficient d'amplification et pente d'une triode.

a) Examinons maintenant en détail les courbes relatives aux faibles tensions de grille. Dans le cas représenté par la *figure 16-23* pour $V_g = 0$ volt et $V_a = 100$ volts, on a $I_a \simeq 2.10^{-3}$ ampères (point A). Pour $V_g = +10$ volts, en maintenant la valeur V_a, on a $I_a \simeq 5{,}2.10^{-3}$ ampères (point B). Si l'on avait au contraire gardé constante la valeur $V_g = 0$ volt, on aurait pu atteindre la valeur $I_a \simeq 5{,}2.10^{-3}$ ampères, en élevant la valeur de V_a jusque vers 200 volts environ (point C). Un accroissement de 10 volts sur V_g produit donc la même variation de I_a qu'une augmentation de 100 volts sur V_a. Cette équivalence correspond à une propriété importante de la triode; on appelle *coefficient d'amplification* (en volts) le rapport :

$$[16,28] \qquad K = \frac{\Delta V_a}{\Delta V_g}$$

entre les variations de tensions de plaque et de grille qui produisent la même variation du courant anodique.

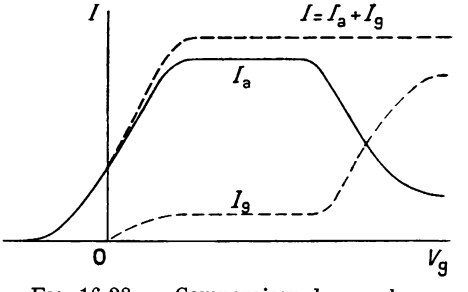


FIG. 16-28. — Comparaison des courbes $I_a = f(V_g)$ et $I_g = f(V_g)$.

b) L'examen des courbes $I_a = f(V_g)$ (*figure 16-24*) conduit aux mêmes conclusions. Elles s'écartent de l'axe des abscisses pour des valeurs négatives du potentiel de grille, et d'autant plus tôt que le potentiel de plaque est plus élevé. Les courbes correspondant à des valeurs élevées de V_a montrent toutes l'existence d'un courant de saturation; mais lorsque le potentiel de grille prend des valeurs suffisamment grandes, le courant diminue par suite de l'effet dynatron.

Si l'on relève les indications du milliampèremètre g' en même temps que celles de g, pour un potentiel V_a constant, on trouve que les ordonnées des courbes I_a et I_g de la *figure 16-28* ont une somme constante à partir de la valeur de V_g pour laquelle I_a ne croît plus que très lentement. Lorsque le potentiel de grille approche de celui de l'anode, I_g croît aux dépens de I_a, car l'émission secondaire de l'anode est captée par la grille, comme on l'a vu en 16-11 b.

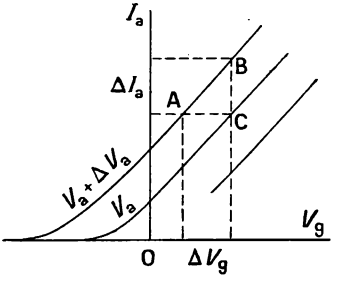


FIG. 16-29. — Détail de la figure 16-24.

Dessinons à une grande échelle (*figure 16-29*) le début de quelques-unes des courbes de la *figure 16-24*. Dans leur partie rectiligne, elles sont parallèles et, si elles correspondent à des valeurs de V_a en progression arithmétique, elles sont sensiblement équidistantes. Un accroissement $\Delta V_g = \text{AC}$ de V_g correspond à un accroissement $\Delta I_a = \text{CB}$ de I_a, à V_a constant; le même accroissement ΔI_a aurait pu être obtenu, à V_g constant, en donnant au potentiel de l'anode V_a un accroissement tel que le point représentatif passe de C, sur la courbe V_a, en B, sur la courbe $V_a + \Delta V_a$. La définition donnée plus haut du coefficient d'amplification K [16,28] montre que :

$$K = \frac{\Delta V_a}{\text{AC}}.$$

c) D'autre part, la définition [16,25] de la *résistance intérieure* donne :

$$R_i = \frac{\Delta V_a}{\text{BC}}.$$

Remarquons que ΔV_a n'est pas représentable par une longueur sur la *figure 16-29*, car les ordonnées représentent des ampères, non des volts : les valeurs de V_a ne sont que des cotes relatives à chaque courbe. Mais formons le rapport :

[16,29] $$S = \frac{K}{R_i} = \frac{\text{BC}}{\text{AC}} = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_g};$$

S est la pente de la caractéristique $I_a = \text{f}(V_g)$. On l'appelle la *pente* de la triode; elle s'exprime en inverses d'ohm dans le système pratique.

Si V_a et V_g varient à la fois, nous pouvons écrire dans la partie rectiligne des caractéristiques :

[16,30] $$\Delta I_a = \frac{\Delta V_a}{R_i} + \frac{K}{R_i}\Delta V_g,$$

d'où les valeurs des dérivées partielles :

[16,31] $$\begin{cases} \dfrac{\partial I_a}{\partial V_a} = \dfrac{1}{R_i} \\ \dfrac{\partial I_a}{\partial V_g} = S. \end{cases}$$

On voit sur la *figure 16-26* que les courbes $I_a = f(V_g)$ relatives à diverses tensions de plaque se déduisent l'une de l'autre, dans leurs parties rectilignes, par une translation parallèle à l'axe des abscisses. On en déduit que la pente S ne dépend ni de V_a ni de V_g. La même remarque s'applique aux courbes $I_a = f(V_a)$ pour diverses valeurs négatives de V_g. R_i ne dépend donc que de I_a. La *figure 16-30* représente les variations de S, R_i et de $K = S.R_i$ en fonction de I_a pour la triode 6 J 5. Elle montre, en particulier, que K demeure constant dans toute la région d'emploi.

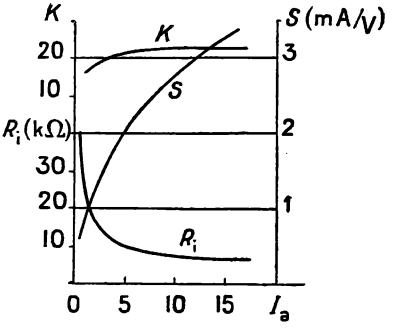


FIG. 16-30. — Exemple de variations de R_i, S et K en fonction de I_a.

d) La mesure de R_i, de K et de S sera étudiée au tome VII. Le *tableau 16-2* donne des exemples de valeurs de ces caractéristiques, pour diverses triodes effectivement réalisées.

TABLEAU 16-2.

Exemples de valeurs du coefficient d'amplification en volts K, de la résistance intérieure R_i et de la pente $S = K/R_i$ pour diverses triodes (fonctionnement normal)[1].

K	R_i (Ω)	S (A/V)
4,2	$0{,}8.10^3$	$5{,}2.10^{-3}$
9	$10\ .10^3$	$0{,}9.10^{-3}$
16	$4\ .10^3$	$4\ .10^{-3}$
20	$7{,}7.10^3$	$2{,}6.10^{-3}$
100	$66\ .10^3$	$1{,}5.10^{-3}$

1. Les tubes électroniques sont désignés commercialement par des symboles que nous n'avons pas reproduits, en raison de leur manque de coordination.

On peut donner une signification simple au coefficient d'amplification K d'une triode, en le reliant aux propriétés électrostatiques des électrodes. A ce point de vue, dans une triode dont le filament n'émet pas d'électrons, le filament et la grille, d'une part, le filament et la plaque, d'autre part, forment les armatures de deux condensateurs qui sont, approximativement, à influence totale (par. 3-11) dans beaucoup de triodes; appelons C_{gc} et C_{ac} leurs capacités respectives. Lorsque les tensions V_g et V_a sont établies, la charge induite sur le filament est donnée par :

$$Q = C_{gc}V_g + C_{ac}V_a.$$

Remarquons que, la grille formant écran électrostatique entre le filament et la plaque, on a $C_{ac} \ll C_{gc}$.

Faisons varier V_g de ΔV_g et V_a de $-\Delta V_a$ de façon que Q reste constant.

On a : $$C_{gc} \cdot \Delta V_g = C_{ac} \cdot \Delta V_a,$$

d'où [16,32] $$\frac{C_{gc}}{C_{ac}} = \frac{\Delta V_a}{\Delta V_g} = K.$$

Le coefficient d'amplification représente donc le rapport entre la capacité grille-cathode et la capacité anode-cathode dans la triode. Lorsqu'il y a émission d'électrons, la charge d'espace (par. 16-8) ne permet plus de raisonner aussi simplement. L'expérience montre cependant que la relation [16,32] est encore approximativement valable.

On peut donc augmenter l'amplification K d'une triode, en rapprochant la grille du filament, ce qui augmente C_{gc} et en éloignant la plaque, ce qui diminue C_{ac}. Mais, cela faisant, on augmente R_i, de sorte que la pente S n'augmente pas à proportion de K.

On peut, en effet, regarder la triode comme une diode dont la grille serait au potentiel $V_g + V_a/K$. La formule [16,24] montre que I_a varie comme $(V_g + V_a/K)^{3/2}$ et diminue donc lorsque K augmente; tout se passe donc comme si R_i augmentait avec K.

e) Comme dans le cas des diodes, il faut distinguer pour les triodes les caractéristiques en charge des caractéristiques statiques.

—o— Dans le circuit de la *figure 16-21*, intercalons une résistance R réglable entre la batterie de plaque, de f.é.m. V, et la plaque. Si l'on augmente R (V et V_g étant maintenues constantes), on constate que I_a diminue. Pour une certaine triode (6 J 5), par exemple, on trouve, avec $V = 100$ V et $V_g = -5$ V : pour $R = 0$, $I_a = 1{,}2$ m A; pour $R = R_i = 7\,700\ \Omega$, $I_a = 0{,}97$ m A.

La relation $V_a = V - RI$ s'applique comme à la diode.

—o— Dans l'expérience précédente, on constate qu'il faut porter la tension V à 109,5 V pour rétablir le courant à la valeur qu'il avait pour $R = 0$. On a $R\,I_a = 9{,}3$ V, valeur sensiblement égale à $V - V_a$.

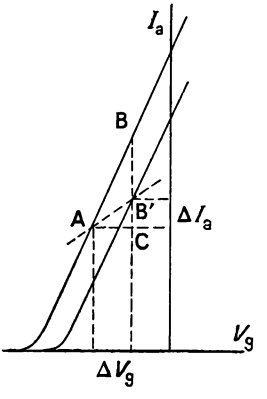


FIG. 16-31. — Caractéristique statique AB et caractéristique en charge AB′ d'une triode.

Lorsqu'on maintient constante la tension V de la batterie de plaque, et que l'on fait varier I_a, la relation $V_a = V - R\,I_a$ donne

$$\Delta V_a = -R\,\Delta I_a,$$

et la relation [16,30] donne

$$\Delta I_a = -\frac{R}{R_i}\Delta I_a + \frac{K}{R_i}\Delta V_g,$$

d'où [16,33] $$\Delta I_a = \frac{K\,\Delta V_g}{R + R_i}.$$

La pente en charge S' est donc plus faible que S, dans le rapport :

[16,34] $$\frac{S'}{S} = \frac{R_i}{R + R_i} = \frac{1}{1 + R/R_i}.$$

Un même accroissement $\Delta V_g = \text{AC}$ (*fig. 16-31*) fait passer le point représentatif de A en B′ sur la caractéristique en charge, au lieu de B sur la caractéristique statique.

16-13. — Applications des tubes thermo-électroniques.

Il existe des triodes de toutes tailles, du centimètre au mètre, et de toutes puissances, de quelques watts (consommés) à des centaines de kW. Suivant leur construction et leur destination, les tubes peuvent nécessiter un courant de chauffage de quelques centièmes à quelques centaines d'ampères, une tension de plaque de quelques dizaines à quelques milliers de volts, et débiter un courant de plaque limité à quelques milliampères, ou atteignant des dizaines d'ampères...

Les applications des diodes et surtout des triodes sont très nombreuses en courant alternatif : nous les étudierons au tome VII. Nous verrons aussi que des diodes d'un type spécial, dites tubes de COOLIDGE (tome V) sont utilisées pour la production des rayons X. Nous nous bornerons à indiquer ici quelques autres cas d'emploi des triodes.

a) *Relais.* — Pour faire passer le potentiel de grille d'une triode de zéro à la valeur $-V_0$ qui correspond à la suppression du courant de plaque, ou inversement, il suffit de fournir à la grille la quantité d'électricité extrêmement faible correspondant à sa charge électrostatique; l'interruption ou le rétablissement d'un courant de plaque I_a qui peut être notable, permet de commander un électro-aimant, un allumage, etc.; la triode sert alors de relais. L'énergie ainsi disponible est naturellement empruntée à la batterie de plaque. —o— Soit une triode très bien vidée, et dont la grille est « en l'air » (non reliée au circuit), et parfaitement isolée (la borne correspondante n'est pas sur le culot, mais sur une « corne » de l'ampoule). Le chauffage du filament et la tension de plaque une fois établis, chargeons la grille négativement par contact d'un bâton d'ébonite électrisé : en approchant ensuite un conducteur au sol (main de l'opérateur) de la borne de grille, on diminue par influence la valeur absolue de la tension de grille, et le courant de plaque s'établit; il retombe à zéro quand on écarte la main.

b) *Triode électromètre.* — On introduit une différence de potentiel X à mesurer dans le circuit de grille et on mesure le courant de plaque au moyen d'un galvanomètre. Le potentiel de grille passe de 0 à X et la caractéristique de la *figure 16-29* montre que le courant croît de

[16,35] $$\Delta I_a = SX$$

On a, par exemple $\Delta I_a = 4.10^{-3}$ A pour $X = 1$ V, soit, pour $X = 10^{-4}$ V, $\Delta I_a = 4.10^{-7}$ A, valeur facile à mesurer. Si le potentiel X est négatif par rapport au filament, il n'y a pas de courant de grille : X est alors mesurée en circuit ouvert, comme au moyen d'un électromètre (Voir note du par. 5-9). Cette condition suppose que la grille de la triode est parfaitement isolée, afin qu'il n'y ait pas de « courants de fuite ». En outre, le filament est porté à une température peu élevée et la tension anodique est faible, afin d'éviter l'ionisation des gaz résiduels. On parvient ainsi à réduire le courant de grille à moins de 10^{-15} A.

c) *Amplification en tension.* — Reprenons le montage du par. 16-12 **e** (*fig. 16-32*). Si le point de coordonnées V_g, I_a reste dans la région où les caractéristiques de plaque sont rectilignes et équidistantes, à une variation

ΔV_g de V_g correspond (la tension de la batterie de plaque restant constante) une variation de I_a donnée par la formule

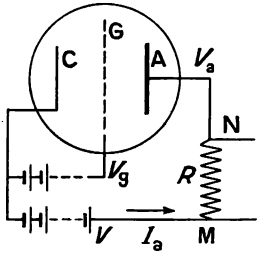


FIG. 16-32. — Emploi d'une triode comme amplificatrice.

$$[16,33] \qquad \Delta I_a = \frac{K \Delta V_g}{R + R_i}.$$

La tension V' entre les bornes M et N de R subit alors une variation $\Delta V' = R \Delta I_a$, et l'on a :

$$[16,36] \qquad \frac{\Delta V'}{\Delta V_g} = \frac{K}{1 + R_i/R}.$$

On peut ainsi obtenir une amplification en tension de l'ordre de 10, par exemple.

Les triodes de grand coefficient K ont aussi une grande résistance intérieure R_i, ce qui conduit, pour que $\frac{\Delta V'}{\Delta V_g}$ ne soit pas trop inférieur à K, à prendre R très grand. On est limité par les défauts d'isolement du circuit.

d) *Amplification en intensité.* — Calculons maintenant le gain possible en intensité. Nous supposerons la tension V_g prélevée aux bornes d'une résistance R_g, dans laquelle passe un courant i de sorte que $\Delta V_g = R_g \Delta i$.

D'après la *figure 16-31* et la formule [16,34],

$$\Delta I_a = S' \Delta V_g = \frac{S}{1 + R_i/R} \Delta V_g,$$

d'où [16,37]
$$\frac{\Delta I_a}{\Delta i} = \frac{S R_g}{1 + R/R_i}.$$

e) *L'amplification en puissance* est, dans le cas du montage précédent, le rapport

$$\frac{R (\Delta I_a)^2}{R_g (\Delta i)^2} = \frac{KSR_g}{(1 + R_i/R)(1 + R/R_i)}$$

C'est le produit de l'amplification en tension par l'amplification en intensité. Pour une valeur donnée du numérateur, cette fonction est maximum lorsque $R_i = R$, alors que l'amplification en tension est d'autant plus grande que R est plus grand. Aussi est-on amené à choisir des tubes de caractéristiques différentes, selon qu'on recherche une forte amplification en tension ou en puissance.

En appliquant les variations $\Delta V'$ à la grille d'une seconde lampe, et ainsi de suite, on réalise des amplificateurs à 2, 3... étages, à la sortie desquels on dispose d'un courant mille fois plus intense (par exemple) que le courant d'entrée, avec un rapport d'amplification bien constant. Le couplage entre étages successifs se fait ainsi, en courant continu, par l'intermédiaire de résistances. Mais l'amplification est surtout appliquée en courant alternatif, le couplage pouvant se faire alors à l'aide de transformateurs (voir tome VII).

f) *Tubes à plus de trois électrodes.* — L'adjonction d'électrodes supplémentaires à la triode permet de corriger certaines imperfections de son fonctionnement, gênantes pour leur emploi en courant alternatif : nous y reviendrons au tome VII.

16-14. — Fluctuations des courants électroniques.

L'agitation thermique moléculaire (tome II, par. 12-6) agit sur les électrons d'un conducteur. Entre les extrémités d'un fil métallique, par exemple, ce mouvement irrégulier doit produire de petites fluctuations de potentiel qui augmentent avec la température. De même, le nombre des électrons émis par la cathode chauffée d'un tube électronique subit, au cours du temps, des fluctuations autour d'une valeur moyenne. Par suite, à un courant thermoélectronique continu se superposent des variations continuelles d'intensité.

Soit n_0 le nombre moyen d'électrons émis par unité de temps, cette moyenne étant prise sur un long intervalle de temps T. Décomposons la durée T en un grand nombre de petits intervalles égaux τ, et représentons par $n\tau$ le nombre d'électrons émis durant l'un de ces intervalles. Le produit $I_0 = n_0 e$ (e étant la charge élémentaire) est l'intensité moyenne du courant pendant le temps T. Pendant le temps τ, l'intensité moyenne est $I = ne$.

Le même calcul qui a permis, au paragraphe 12-8 du tome II, d'évaluer le carré de la fluctuation moyenne de densité d'un gaz parfait, conduit, dans le cas actuel, à la relation

$$\overline{\left(\frac{n\tau - n_0\tau}{n_0\tau}\right)^2} = \frac{1}{n\tau},$$

d'où

$$\overline{\left(\frac{I - I_0}{I_0}\right)^2} = \frac{e}{I\tau}.$$

D'où, en remplaçant dans le second membre I par I_0, qui en diffère très peu :

[16,38] $$\overline{(I - I_0)^2} = \frac{eI_0}{\tau}.$$

Une mesure de l'écart quadratique moyen d'intensité permet donc (toutes les autres valeurs étant connues) de déterminer la valeur de la charge élémentaire e. L'application pratique de la méthode est compliquée; mais elle a fourni une valeur ($1{,}59 \cdot 10^{-19}$ C) qui s'accorde, à 1 % près, avec celle qu'on regarde comme la plus exacte.

B. — *NOTIONS D'OPTIQUE ÉLECTRONIQUE*[1]

L'action de champs électriques ou magnétiques permet, d'après ce qui précède, de guider des pinceaux d'électrons. L'expérience montre, conformément à la théorie, qu'il est possible de concentrer les électrons issus d'une très petite source en une autre région très petite, et même de former ainsi d'un ensemble de points, constituant un objet relativement étendu, une image utilisable. Nous indiquerons ci-après les principes de l'Optique électronique, dont nous rencontrerons par la suite certaines applications (par. 16-17 et 16-25).

1. Ouvrage à consulter: G. Dupouy «Éléments d'optique électronique». A. Colin, Éd., 1951.

16-15. — Focalisation des électrons par un champ électrostatique.

a) De l'étude du mouvement des corpuscules dans un champ électrostatique, faite au par. 16-3, il résulte que si un électron se déplace dans une région de l'espace où le potentiel a une valeur V_1 constante et uniforme, sa trajectoire est rectiligne. Supposons (*fig. 16-33*) qu'il pénètre dans une région où le potentiel prend la valeur uniforme V_2; un tel passage brusque peut se faire en traversant une couche double électrique (par. 2-18) extrêmement mince. La trajectoire de l'électron change de direction : le champ électrique, normal aux surfaces équipotentielles Σ_1 et Σ_2, produit une accélération, donc une variation de la composante normale de la vitesse, mais ne modifie pas sa composante tangentielle. On a donc, en appelant u_1 et u_2 les vitesses dans les deux milieux, i_1 et i_2 leurs angles avec la normale à Σ_1 et Σ_2 :

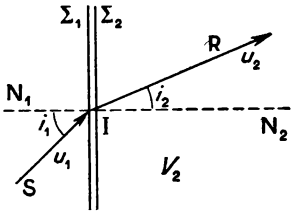


FIG. 16-33. — Réfraction d'une trajectoire électronique due à une brusque variation de potentiel.

$$u_1 \sin i_1 = u_2 \sin i_2.$$

De plus, la nouvelle trajectoire reste dans le plan déterminé par u_1 et la normale N_1N_2 à la couche double. Comme :

$$u_1 = \sqrt{\frac{2e}{m_0}}\sqrt{V_1}, \qquad u_2 = \sqrt{\frac{2e}{m_0}}\sqrt{V_2},$$

la relation précédente peut s'écrire :

[16,39] $$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{u_2}{u_1} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}.$$

Le rapport $\sin i_1/\sin i_2$ est constant. Ces résultats sont analogues à ceux qu'exprime la loi de SNELL-DESCARTES en Optique (tome IV, par. 1-19).

La quantité $\sqrt{V}$ joue ici le rôle de l'indice de réfraction. L'indice du second milieu par rapport au premier est :

[16,40] $$n_{2,1} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = \sqrt{1 + \frac{V_2 - V_1}{V_1}}.$$

Si $V_2 < V_1$, il existe, comme en Optique, un angle limite l, atteint pour $\sin i_2 = 1$ (*fig. 16-34*), soit :

$$\sin i_1 = \sin l = n_{2,1} = \sqrt{1 - \frac{V_1 - V_2}{V_1}},$$

d'où : $$\cos l = \sqrt{\frac{V_1 - V_2}{V_1}}.$$

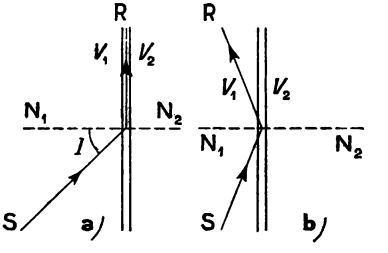


FIG. 16-34. — Réfraction électronique : angle limite et réflexion totale.

Pour $i_1 > l$, il y a réflexion totale (*fig. 16-34-b*).

b) En général, le potentiel varie de façon continue dans une région étendue de l'espace et les problèmes que l'on rencontre dans la détermination des trajectoires des corpuscules chargés rappellent ceux de la propagation de la lumière dans les milieux non homogènes (tome IV, par. 1-11).

Lorsque le champ électrostatique est de révolution, il peut *focaliser*, c'est-à-dire faire converger en un point M', les électrons issus d'un point M. Cette importante propriété est fondée sur le théorème suivant : la composante radiale d'un champ de révolution est proportionnelle à la distance à l'axe.

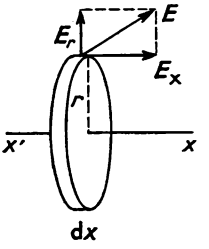


FIG. 16-35. — Principe des lentilles électrostatiques.

Considérons en effet une petite surface fermée cylindrique, de longueur dx et de rayon r (*fig. 16-35*), dont l'axe x'x est celui du système et négligeons la charge qu'elle contient, ce qui est légitime si les électrons qui se meuvent dans le champ sont peu nombreux. Soient E_x et E_r les composantes de E respectivement parallèle et normale à x'x. Le flux électrique qui sort par les bases est :

$$\varepsilon_0 \pi r^2 \left(E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x} dx \right) - \varepsilon_0 \pi r^2 E_x = \varepsilon_0 \pi r^2 \frac{\partial E_x}{\partial x} dx.$$

Le flux qui sort par la surface latérale est :

$$2 \pi r dx \, \varepsilon_0 E_r.$$

Le flux sortant total est nul, d'après le théorème de GAUSS (par. 2-10), d'où :

$$\pi r^2 \frac{\partial E_x}{\partial x} + 2 \pi r E_r = 0$$

[16,41]
$$E_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial E_x}{\partial x}.$$

Or nous savons que la composante E_r joue seule un rôle pour rapprocher les électrons de l'axe, la composante E_x leur donnant une accélération (positive ou négative) parallèle à x'x. La déviation subie par une trajectoire est proportionnelle à E_r, comme le montre la formule [16,22], donc à r. Si nous considérons (*fig. 16-36*) un faisceau de trajectoires d'électrons de même vitesse u_x, parallèles à l'axe d'un champ de révolution régnant sur une certaine longueur, le cas est comparable à celui d'un faisceau de lumière parallèle tombant suivant l'axe d'une lentille mince et le raisonnement fait au par. 6-2 du tome IV montre que toutes les trajectoires vont se rassembler en un « foyer » F'. Les électrons monocinétiques issus d'un point M de l'axe convergeraient de même en un point unique

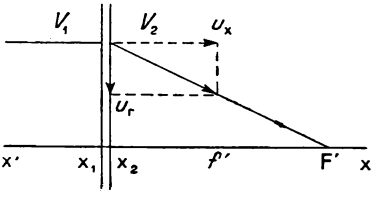


FIG. 16-36. — Lentille électrostatique de foyer image F'.

M′ et l'on peut appliquer les formules de l'optique classique, notamment $\frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'}$, p et p' étant les abscisses de l'objet et de l'image par rapport à des origines convenables et f' la longueur focale de la lentille. On a ainsi réalisé une *lentille électrostatique*.

On peut évaluer f' par le raisonnement suivant. Supposons très petit l'intervalle spatial $x_1 - x_2$ sur lequel agit le champ, de sorte que l'impulsion que reçoit l'électron pendant le temps dt qu'il met à le traverser ne modifie pas sensiblement la vitesse axiale u_x. Cela revient à admettre que notre lentille est mince. On voit sur la *figure 16-36* que :

$$\frac{f'}{r} = \frac{u_x}{u_r}, \qquad [16,42]$$

u_r étant la vitesse radiale acquise par l'électron sous l'influence de la composante E_r du champ. Le théorème de la quantité de mouvement (tome I, par. 9-12) donne :

$$\int F dt = e \int E_r dt = m_0 u_r,$$

ou, en tenant compte de [16,22],

$$u_r = -\frac{er}{2m_0} \int \frac{\partial E_x}{\partial x} dt.$$

L'hypothèse faite au sujet de la vitesse axiale se traduit par $dt = \frac{dx}{u_x}$, d'où :

$$u_r = -\frac{er}{2m_0 u_x} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial E_x}{\partial x} dx = -\frac{er}{m_0 u_x} (E_{x2} - E_{x1}),$$

et, d'après [16,23] et en exprimant u_x au moyen de la différence de potentiel accélératrice V, selon [16,2] :

$$\frac{1}{f'} = \frac{u_r}{r u_x} = \frac{e}{2m_0 u_x^2} (E_{x1} - E_{x2}) = \frac{E_{x1} - E_{x2}}{4V}. \qquad [16,43]$$

A l'approximation faite, la longueur focale n'est fonction que des tensions. Elle ne dépend pas des grandeurs caractéristiques de l'électron : elle est donc valable pour d'autres corpuscules de charge et de masse différentes. Le signe de f' change avec celui de $E_{x1} - E_{x2}$: la lentille peut être convergente ou divergente.

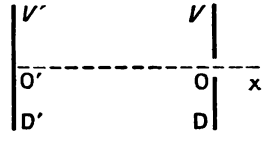


Fig. 16-37. — Lentille électrostatique formée de deux plaques de même axe.

c) Les lentilles électrostatiques réellement utilisées sont des ensembles de diaphragmes ou des tubes coaxiaux, portés à des tensions convenables. Les surfaces équipotentielles, de révolution autour d'un même axe, jouent le rôle de dioptres successifs, comme dans un milieu optique où l'indice varierait d'une façon continue (tel que le cristallin de l'œil).

Comme exemple simple, nous considérerons un disque conducteur D (*fig. 16-37*), percé en son centre d'un petit trou circulaire, et présentant une certaine différence de potentiel par rapport à un disque coaxial D′ non percé, placé à une distance assez grande. Le potentiel est évidemment de révolution autour de l'axe Ox passant par le centre du trou. Les deux plaques constituent des surfaces équipotentielles. Si elles étaient pleines toutes deux et assez rapprochées, les autres surfaces équipotentielles seraient, au voisinage de l'axe, des plans parallèles (par. 3-16). Si la plaque D′ existait seule, le potentiel décroîtrait suivant O′x comme l'indique la formule [2,48]. Le calcul conduit à la répartition des surfaces équipotentielles que montre la *figure 16-38*, où le potentiel de D a été pris pour origine et la plaque D′ supposée située vers la gauche, trop loin pour être figurée. On a représenté une ligne de champ en pointillé. Un électron arrivant parallèlement à l'axe est soumis, lorsqu'il se trouve en P, à une force due au champ E, qui a une composante axiale F_x et une composante radiale F_r; cette dernière rabat l'électron (négatif) vers l'axe. On peut, en changeant le signe de la différence de potentiel entre les plaques, employer le même dispositif comme lentille divergente.

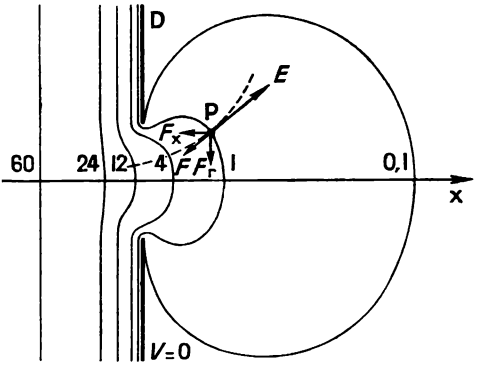


FIG. 16-38. — Surfaces équipotentielles du champ créé par une plaque D percée par une ouverture circulaire et une plaque parallèle D′ (non représentée).

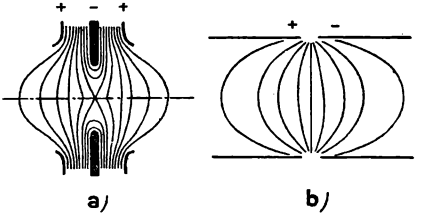


FIG. 16-39. — Exemples de lentilles électrostatiques.

La *figure 16-39* donne le schéma d'autres lentilles électrostatiques.

16-16. — Focalisation des électrons par une induction magnétique.

a) Nous avons vu au par. 16-4 que dans un champ d'induction B uniforme, des électrons partant d'un point M avec des vitesses de même grandeur et de directions variées, mais voisines de celle de B, vont se réunir en un autre point M′, que l'on peut considérer comme l'image de M. Le grandissement d'un tel système stigmatique serait égal à l'unité, car M′ est situé sur la même parallèle à B que M.

Pour réaliser une lentille électronique magnétique, il faut renoncer à employer un champ uniforme. Comme dans le cas du champ électrostatique,

on peut montrer qu'un champ de révolution permet la focalisation, mais dans des conditions sensiblement différentes, comme nous allons le voir.

Supposons que le champ de révolution soit créé par une bobine d'axe x'x (*fig. 16-40*). La conservation du flux d'induction donne une relation analogue à [16,41] :

[16,44] $$B_r = -\frac{r}{2}\frac{\partial B_x}{\partial x}.$$

Si le champ règne dans une étendue faible, comprise entre x_1 et x_2, on a une « lentille mince ». Soit O son centre : un électron arrivant en M (OM sera pris pour axe Oy) avec une vitesse u_x parallèle à x'x acquiert une composante radiale de vitesse u_z déterminée par la relation fondamentale de la dynamique, soit :

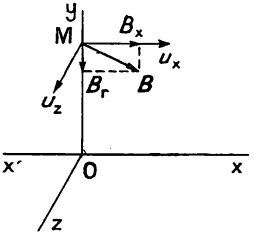


FIG. 16-40. — Lentilles magnétiques (principe).

[16,45] $$eB_r u_x = m_0 \frac{du_z}{dt}.$$

Dès lors, la composante B_x agit sur l'électron et lui communique une vitesse u_r telle que

[16,46] $$eB_x u_z = m_0 \frac{du_r}{dt}.$$

Ainsi, comme dans le cas du paragraphe 16-4-c, la trajectoire de l'électron ne reste pas dans le plan xOy; c'est une courbe gauche. En dérivant par rapport au temps l'équation [16,46], pour y introduire la valeur de $\frac{du_z}{dt}$ donnée par [16,45], on obtient :

$$\frac{e^2}{m_0^2} B_r B_x u_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{du_r}{dt}\right).$$

La valeur de B_r est donnée par [16,44]; de plus, l'hypothèse de la minceur de la lentille se traduit, comme au par. 16-7-b, par $dt = \frac{dx}{u_x}$; il vient :

$$d\left(\frac{du_r}{dt}\right) = \frac{-e^2 r}{2m_0^2} B_x \frac{\partial B_x}{\partial x} dx = -\frac{e^2 r}{4m_0^2} \frac{\partial (B_x^2)}{\partial x} dx,$$

d'où, puisque B_x^2 ne dépend que de x, le champ étant de révolution :

[16,46 bis] $$\frac{du_r}{dx} = \frac{du_r}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = -\frac{e^2 r}{4m_0^2 u_x} B_x^2,$$

et en intégrant : $$u_r = -\frac{e^2 r}{4m_0^2 u_x} \int_{x_1}^{x_2} B_x^2 dx.$$

La longueur focale est donnée par [16,42], soit :

$$\frac{1}{f'} = \frac{u_r}{r u_x} = -\frac{e^2}{4m_0^2 u_x^2} \int_{x_1}^{x_2} B_x^2 dx,$$

ou, en exprimant u_x à l'aide de [16,2] :

[16,47] $$\frac{1}{f'} = -\frac{e}{8m_0 V} \int_{x_1}^{x_2} B_x^2 dx.$$

Comparons cette formule avec celle [16,41] qui donne la longueur focale d'une lentille électrostatique. f' dépend ici du rapport $\frac{e}{m_0}$ et n'est donc valable que pour une espèce de particules. Elle ne dépend pas du sens du champ, car elle varie comme B^2 : une lentille magnétique de ce type est toujours convergente (pour des charges négatives).

Le plan déterminé par l'électron et l'axe x'x tourne d'un certain angle θ. On a $dz = r\,d\theta$ et l'on tire de [16,45] :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{r}\frac{dz}{dt} = \frac{u_z}{r} = \frac{eu_x}{rm_0}\int B_r\,dt,$$

ou, compte tenu de [16,44] :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{e}{2m_0}\frac{dx}{dt}\int\frac{\partial B_x}{\partial x}\,dt = -\frac{e}{2m_0}B_x,$$

et comme $\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{u_x}\frac{d\theta}{dt}$:

$$[16,48] \qquad \theta = -\frac{e}{2m_0u_x}\int_{x_1}^{x_2} B_x\,dx.$$

L'image A'B' d'un objet AB normal à l'axe a tourné par rapport à AB, autour de x'x, de l'angle θ (*fig. 16-41 c*). Cette rotation dépend du sens du champ. Il en résulte qu'elle ne se fait pas dans le même sens lorsqu'on change le sens de parcours de l'électron et que le principe du retour inverse (tome IV, par. 1-9), applicable à l'optique des lentilles électrostatiques, ne l'est pas aux lentilles magnétiques. On peut d'ailleurs annuler la rotation par l'emploi de deux lentilles magnétiques identiques traversées successivement, mais dont les champs ont des directions opposées.

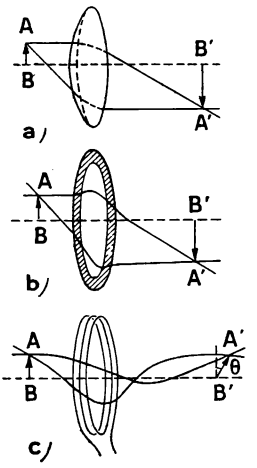


FIG. 16-41. — Marche des rayons dans : *a*) une lentille optique; *b*) une lentille électrostatique; *c*) une lentille magnétique.

b) On réalise des lentilles magnétiques qui se rapprochent de la lentille mince et on localise le champ magnétique dans une portion réduite de l'espace, en blindant magnétiquement (par. 15-3) une bobine B (*fig. 16-42*) au moyen d'une carapace de fer doux incomplètement fermée. Les lignes d'induction s'épanouissent dans l'espace annulaire ainsi ménagé.

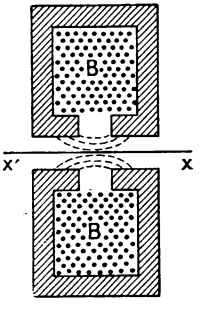


FIG. 16-42. — Exemple de lentille magnétique.

c) Les images sont affectées d'aberrations « géométriques » diverses, dont certaines spéciales aux lentilles magnétiques; les plus importantes sont dues aux imperfections de centrage des éléments des lentilles.

Les fluctuations de tension, correspondant à des variations de vitesse des électrons, produisent l'équivalent d'aberrations chromatiques, dont la correction est possible pour les lentilles électriques (il suffit de veiller à ce que toutes les tensions varient proportionnellement, il en est alors de même

pour les indices, et les images restent fixes), mais non pour les lentilles magnétiques. Celles-ci exigent donc une stabilisation très soignée des tensions accélératrices; les variations doivent, pour ne pas affecter la qualité des images, être inférieures à 5 volts sur 50 000, par exemple.

16-17. — Canons à électrons.

Dans les expériences des par. 16-3 et 16-4, ainsi que dans de nombreuses applications : oscilloscopes électroniques (par. 16-19), microscopes et télescopes électroniques (par. 16-18), émetteurs et récepteurs de télévision (tome VII), il est utile que les pinceaux d'électrons soient très déliés et forment des spots très petits (quelques dixièmes de mm de diamètre, par exemple). On utilise pour cela un *canon à électrons*, qui constitue une application des principes de l'Optique électronique. Il se compose (*fig. 16-43*) de la cathode C et de l'anode accélératrice A du schéma 16-2, et d'une électrode cylindrique G, l'électrode de WEHNELT (appelée encore grille) de même axe que A, portée à un potentiel V' réglable. Si l'on rend V' légèrement négatif par rapport à C, on conçoit que les trajectoires électroniques soient repoussées vers l'axe et puissent converger vers le trou de l'anode A. On forme sur l'écran l'image de A à l'aide d'une lentille électrostatique (qui peut être constituée par une couche conductrice déposée directement sur le verre du tube et portée à un potentiel élevé) et (ou) d'une lentille magnétique.

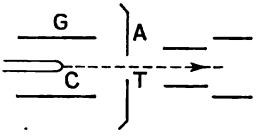


FIG. 16-43. — Canon à électrons.

16-18. — Microscope électronique.

a) On sait (tome IV, par. 15-10) que le pouvoir séparateur d'un microscope optique (caractérisé par la dimension minimum des détails dont il permet de distinguer les images) a pour ordre de grandeur $\frac{\lambda}{2n \sin u}$, λ étant la longueur d'onde de la lumière utilisée, n l'indice du milieu où se trouve l'objet, et u l'angle maximum que font avec l'axe du microscope les rayons utiles issus de cet objet. Cette limitation tient à ce que l'image d'un point, même si les aberrations sont parfaitement corrigées, est, par suite des phénomènes de diffraction, une petite tache de dimensions non négligeables.

La Mécanique ondulatoire (tome VIII) indique qu'à tout corpuscule de masse m, lancé à grande vitesse u, on doit considérer qu'est associée une onde de longueur d'onde

[16,49] $$\lambda = \frac{h}{mu},$$

h étant la constante de PLANCK qui sera définie au par. 16-21. (Voir aussi tome II, par. 20-7.) Dans le cas des électrons rapides, cette longueur d'onde est beaucoup plus petite que celle des radiations lumineuses; par exemple, pour $u = 70\,000$ km/s $= 7.10^7$ m/s, on a :

$$\lambda = \frac{6{,}55.10^{-34}}{0{,}91.10^{-30}.7.10^7} \simeq 10^{-11} \text{ m} \quad \text{ou} \quad 0{,}01 \text{ m}\mu.$$

Puisque les électrons peuvent servir à former des images, et que les ondes qui leur sont associées sont beaucoup plus courtes que celles de la lumière visible, ou même de l'ultraviolet, on pouvait espérer abaisser par leur emploi, les limites de séparation — de l'ordre du dixième de micron — rencontrées en microscopie optique.

b) Les microscopes electroniques, qu'on a, depuis 1934 environ, mis au point sous des formes diverses, utilisent des lentilles électrostatiques (cas de la *figure 16-44*) ou magnétiques pour former une image très agrandie d'une préparation très mince traversée par les électrons, ou, dans certains cas, d'une surface émettant des électrons (métallographie à haute température), ou encore les réfléchissant.

Ces appareils comportent des organes qui jouent le même rôle que ceux constituant un microscope optique : un canon à électrons S C (comparable à la source de lumière et au condenseur optique), destiné à éclairer la préparation P, un objectif L formant de celle-ci une première image P′, un système de projection donnant de P′ une seconde image réelle P″ sur un écran fluorescent (qui sert à la mise au point) ou sur une émulsion photographique.

On maintient à l'aide de pompes le très bon vide nécessaire au fonctionnement; des dispositifs à écluses, souvent très ingénieux, permettent de substituer les unes aux autres, sans trop perdre de temps, les préparations à l'étude et les plaques photographiques.

Les microscopes électromagnétiques sont d'une construction mécanique plus délicate que les microscopes électrostatiques, et exigent, on l'a vu, une tension plus stable; mais on peut faire varier d'une façon continue leur grossissement (en modifiant le courant dans les lentilles), ce qui est très commode.

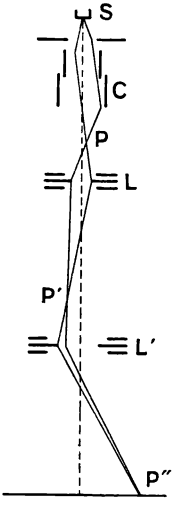


FIG. 16-44. — Microscope électronique (schématique).
S, source (cathode); C, condenseur; P, objet; L, lentille objective; P′, image intermédiaire; L′, lentille de projection; P″, image définitive (sur écran fluorescent ou plaque photographique).

c) La tension accélératrice varie, suivant l'instrument, entre moins de 30 et plus de 100 kilovolts : quand elle est trop faible, les électrons sont absorbés par la préparation; quand elle est trop forte, ils la détruisent.

Cette préparation est, en général, portée par un film, dont l'épaisseur est de l'ordre du centième de micron seulement, obtenu en étalant sur de l'eau une goutte d'une solution de collodion dans un solvant volatil; on transporte ce film de collodion sur un diaphragme porte-objet, et on dépose sur lui (au besoin dans une goutte liquide qui s'évapore à son tour) les particules biologiques ou chimiques à examiner.

S'il s'agit d'étudier une surface solide opaque aux électrons, l'observation par réflexion étant souvent peu nette, on préfère, quand on le peut, prendre un moulage très mince de l'objet; les creux et les bosses de celui-ci se traduisent par des parties sombres ou claires de l'image du moulage, utilisé par transmission. La technique de ces préparations est toujours très délicate.

d) Le grandissement (rapport des dimensions de l'image finale et de l'objet) est, par exemple, de 10 000; on dépasse parfois 40 000, en agrandissant au besoin photographiquement l'image P″, si elle est assez nette. Mais, tout comme en microscopie optique, c'est le pouvoir séparateur qui détermine le grandissement limite utile.

Ce dernier, en optique pure, ne dépasse guère 2 000. L'emploi des électrons a donc permis déjà de le multiplier par 20, dans certains cas, la limite de résolution ayant pu être abaissée à moins de 50 Å (0,005 μ).

Le gain du pouvoir séparateur est loin d'être égal au rapport des longueurs d'onde de la lumière et des électrons, qui est, on le sait, très supérieur à 20. C'est que les faisceaux utilisés en optique électronique sont très peu ouverts (u est de l'ordre des millièmes de radian seulement) et que, malgré cela, les aberrations sont importantes : ce sont elles, et non plus les effets de diffraction, qui limitent la netteté des images.

Des progrès appréciables paraissent encore possibles; dès maintenant le microscope électronique est utilisé pour bien des recherches scientifiques ou techniques, concernant par exemple la structure des cellules, saines ou cancéreuses, la morphologie des virus et des bactéries, l'action des bactériophages, les colloïdes et les micro-cristaux, les couches minces superficielles.

Signalons, pour terminer, que l'étude des *sources d'électrons* grâce aux images (même peu grossies) données par des lentilles électrostatiques ou magnétiques a fourni des renseignements précieux sur le mécanisme de l'émission, la modification progressive des couches émettrices (cf. fig. 16-44 bis, planche IV), etc.

16-19. — Oscilloscopes électroniques.

Ces appareils, dont les modèles primitifs étaient appelés « tubes de BRAUN », sont des perfectionnements du dispositif représenté sur la *figure 16-4.*

Un pinceau d'électrons émis par un canon C (*fig. 16-45*) est focalisé sur un écran fluorescent E (enduit de willémite ou de tungstate de cadmium); le pinceau passe successivement entre des « plaques de déviation » K_1K_1', K_2K_2', qui sont les armatures des deux condensateurs créant deux champs électriques E_1 et E_2, l'un horizontal et l'autre vertical, par exemple, tous deux normaux à l'axe du tube. Soient V_1 et V_2 les tensions appliquées respectivement entre K_1 et K_1', et K_2 et K_2' : le spot que l'on observe ou photographie, subit une déviation parallèle à E_1 : $x = k_1V_1$ et une déviation parallèle à E_2 : $y = k_2V_2$ (voir par. 16-3).

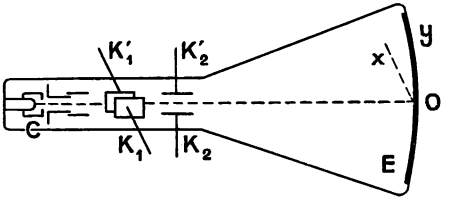


FIG. 16-45. — Oscilloscope à déviation électrostatique (très schématique).

Dans les tubes à déviation magnétique, les condensateurs sont remplacés par des bobines parcourues par des courants I_1I_2 qui créent des inductions magnétiques B_1 et B_2. Les déviations $x = k_1'I_1$ et $y = k_2'I_2$ sont alors respectivement perpendiculaires à B_1 et B_2 (par. 16-4).

Les tubes à déviation électrostatique sont parfois d'un prix plus élevé, mais ils consomment moins de puissance, et permettent l'étude de tensions variables à haute fréquence.

Les sensibilités k_1, k_2 ou k'_1, k'_2 dépendent de la vitesse imprimée aux électrons et des dimensions du tube; elles dépassent rarement 1 à 2 mm/volt; si les tensions à étudier sont trop faibles, on commence par les amplifier.

Quand on applique une tension variable à l'une des paires de plaques (soit $K_2K'_2$, *fig. 16-46*), le spot décrit une droite (verticale dans le cas de figure) dont la longueur mesure l'amplitude de la variation de tension; pour connaître sa loi en fonction du temps, on utilise l'autre jeu de plaques, de telle façon que le spot balaie horizontalement l'écran d'un mouvement uniforme. A cet effet, K_1 et K'_1 sont reliés à un circuit, appelé souvent *base de temps*, comportant par exemple un condensateur qui se charge progressivement (proportionnellement au temps) par le courant de saturation d'une diode, puis se décharge très brusquement, se charge à nouveau et ainsi de suite. La courbe $y = f(x)$ reproduit, à un facteur multiplicatif près, pour chacune des coordonnées, la courbe $V_2 = f(t)$ (sauf déformations — distorsions en trapèze ou autres — qu'une bonne construction et un bon réglage doivent éviter).

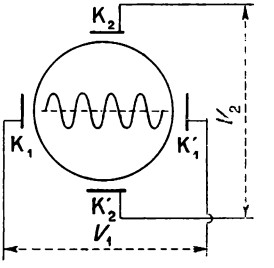


FIG. 16-46. — Emploi de l'oscilloscope.

La vitesse et la fréquence de balayage sont réglables dans de larges limites; on s'arrange pour que, si l'on étudie un phénomène périodique, les courbes successives décrites par le spot lumineux se recouvrent exactement, c'est-à-dire pour que la période de balayage soit un multiple exact de celle du phénomène enregistré. L'appareil rend, en particulier, de grands services pour l'étude des courants alternatifs, notamment en haute fréquence (voir tome VII), ainsi qu'en électro-acoustique, etc. Il se prête aussi à l'examen d'un courant non périodique, celui de décharge d'un condensateur, par exemple.

Nous avons signalé au par. 15-6 son emploi pour l'étude des courbes d'hystérésis.

C. *PHÉNOMÈNES PHOTOÉLECTRONIQUES*

16-20. — Moyens d'étude du phénomène photoémissif.

a) Nous avons indiqué au par. 1-8 une expérience fondamentale montrant l'*effet photoélectrique*, dit aussi *photoélectronique* : un métal éclairé par des radiations lumineuses de fréquence assez grande émet des charges négatives. Ces charges sont des électrons : on l'a établi par la mesure du rapport e/m (par. 16-6), en utilisant, par exemple, le tube de la *figure 16-47*, décrit ci-après, analogue à celui de la figure 16-2.

N. B. — On donne le nom d'effet photoélectrique à tous les phénomènes dans lesquels des électrons sont déplacés sous l'action de la lumière; certains

d'entre eux seront étudiés aux paragraphes 19-17 et 21-19. On réserve le nom d'effet *photoémissif* au cas où les électrons sortent de la matière pour se propager soit dans le vide (c'est le cas considéré ci-après), soit entre les molécules d'un gaz (voir chap. 17).

b) Une étude approfondie de l'effet photoémissif a pour objet de déterminer les relations entre les grandeurs mesurables relatives aux électrons émis (nombre produit par unité de temps et vitesse) et celles qui se rapportent au rayonnement : flux énergétique (tome IV, par. 1-5) et fréquence. Le dispositif expérimental est représenté sur la *figure 16-47*. La plaque métallique C (généralement cathode) reçoit le rayonnement monochromatique, qui pénètre par la fenêtre transparente Q (en quartz, s'il s'agit d'ultraviolet), et dont on connaît la fréquence et le flux qu'il transporte. C est placée dans une ampoule vide de gaz, ainsi qu'une seconde électrode A. Des fils conducteurs reliés à C et à A et traversant la paroi, permettent le passage du courant électronique. L'intensité I, proportionnelle au nombre d'électrons qui arrivent sur l'anode dans l'unité de temps, est généralement très faible; elle peut être mesurée à l'aide d'un électromètre E. L'électrode A, que nous supposerons faite du même métal que C[1], est portée à un potentiel variable V par rapport à C.

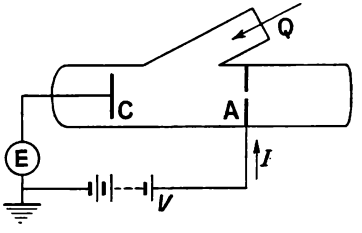


FIG. 16-47. — Dispositif pour l'étude du phénomène photoémissif.

On mesure la vitesse d'émission des électrons en leur opposant une différence de potentiel V_1 juste suffisante pour arrêter les plus rapides et annuler I (par. 16-3-*a*). Dans ce cas exceptionnel, l'électrode A est négative par rapport à C.

16-21. — Lois de l'effet photoémissif.

L'expérience donne les résultats suivants :

a) Le courant, lorsqu'il peut exister, commence et cesse en même temps que l'éclairement de la cathode, sans retard appréciable.

b) On n'obtient pas de courant lorsque le rayonnement a une fréquence f inférieure à une certaine valeur f_0, donc une longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$ supérieure à la valeur $\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$, c étant la vitesse de la lumière. f_0 et λ_0 sont des caractéristiques du métal éclairé, correspondant à ce qu'on appelle son *seuil photoélectrique*.

—o— Si, dans l'expérience que représente la figure 1-17, on place une lame de verre (absorbant les radiations ultraviolettes) en avant de la plaque de zinc

1. Il n'est pas nécessaire de réaliser cette condition, mais les résultats concernant les différences de potentiel sont modifiés si les métaux sont différents (voir par. 16-3-a).

chargée négativement, celle-ci conserve sa charge lorsqu'on l'éclaire par l'une des sources indiquées. Elle se décharge dès qu'on écarte la lame de verre.

c) Les courbes donnant l'intensité du courant photoélectrique en fonction du potentiel V de l'électrode auxiliaire A par rapport à l'électrode émissive C ont l'allure de la *figure 16-48*. Le courant commence dès que V est, en valeur algébrique, supérieur à la valeur négative V_1 du potentiel d'arrêt. Quand V augmente, le courant I tend vers une valeur de saturation pratiquement atteinte pour une valeur de V d'autant plus faible que l'anode A est mieux disposée, par rapport à la cathode C, pour recueillir tous les électrons libérés. Pour réaliser cette condition, on peut donner à l'appareil la forme représentée par la *figure 16-49*.

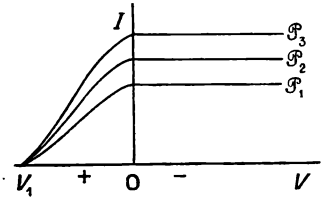


FIG. 16-48. — Intensité I du courant dans un tube photoélectrique, en fonction de la différence de potentiel V entre les électrodes A et C.

d) En lumière monochromatique de fréquence supérieure à f_0, l'intensité du courant de saturation, et par suite le nombre de photoélectrons émis sont proportionnels au flux énergétique $\mathfrak{P}$ (*fig. 16-48*). Cette proportionnalité a été vérifiée pour une variation de $\mathfrak{P}$ dans le rapport de 1 à 10^8 (sous une réserve qui sera indiquée au par. 16-24-*b*).

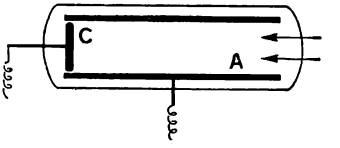


FIG. 16-49. — Tube dont la cathode est presque entièrement entourée par l'anode.

e) Pour une fréquence donnée, le potentiel d'arrêt V_1 ne dépend pas de $\mathfrak{P}$ (*fig.* 16-48); la vitesse maximum des électrons émis est donc indépendante de l'éclairement de la surface émissive.

f) Lorsqu'on fait varier la fréquence f du rayonnement monochromatique incident ($f > f_0$), le potentiel d'arrêt croît (en valeur absolue) proportionnellement à $f - f_0$ (*fig. 16-50*) :

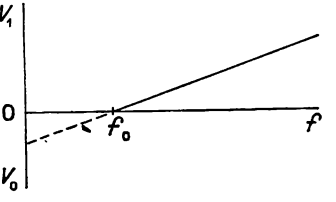


FIG. 16-50. — Influence de la fréquence f de la lumière excitatrice sur la valeur absolue du potentiel d'arrêt V_1.

[16,50] $$V_1 = k(f - f_0) = kf - V_0.$$

V_0, comme f_0, est une grandeur caractéristique du métal. La formule [16,50] peut encore s'écrire :

[16,51] $$eV_1 = kef - eV_0.$$

eV_1 représente l'énergie cinétique maximum avec laquelle l'électron le plus rapide s'échappe du métal. $W_0 = eV_0 = kef_0$ représente le travail minimum nécessaire pour arracher l'électron du métal. C'est par définition le *travail d'extraction* (ou travail de sortie) d'un électron, grandeur reliée à la constante b de la formule [16,21], comme nous le verrons au par. 19-8.

16-22. — Théorie d'Einstein. Photons.

a) Les faits précédents sont inconciliables avec une répartition uniforme de l'énergie rayonnante transportée par les ondes lumineuses (tome IV, par. 2-10). On peut, par exemple, obtenir un effet photoélectrique mesurable sur un métal comme le sodium, avec un éclairement énergétique efficace ($\lambda < 0{,}5\,\mu$) de l'ordre de 10^{-3} watts/m^2. Les atomes ayant une section de l'ordre de 10^{-19} m^2, chacun d'eux (susceptible de fournir un électron photoélectrique) recueillerait par seconde une énergie lumineuse de 10^{-22} watts environ si l'énergie se répartissait uniformément entre eux. Mais pour $\lambda = 0{,}5\,\mu$, l'expérience montre que l'énergie $e\,V_1$ est voisine de 4.10^{-19} joules, de sorte qu'il faudrait attendre au moins 4 000 secondes, soit plus d'une heure, pour que l'énergie accumulée par un atome soit suffisante pour en chasser un électron : or, l'effet photoélectrique est pratiquement instantané, comme on l'a dit.

On a pu obtenir également l'effet photoélectrique sur des poussières de métal. L'éclairement par des radiations ultraviolettes les charge positivement et, si l'on répète avec elles l'expérience de Millikan (par. 3-17), on peut suivre les variations de leur charge en observant leur mouvement dans le champ électrique. On trouve encore par ce moyen que la charge des particules suit immédiatement l'éclairement, alors que, d'après leurs dimensions, on prévoit, par un calcul analogue à celui qu'on a fait plus haut, qu'un temps assez long devrait s'écouler avant de voir le phénomène se produire.

b) C'est pour échapper à ces difficultés qu'Einstein a émis (1905) l'hypothèse des *photons* (tome IV, par. 2-12).

D'après cette théorie, l'émission lumineuse est discontinue comme celle des projectiles d'une mitrailleuse ou comme les éclairs d'un phare à éclipses. Les grains d'énergie ou photons, ainsi émis, serrés dans l'espace, serrés dans le temps, donnent une illusion d'émission continue qui s'accorde avec l'impression que présente un écran uniformément éclairé.

On admet en outre que chacun des photons contenus dans la radiation de fréquence f a une énergie hf proportionnelle à cette fréquence; h qui vaut $6{,}55 \times 10^{-34}$ joule-seconde, est la *constante de* Planck. Si l'on considère, par exemple, une radiation ultraviolette de fréquence 10^{15}, chaque quantum indivisible d'énergie de cette radiation a pour valeur :

$$6{,}55.10^{-34}.10^{15} = 6{,}55.10^{-19}\ \text{joule.}$$

Dans le cas du phénomène photoélectrique, l'énergie apportée par un photon hf sert d'abord à extraire un électron du métal, ce qui absorbe un travail d'extraction W_0; le reste communique à cet électron une certaine vitesse initiale u. On a donc :

$$[16{,}52) \qquad hf = W_0 + \frac{1}{2} m_0 u^2 = eV_0 + \frac{1}{2} m_0 u^2$$

La formule [16,51] correspond au cas particulier où, pour une valeur donnée de f, $1/2\, m_0 u^2$ a la valeur maximum eV_1, et W_0 la valeur minimum $W_0 = eV_0$. Le produit ke est donc égal à la constante de Planck h. Pour toute fréquence

inférieure à $f_0 = \frac{W_0}{h}$, aucun électron n'est arraché : on retrouve le seuil photoélectrique.

Dans la formule [16,51], f, V_1 et V_0 sont mesurables : h peut alors être calculé et c'est l'un des procédés permettant d'obtenir cette valeur, toujours la même quand on fait varier les autres termes de la formule. Ces vérifications expérimentales de la théorie d'EINSTEIN ont été faites par MILLIKAN.

Pour une lumière déterminée, la proportion de photons efficaces est constante, c'est-à-dire que le nombre d'électrons émis est proportionnel au nombre de photons; mais ce nombre, et par suite la distance de la source S des radiations, sont sans influence sur la vitesse u des électrons, car les photons qui arrivent ont le même quantum hf, quel que soit leur nombre. La théorie des ondulations n'expliquait pas ce fait. L'interprétation des lois de la photoélectricité est l'une des plus remarquables confirmations de la théorie des quanta.

D'autre part, les fréquences élevées donnent les plus grandes vitesses; le quantum double quand on va du rouge au violet. Il augmente quand on pénètre dans l'ultraviolet et continue à croître dans les rayons X, puis dans les rayons γ du radium, puis dans les rayons cosmiques.

Les vitesses u des électrons émis sous l'action de la lumière visible ou même ultraviolette sont de l'ordre des centaines de km/s.

c) Entre la longueur d'onde λ_0 du seuil photoélectrique et le *potentiel de sortie* V_0, correspondant au travail d'extraction minimum W_0, existe la relation :

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{cfi}{eV_0}$$

ou :

$$[16,53] \quad \lambda_0 V_0 = \frac{3.10^8 \times 6,6.10^{-3}}{1,6.10^{-19}} = 1,24.10^{-6}\text{m.V} = 1,24\ \text{m}\mu\text{.V}$$

Les données du *tableau 16-3* vérifient cette relation, compte tenu de la faible précision des mesures de V_0 et de λ_0, qui sont fortement influencées par la moindre impureté.

TABLEAU 16-3.

Potentiel de sortie V_0 et seuil photoélectrique λ_0 de divers métaux purs

Métal	Cs	K	Na	Ba	Mo	W	Ni
V_0 (volts)	1,9	2,2	2,3	2,5	4,2	4,5	5,0
λ_0 (μ)	0,65	0,54	0,52	0,50	0,30	0,27	0,25

Remarque. — Nous avons négligé, dans ce qui précède, l'émission thermoélectronique, qui n'est rigoureusement nulle qu'au zéro absolu. Lorsqu'elle n'est pas négligeable, le courant I est augmenté du flux d'électrons correspondant; en outre, le travail d'extraction étant diminué, l'émission photoélectrique est facilitée.

16-23. — Sensibilité spectrale. Effet photoémissif sélectif.

La *sensibilité spectrale* d'une photo-cathode est le quotient $\sigma = \frac{I_s}{\mathfrak{P}_\lambda}$, I_s étant le courant de saturation produit par un flux monochromatique de longueur d'onde λ et de puissance $\mathfrak{P}_\lambda$. En général, σ augmente assez lentement quand λ diminue à partir du seuil λ_0; σ est en outre indépendante de l'état de polarisation de la lumière reçue.

Il y a exception pour un petit nombre de métaux (tous les alcalins, le baryum et d'autres alcalino-terreux) : en lumière naturelle, leur courbe de sensibilité spectrale présente un maximum beaucoup plus rapproché du seuil et beaucoup plus accusé que celui qui semble exister dans le cas de l'effet normal. La proportion de photons efficaces est bien plus grande (100 fois, dans certains cas) que pour les autres métaux. Cet effet, important au point de vue des applications et qui semble lié à la présence d'impuretés, n'a pas encore reçu d'explication définitive.

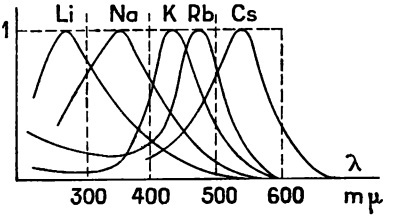


FIG. 16-51. — Sensibilités spectrales de divers métaux alcalins (rapportées à un même maximum).

Si la lumière incidente est polarisée (tome IV, par. 2-9), on constate que cet effet « sélectif » n'appartient qu'à la composante dont le vecteur électrique[1] est parallèle au plan d'incidence, et qu'il passe par un maximum pour un angle d'incidence de l'ordre de 70°.

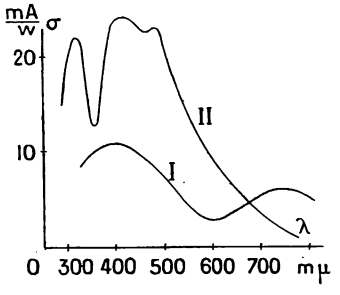


FIG. 16-52. — Exemple de courbes de sensibilité spectrale; I) Cs sur Ag oxydé; II) Sb-Cs.

La *figure 16-51* indique approximativement les variations de la sensibilité spectrale de divers métaux alcalins, en lumière naturelle; on a pris pour unité le maximum d'émission σ_m. Mais les résultats sont, ici encore, très influencés par les moindres variations de composition superficielle.

On a donc cherché à obtenir, par des traitements superficiels convenables, puis par l'emploi de couches minces complexes, des sensibilités accrues (dans les domaines spectraux utiles). C'est ainsi qu'on a observé qu'un traitement d'une couche de potassium, consistant à la prendre comme pôle négatif d'une décharge électrique en atmosphère d'hydrogène, augmente d'une façon durable sa sensibilité sélective : le métal est dit parfois « hydruré », bien qu'il soit peut-être simplement purifié.

La *figure 16-52* donne des exemples de courbes de sensibilité spectrale de cellules usuelles, obtenues, l'une en oxydant légèrement une plaque d'argent, sur laquelle on dispose ensuite une très mince couche de césium, l'autre par dépôts successifs d'antimoine et de césium.

1. Voir théorie électromagnétique de la lumière (tomes V et VII).

16-24. — Cellules photoémissives à vide.

a) La cellule photoémissive est un dispositif créé d'abord pour les laboratoires, mais très vite adopté par l'industrie, et permettant d'obtenir des courants photoélectriques utilisables pour des opérations très variées.

Elle est formée d'une ampoule de verre (parfois de quartz) sphérique, ou aplatie, ou cylindrique..., dans laquelle on a réalisé un très bon vide; certaines cellules sont ensuite remplies d'un gaz inerte, généralement argon, sous une pression de quelques dixièmes de millimètres de mercure. Une partie de la surface intérieure (ou encore un support métallique introduit à cet effet dans l'ampoule) est recouverte d'une mince pellicule du métal choisi, pellicule reliée au pôle négatif du générateur B et constituant ainsi la cathode C de la cellule (*fig. 16-53*). Un fil métallique forme l'anode A; il est rectiligne, ou circulaire, ou spiralé, ou en forme de grillage. Parfois aussi, l'anode est un cylindre entourant la cathode (*fig. 16-49*).

Pour déposer la couche cathodique, on produit d'abord dans l'ampoule un vide très soigné, en évitant particulièrement toute trace de vapeur d'eau. On distille ensuite le métal et il va se déposer sur la paroi refroidie. Pour enlever le métal qui aurait pu se fixer sur la surface réservée à l'entrée de la lumière, il suffit de chauffer ensuite cette région.

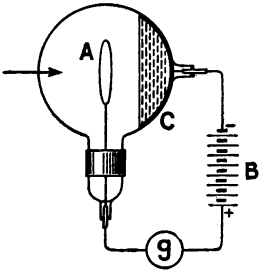


FIG. 16-53. — Exemple de cellule photoémissive.

b) Les propriétés des cellules photoémissives à vide donnent lieu à diverses expériences de cours ou de manipulations.

—o— On construit par points la courbe qui donne l'intensité en fonction de la tension (*fig. 16-48*).

—o— Le courant de saturation étant obtenu, on déplace la source de lumière, la fenêtre de la cellule étant éclairée normalement : le courant débité varie sensiblement, comme l'éclairement de la photocathode, en raison inverse du carré de la distance de la source (tome IV, par. 1-5).

—o— On fait ensuite tomber successivement sur la fenêtre de la cellule les diverses radiations d'un spectre prismatique : on trouve un maximum de courant pour le bleu (cellule au potassium) ou pour le rouge (cellule au césium). Mais cette expérience ne donnerait directement la courbe de sensibilité spectrale que si la puissance reçue était la même pour toutes les longueurs d'onde étudiées, ce qui n'est pas le cas.

Le courant de saturation I_s est pratiquement atteint pour une tension V de quelques dizaines de volts (quelques volts seulement dans les cellules où l'anode entoure la cathode).

Pour une lumière complexe, le rapport du courant de saturation I_s au flux lumineux F dépend à la fois de la composition spectrale et de la couche cathodique. Pour la lumière des lampes à filament de tungstène dites « demi-watt », il est de l'ordre de 5 microampères par lumen pour les cellules au potassium; il peut dépasser 25 μ A/lm pour celles au césium sur argent oxydé (moins sensibles à la lumière violette, mais plus sensibles aux radiations rouges et infrarouges) et atteindre 100 μA/lm pour celles à l'antimoniure de césium.

La proportionnalité de I_s à F n'est pas parfaite; même en l'absence de tout flux, la cellule débite un « courant d'obscurité » tenant à ce que les supports entre anode et cathode ne sont pas rigoureusement isolants. De plus, il y a toujours dans l'ampoule des molécules résiduelles qui peuvent subir, de la part des électrons photoélectriques, une certaine ionisation (voir par. 17-9).

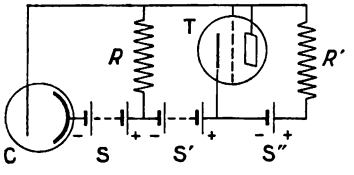


FIG. 16-54. — Amplification d'un courant photoélectrique.

c) On peut amplifier les courants photoélectriques, en utilisant des triodes. La *figure 16-54* représente un montage possible : la cellule C, dont la tension est fournie par la batterie S, débite à travers la grande résistance R. La d. d. p. aux bornes de R modifie le potentiel de la grille G, polarisée par la batterie S'; la tension amplifiée est recueillie aux bornes de la résistance R'.

16-25. — Cellules à multiplicateurs d'électrons.

Dans ces appareils, appelés aussi *photomultiplicateurs*, on utilise la production d'électrons secondaires (par. 16-10-b) par choc des électrons photoélectriques sur la surface d'anodes auxiliaires dont le travail d'extraction est faible. Un seul électron peut libérer plusieurs électrons secondaires, soit s en moyenne; les meilleures surfaces (oxyde d'argent ou antimoine recouvert de césium) donnent $s = 10$. Si ces électrons sont reçus par une seconde surface analogue, après accélération suffisante, ils produisent également une émission secondaire, etc. S'il y a n cibles de ce genre (on les appelle parfois *dynodes*), le nombre des électrons primaires et par suite le courant, sont multipliés par s^n. Par exemple, pour $n = 7$, $s = 5$, $s^n = 75\,000$. On atteint couramment aujourd'hui des facteurs d'amplification de 10^6.

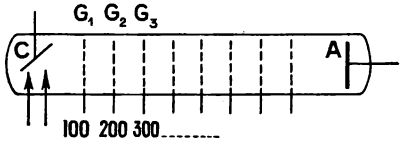


FIG. 16-55. — Photomultiplicateur électronique à dynodes en grille.

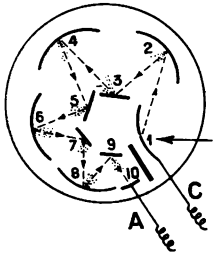


FIG. 16-56. Photomultiplicateur électronique à dynodes incurvées.

La *figure 16-55* donne un schéma de réalisation : la photocathode est en C, les dynodes sont formées par les grilles G_1, G_2... (jusque 20) portées à des potentiels positifs progressivement croissants; A est l'anode terminale. La *figure 16-56* montre la coupe d'un photomultiplicateur commercial, dont les dimensions ne dépassent guère celles d'une triode; il utilise des électrodes incurvées de façon que le champ électrostatique conduise successivement les électrons de chacune d'elles à la suivante.

Les photomultiplicateurs ne peuvent débiter que des courants faibles, pour lesquels sont négligeables les effets de la charge d'espace (par. 16-8) : ils sont donc réservés à l'étude des flux lumineux très faibles.

16-26. — Usages des cellules photoélectriques.

a) Une lampe de 50 bougies, placée à 1 mètre d'une cellule dont la fenêtre a 2 cm², envoie dans l'angle solide 2.10^{-4} stéradians qui s'appuie sur cette fenêtre un flux 10^{-2} lumen. Si, pour la lumière de cette lampe, la sensibilité de la cellule employée est 10 μA/lm, le courant débité est 0,1 μA : il se mesure très aisément au galvanomètre.

Pour des flux lumineux beaucoup plus faibles (ou moins efficaces sur la couche photoélectrique), on peut avoir recours soit à des montages électrométriques, soit à des amplificateurs (voir par. 16-11; limite extrême des courants mesurables : 10^{-18} A).

L'amplification sert aussi (en exigeant beaucoup moins de précautions) pour obtenir, à partir de valeurs de I qui seraient mesurables au galvanomètre, des courants faciles à lire sur des indicateurs robustes, ou susceptibles de commander, par relais, des effets mécaniques ou autres.

L'emploi de *cellules à atmosphère gazeuse* (par. 17-13) permet, dans certains cas, d'obtenir directement des courants sensiblement plus intenses que ceux des cellules à vide.

b) La cellule photoélectrique, « œil électrique », permet de rendre automatiques bien des manœuvres qui n'étaient réglées autrefois que d'après une observation visuelle; elle présente même sur l'œil humain la supériorité d'être sensible à certaines radiations invisibles, d'obéir à des variations rapides, et de donner dans certains cas des indications proportionnelles aux éclairements. Ses applications sont déjà très nombreuses; nous ne les rappellerons que très sommairement.

Beaucoup consistent à commander par le courant d'une cellule (amplifié au besoin) — ou par son interruption — le relais d'un avertisseur, d'un enregistreur, d'un régulateur, etc. Voici quelques exemples :

Pointé d'une étoile à son passage au méridien. — Derrière le fil du réticule de la lunette se trouve la fenêtre de la cellule, et on enregistre le courant photoélectrique provoqué par le flux lumineux de l'étoile. Ce courant s'interrompt au moment précis où l'image de l'étoile se trouve sur le fil du réticule et on enregistre cette interruption. On inscrit d'autre part les battements de l'horloge astronomique; la comparaison des deux graphiques fournit l'heure exacte du passage.

Entretien du mouvement d'un pendule libre. — (Voir t. I, par. 15-9).

Avertisseur d'incendie. — La flamme de l'incendie provoque le courant de la cellule, ce courant commande d'une part une sonnerie, d'autre part un extincteur. On peut de même commander, selon les variations de la lumière du jour, l'allumage et l'extinction d'un éclairage artificiel, régler la marche d'une machine d'après l'opacité d'un produit en cours de fabrication ou d'un courant de fumées, etc.

Enregistrement du passage d'un objet opaque. — L'objet, venant couper le faisceau (ultraviolet ou visible) qui agit sur la cellule, interrompt le courant photoélectrique et produit un signal. On peut ainsi être averti de l'intrusion d'un cambrioleur, et assurer automatiquement les mesures protectrices nécessaires; commander, à l'instant voulu, l'ouverture d'une porte (garages,

restaurants), ou la mise en marche d'un escalier; enregistrer l'arrivée d'une course; décompter des pièces transportées par un tapis roulant, des voitures sur une route, ou les visiteurs d'une exposition...

Un *relais* à commande photoélectrique peut être disposé pour agir selon le besoin dans un sens ou en sens opposé. Supposons qu'on veuille régler à une certaine valeur un phénomène (température, par exemple), mesurable par un courant électrique I (thermocouple); quand ce courant a la valeur voulue I_0, un faisceau lumineux, réfléchi sur le miroir m d'un galvanomètre, tombe sur l'arête d'un prisme réfléchissant P (*fig. 16-56*) qui le divise en deux faisceaux éclairant respectivement deux cellules C_1 et C_2 montées en opposition, de façon que le courant total $I_2 - I_1$ débité par ces cellules soit nul.

Suivant que I devient plus petit ou plus grand que I_0, le miroir m tourne dans un sens ou dans l'autre; le rapport des flux lumineux envoyés

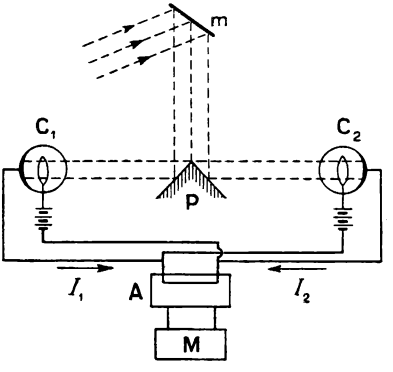


FIG. 16-57. — Régulateur à cellules.

dans C_1 et C_2 diminue ou augmente, et le courant $I_2 - I_1$ devient positif ou négatif. Ce courant, envoyé dans un amplificateur A, met en mouvement dans un sens ou dans l'autre le moteur M, qui agit sur un rhéostat, une vanne d'alimentation, etc., jusqu'à ce que I ait repris la valeur I_0.

c) Nous avons signalé l'emploi des cellules photoélectriques pour la reproduction des sons à partir d'enregistrements sur film (tome III, par. 10-11). —o— Le disque d'une sirène, animé d'un mouvement de rotation uniforme par un moteur synchrone, est percé de 7 couronnes concentriques de trous dont les nombres correspondent aux 7 notes de la gamme. Un faisceau lumineux venant de l'arc d'une lanterne peut tomber sur l'une quelconque des couronnes de trous et, de là, dans la cellule. Un dispositif convenable permet d'utiliser successivement les diverses couronnes et d'envoyer dans la cellule les éclairs périodiques correspondants. Il en résulte des courants ayant les fréquences des notes de la gamme.

En masquant plus ou moins la lumière, on fait varier à volonté l'intensité des courants. Ceux-ci sont envoyés, après amplification, dans un haut-parleur : la musique ainsi émise peut être commandée au moyen d'un clavier.

d) Les applications des cellules à la photométrie et à la spectrophotométrie, ainsi qu'à la téléphotographie et à la télévision, seront considérées aux tomes V et VII.

Rappelons encore que les surfaces photoélectriques interviennent, en combinaison avec des lentilles électroniques, dans les dispositifs permettant d'obtenir des images visibles, à l'aide de radiations invisibles (lunettes électroniques, microscopie dans l'infrarouge, tome IV, par 3-10c et 20-13).

Et, même si l'on part de lumière visible, l'image formée par les électrons, au besoin après multiplication de ceux-ci sur des surfaces intermédiaires, peut être beaucoup plus brillante que par les procédés purement optiques. Son enregistrement photographique doit assurer à certains télescopes électroniques une sensibilité aux faibles lumières bien plus grande que pour les meilleurs télescopes antérieurs, et étendre ainsi, notamment, le champ d'observation accessible aux astronomes.

CHAPITRE 17.

COURANTS DANS LES GAZ[1]

A. *LES IONS GAZEUX*

17-1. — Phénomènes généraux de conduction dans les gaz.

a) De nombreuses expériences d'électrostatique (chapitres 1 à 4) montrent que, dans les conditions ordinaires, l'air est un bon isolant. Un électroscope à feuilles y conserve longtemps sa charge. Il en est de même des autres gaz; mais tous peuvent devenir conducteurs par suite d'actions très diverses telles que : certaines réactions chimiques (en particulier des oxydations); les rayonnements électromagnétiques de fréquence suffisamment élevée (rayons X et γ); les rayonnements corpusculaires des corps radioactifs; un champ électrique d'intensité suffisante.

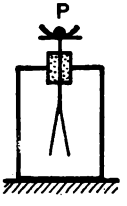


FIG. 17-1. — L'oxydation du phosphore P provoque indirectement la décharge de l'électroscope.

1° *Réactions chimiques.* —o— Un électroscope ne peut conserver sa charge si l'on a placé sur son plateau un verre de montre contenant un fragment de phosphore P (*fig. 17-1*), qui s'oxyde à l'air.

—o— Même expérience en remplaçant l'oxydation du phosphore par la combustion d'une bougie.

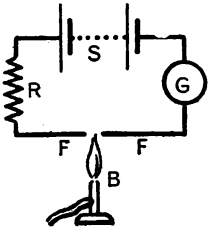


FIG. 17-2. — Courant à travers une flamme.

—o— Deux fils de fer F (*fig. 17-2*) sont placés horizontalement, leurs extrémités distantes de quelques millimètres. Ils forment un circuit ouvert avec un générateur de courant continu S (110 V), un galvanomètre G sensible à 10^{-7} A et une résistance de protection R de plusieurs milliers d'ohms. On place entre les fils la flamme d'un bec BUNSEN B; on constate qu'un faible courant la traverse. Ce courant croît beaucoup si l'on dispose dans la flamme quelques cristaux d'iodure de sodium.

2° *Rayons X.* —o— Si l'on fait fonctionner un tube à rayons X à proximité d'un électroscope chargé, celui-ci se décharge rapidement.

3° *Rayonnements des corps radioactifs.* —o— L'expérience de la figure 17-1 réussit encore si l'on remplace le phosphore par une trace d'un sel de radium ou de polonium.

1. Consulter : M. LAPORTE « Décharge électrique dans les gaz ». A. Colin, Ed., 1939.

4° *Champ électrique élevé.* —o— On réunit les électrodes d'une machine électrostatique d'une part à un électromètre permettant la mesure de tensions élevées, de l'autre, à deux petites sphères séparées par une distance de quelques centimètres. En actionnant la machine, on constate que la différence de potentiel entre les électrodes augmente. Lorsqu'elle atteint une certaine valeur (appelée potentiel explosif), une *étincelle* éclate entre les sphères; l'air est devenu conducteur et a laissé passer un courant : c'est la *décharge disruptive.* Elle ne dure, dans ce cas, qu'un temps très court, son passage ayant eu pour effet de réduire presque à zéro la tension aux bornes du générateur. Elle se reproduit quand cette dernière atteint de nouveau le potentiel explosif.

b) En réalité, à l'état normal, c'est-à-dire en l'absence apparente d'une des causes précédentes, l'air montre encore une très faible conductibilité. On la rattache à la présence de rayonnements radio-actifs de l'atmosphère du sol, ainsi qu'à celle de radiations électromagnétiques (de fréquence encore plus élevée que celle des rayons X) et de rayons corpusculaires d'origine extra-terrestre, dont l'ensemble constitue le *rayonnement cosmique* (tome VIII). Cette conductibilité est négligeable dans la plupart des cas, mais elle joue un rôle essentiel dans l'amorçage de certaines décharges électriques.

17-2. — Ionisation des gaz.

a) Dans les expériences précédentes, la conduction de l'électricité dans les gaz est assurée par la convection de charges à la fois positives et négatives. —o— On relie les armatures d'un condensateur plan aux pôles d'un générateur électrostatique et on projette sur un écran, à l'aide d'une source ponctuelle, l'ombre des gaz chauds qui s'élèvent au-dessus de la flamme F. En l'absence de champ, la colonne de gaz monte verticalement, mais dès que la machine est en action, on voit la colonne se diviser en deux courants gazeux, qui s'infléchissent vers chacun des plateaux pour leur porter des charges de signes contraires (*fig. 17-3*).

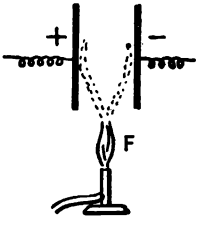


FIG. 17-3. — Courants d'ions gazeux des deux signes dans un champ électrique.

—o— On peut montrer le mouvement de convection des charges dans les gaz, en plaçant une plaque de paraffine sur le plateau d'un électroscope chargé, positivement par exemple. La plaque isolante n'empêche pas le champ de s'établir entre le plateau et la cage. Si l'on rend conducteur l'air avoisinant, les charges négatives se dirigent vers le plateau, mais se fixent sur la paraffine. On constate, à l'aide d'un second électroscope, que la paraffine s'est chargée négativement.

Les porteurs de charges des deux signes dans les gaz sont appelés *ions* : on dit que les actions qui rendent un gaz conducteur l'*ionisent.* L'ionisation consiste, *en premier lieu,* dans le détachement d'un ou de plusieurs électrons, d'une molécule primitivement neutre, et non dans une scission de la molécule en deux fragments contenant chacun un ou plusieurs atomes, comme c'est le cas pour les ions électrolytiques (chap. 18). On peut en effet ioniser même des gaz monoatomiques (gaz inertes, vapeur de mercure). Le reste moléculaire, qui a perdu un ou plusieurs électrons, forme un ion positif. Les ions sont dits

monovalents, bivalents, trivalents... selon qu'ils portent 1, 2, 3..., charges élémentaires d'un signe ou de l'autre.

Dans d'autres gaz, les électrons et les ions positifs, séparés comme dans le cas précédent, peuvent s'associer à des molécules primitivement neutres pour donner des ions positifs ou négatifs, plus complexes.

Même lorsque l'ionisation est intense, il n'y a jamais qu'une petite fraction des molécules du gaz dissociée, par exemple 1 sur 10^{11}. (Rappelons qu'à la pression atmosphérique, et aux températures usuelles, chaque mètre cube de gaz contient environ 3.10^{25} molécules : voir tome II, par. 9-3.)

Les ions des deux signes (y compris les électrons, assimilés à des ions négatifs) se forment nécessairement en nombres égaux s'ils ont même valence. Mais comme ils peuvent se déplacer indépendamment les uns des autres, il n'y en a pas toujours des nombres égaux dans tout élément de volume.

b) Les ions sont mis en mouvement non seulement par l'action des champs électriques, signalée ci-dessus, mais encore par suite de l'*agitation thermique*, à laquelle ils participent, comme les molécules de gaz qui les entourent. De plus, lorsque leur concentration n'est pas uniforme, la diffusion (tome II, par. 11-11) tend à la rendre homogène.

Le mécanisme de leur production sera étudié ci-après, dans quelques cas, et plus complètement au tome VIII.

Le courant dans un gaz est dit *autonome* lorsqu'il s'établit dès que le champ est suffisant, sans qu'il soit besoin de faire agir à cet effet une action ionisante extérieure. Il est *non-autonome* si une telle action est nécessaire et si le courant est dû aux seuls ions qu'elle produit. Il existe aussi des courants *semi-autonomes*, amorcés comme les courants non autonomes par une action ionisante et cessant avec elle, mais faisant intervenir certains mécanismes de multiplication des ions analogues à ceux des courants autonomes.

17-3. — Énergie d'ionisation.

a) Pour arracher un électron à un atome, il faut dépenser un travail d'ionisation W_i, que l'on peut déterminer en étudiant certaines des conditions de passage du courant dans les gaz (voir ci-après).

L'énergie W_i peut être fournie lors du choc d'un électron (ou d'un ion) rapide sur l'atome. Parmi les chocs, certains seulement, en proportion variable suivant la vitesse des particules ionisantes, se révèlent efficaces; la probabilité d'ionisation, nulle pour les faibles valeurs de la vitesse (énergie cinétique inférieure à W_i) augmente avec celle-ci, passe par un maximum et décroît aux grandes vitesses.

L'ionisation des gaz peut résulter aussi (par. 17-1-a) d'un effet photoélectrique, dû à l'action de rayonnements électromagnétiques d'assez courtes longueurs d'ondes : rayons γ des corps radioactifs, rayons X, et parfois rayons ultraviolets. Le travail d'ionisation est alors emprunté à l'énergie des photons ionisants, qui a pour valeur (par. 16-22) hf, f étant leur fréquence et h la constante de PLANCK.

L'équation d'EINSTEIN [16,52] est alors applicable, sous la forme :

$$[17,1] \qquad hf = W_i + W_k,$$

W_k étant l'énergie cinétique totale communiquée aux particules après le choc. Mais on ne doit pas confondre le travail d'ionisation des atomes ou des molécules à l'état gazeux W_i avec le travail de sortie minimum W_0 des électrons libres d'un métal, considéré au par. 16-20; W_0 est inférieur à W_i.

b) On exprime le plus souvent W_i en électron-volts; sa valeur numérique est alors la même que celle du *potentiel d'ionisation* V_i (exprimé en volts), V_i étant la chute de potentiel minimum que doit subir un autre électron pour acquérir une énergie cinétique telle qu'il puisse, en heurtant l'atome, en chasser l'électron considéré.

Des raisons basées, notamment, sur l'étude des spectres optiques (tome V) conduisent à considérer que les électrons entourant le noyau d'un atome sont répartis en diverses « couches », qui correspondent à des énergies d'ionisation décroissantes. Pour ceux qu'il est le plus facile d'arracher, V_i est compris entre 3,87 volts (valeur minimum observée, cas du césium) et 24,5 volts (valeur maximum, cas de l'hélium). Pour les gaz polyatomiques, les travaux d'ionisation varient selon les diverses dissociations moléculaires possibles.

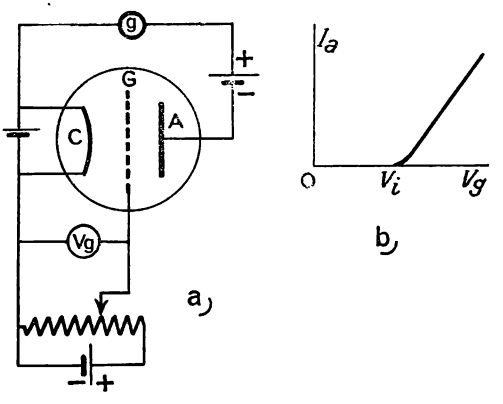


FIG. 17-4. — Mesure d'un potentiel d'ionisation.

On peut déterminer V_i avec précision au moyen de dispositifs tels que le suivant (LENARD). —o— Une triode contient de la vapeur de mercure sous une pression réduite (un tube de désignation commerciale RL17 convient bien). La plaque A (*fig. 17-4-a*) est portée à un potentiel *négatif* faible et la grille G à un potentiel V_g variable de 0 à 20 V. Lorsque $V_g = 0$, aucun courant ne passe dans le galvanomètre g du circuit de plaque, car celle-ci repousse les électrons (*fig. 17-4-b*). En faisant varier progressivement V_g, on observe, pour la valeur $V_i = 10{,}2$ V, l'apparition brusque d'un courant de sens inverse de celui qu'on obtient dans la triode fonctionnant à la manière ordinaire. La plaque reçoit alors les ions positifs provenant de l'ionisation des atomes de mercure par les électrons accélérés.

Le *tableau 17-1* donne quelques valeurs de V_i :

TABLEAU 17-1.

Exemples de valeurs du potentiel d'ionisation V_i

Élément	Cs	K	Hg	O	N	He
V_i(V)	3,87	4,32	10,39	13,55	14,48	24,46.

La longueur d'onde maximum λ_i des radiations produisant l'effet photoélectrique à l'état gazeux est donnée par la relation :

[17,2] $$\lambda_i V_i = \frac{ch}{e} = 1{,}4 \text{ m}\mu\text{V},$$

analogue à [16,49].

Dans le cas du césium, $\lambda_i \simeq \frac{1{,}4}{3{,}9} \simeq 0{,}32$ mμ. Elle est encore plus petite pour les autres gaz et vapeurs.

c) On sait d'ailleurs (tome V) que l'ionisation n'est pas la seule modification possible des atomes : qu'ils soient neutres ou ionisés, ils peuvent subir une *excitation*, correspondant au passage d'un de leurs électrons d'une couche voisine du noyau sur une couche plus extérieure; ce passage absorbe moins d'énergie que l'éloignement à grande distance du même électron. Les états excités ne persistent en général que très peu de temps et le retour de l'électron sur une couche plus voisine du noyau produit une émission de lumière. Aussi l'ionisation des gaz, dès qu'elle est assez intense, s'accompagne-t-elle de *phénomènes lumineux* (voir par. 17-11).

17-4. — Neutralisation des ions.

a) Une masse de gaz ionisé contenue dans un récipient perd progressivement son ionisation après suppression de la cause ionisante.

—o— On ionise l'air contenu dans une boîte étanche B dite *chambre d'ionisation* (*fig. 17-5*) en envoyant pendant quelques instants un faisceau de rayons X à travers la paroi d'aluminium mince A qui en forme un côté. Une électrode P, isolée de la paroi et reliée aux feuilles F d'un électroscope E, capte des ions, qui déchargent rapidement l'électroscope chargé, dès que le tube à rayons X a cessé de fonctionner. Si, après plusieurs minutes, l'on recharge l'électroscope (par l'intermédiaire d'un conducteur C mis temporairement au contact de la tige portant les feuilles F), il conserve plus longtemps sa charge que dans la première expérience.

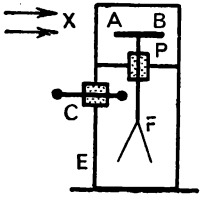


FIG. 17-5. — Mise en évidence de la disparition progressive des ions dans une chambre d'ionisation.

La disparition des ions est due à plusieurs causes :

1° *Action des parois.* — Si le récipient contient des conducteurs à des potentiels différents, les ions viennent naturellement y perdre leur charge; même lorsque la paroi, supposée conductrice, est électriquement neutre, un ion voisin la charge par influence et est attiré, puis neutralisé par elle. Si elle est isolante, des ions peuvent s'y fixer (en gardant leur charge) : les parois de verre d'un tube à gaz sont chargées négativement au voisinage de l'anode, positivement au voisinage de la cathode. Le nombre des ions diminue donc dans le gaz avoisinant et, par suite de la diffusion, certains de ceux qui sont dans les régions plus éloignées viennent à leur tour au voisinage de la paroi. On peut vérifier l'action des parois en augmentant considérablement leur surface, par exemple en les garnissant de coton de verre.

2° *Recombinaison.* — La rencontre de deux ions de signes contraires s'accompagne de la formation d'un ensemble électriquement neutre, s'ils ont même valence. Nous nous limiterons à ce cas, dans les considérations qui vont suivre; celui d'ions de valences différentes se traiterait d'une façon analogue. Ces rencontres sont produites essentiellement par l'agitation thermique; on peut établir que l'attraction de COULOMB n'y joue qu'un rôle accessoire.

On montre par l'expérience suivante que la recombinaison des ions prend un temps appréciable.

—o— Dans l'expérience de la *figure 17-2*, on écarte latéralement la flamme B des fils F : le courant cesse de passer. Si l'on envoie alors un léger courant d'air comprimé, qui entraîne les gaz de la flamme entre les fils, la présence des ions se manifeste encore.

La recombinaison s'étudie avec plus de précision de la façon suivante.

—o— Un tube métallique vertical (*fig. 17-6*) porte trois électrodes isolées, disposées suivant une génératrice. Une petite flamme ionisante est placée au bas du tube. L'électroscope E est branché entre la paroi du tube et l'une des électrodes : le temps de décharge, rapide avec l'électrode 1, diminue lorsqu'on passe à l'électrode 2, puis à l'électrode 3.

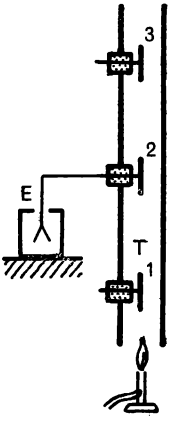


FIG. 17-6. — Dispositif d'étude de la recombinaison des ions.

b) Puisque la recombinaison des ions est produite au hasard de l'agitation thermique, et que le nombre de chocs par unité de temps est proportionnel à la fois au nombre n_+ des ions positifs et au nombre n_- des ions négatifs dans l'unité de volume, on peut poser que le nombre d'ions qui disparaissent par unité de volume dans l'unité de temps est $\alpha\, n_+ n_-$; α est appelé *coefficient de recombinaison* des ions.

Soit N le nombre d'ions produits par unité de temps dans l'unité de volume par la cause ionisante supposée agir de façon uniforme et constante. Partons d'un gaz neutre; si les ions des deux signes ont même valence, ils apparaissent et disparaissent par paires et n_+ reste toujours égal à n_-. Posons $n_+ = n_- = n$. La loi de variation du nombre d'ions est :

$$\frac{dn}{dt} = N - \alpha n^2. \qquad [17,3]$$

Le nombre des ions qui disparaissent croissant avec n, le système tend vers un état de régime, où la destruction compense la production. On a alors $\frac{dn}{dt} = 0$, d'où :

$$n = \sqrt{\frac{N}{\alpha}}. \qquad [17,4]$$

Il est possible de mesurer α comme on le verra au par. 17-7. La formule [17,3] montre que, dans le système pratique, N s'évaluant en $m^{-3}s^{-1}$,

n et dn en m^{-3}, α s'exprime en $m^3.s^{-1}$. Dans l'air sec à la pression ordinaire, $\alpha = 1{,}6.\ 10^{-12}$ m^3/s. Si, par exemple, il se forme par m^3 et par seconde $N = 1{,}6.10^{-10}$ paires d'ions, l'état de régime correspond à $n = 10^{11}$ ions de chaque espèce par m^3.

On peut encore exprimer ce qui précède d'une façon un peu différente. La formule αn^2, donnant le nombre d'ions recombinés a un fondement statistique. Il revient au même (cf. tome II, par. 12-5) de dire que la probabilité dΠ que possède, en régime permanent, un ion de se recombiner dans l'intervalle de temps dt est :

[17,5] $$d\Pi = \alpha n dt.$$

On appelle durée de vie moyenne de l'ion, le temps τ tel que :

$$\int_0^{\tau} d\Pi = 1$$

ou

$$\int_0^{\tau} \alpha n dt = \alpha n \tau = 1,$$

et d'après [17,4]

[17,6] $$\tau = \frac{1}{\alpha n} = \frac{1}{\sqrt{\alpha N}} = \frac{n}{N}.$$

Dans le cas pris ci-dessus comme exemple, $\tau = \dfrac{10^{11}}{1{,}6.10^{10}} \simeq 6$ s.

17-5. — Courants d'ionisation non autonomes.

a) Les considérations précédentes ne sont plus valables en présence d'un champ électrique; les ions sont alors animés de vitesses dirigées, qui se superposent au mouvement d'agitation thermique.

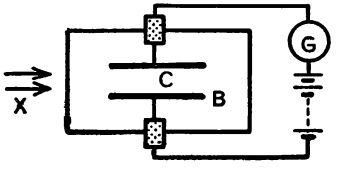


FIG. 17-7. — Chambre d'ionisation pour l'étude du courant en fonction du champ.

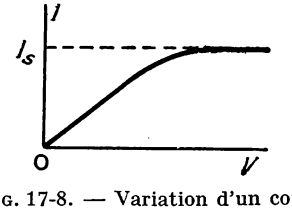


FIG. 17-8. — Variation d'un courant dû à une action ionisante constante en fonction de la tension.

—o— L'étude du courant d'ionisation se fait, par exemple, en ionisant au moyen de rayons X le gaz enfermé dans une chambre B (*fig. 17-7*) qui contient un condensateur plan C, dont les plateaux ont une aire S et sont distants de d. Entre ces plateaux, on établit une différence de potentiel connue et réglable V. L'intensité du courant I peut se mesurer au moyen d'un galvanomètre G, si elle dépasse 10^{-10} A, ou d'un électromètre, si elle est comprise entre 10^{-10} et 10^{-15} A. Le courant cesse de passer lorsqu'on supprime la cause ionisante : il est non-autonome.

La courbe $I = f(V)$ a l'allure que représente la *figure 17-8*. Elle commence par croître suivant une partie rectiligne (pour des champs ne dépassant pas 100 V/m), puis augmente moins vite que V et tend finalement vers une valeur indépendante de V, l'*intensité de saturation* I_s, pratiquement atteinte (sauf dans le cas d'ionisation intense) pour un champ de l'ordre de 2 000 à 3 000 V/m.

b) L'allure de cette courbe s'interprète de la façon suivante. L'intensité du courant de convection est donnée par la formule générale [6,3] qui s'écrit ici (si tous les ions ont même valence v) :

[17,7] $$I = ve\,(n_+u_+ + n_-u_-)S,$$

1° Dans la partie rectiligne de la courbe, I est une fonction linéaire de E : c'est donc que les vitesses u_+ et u_- sont proportionnelles au champ $E = \frac{V}{d}$.

[17,8] $$\vec{u}_+ = k_+ \vec{E} \qquad \vec{u}_- = k_- \vec{E}.$$

k_+ et k_- sont par définition les *mobilités* des ions. Dans le système pratique, u étant exprimé en m/s et V en V/m, les mobilités le sont en $m^2s^{-1}V^{-1}$. Leur ordre de grandeur correspond à des cm/s pour $E = 100$ V/m (voir par. 17-5).

Admettons, en outre, que les ions sont assez peu déplacés par le champ faible pour que l'on puisse poser approximativement $n_+ = n_- = n$. n est le nombre des ions de chaque espèce dans l'unité de volume à l'état de régime, qui est atteint lorsque $\frac{dn}{dt}$ s'annule. La formule [17,7] prend donc une forme analogue à celle de la loi d'OHM dans un conducteur (par. 6-12) :

[17,9] $$I = nve\,(k_+ + k_-)\,S\frac{V}{d}.$$

Cependant, chaque ion est soumis de la part du champ à une force $F = eE$; il devrait, semble-t-il, prendre une accélération, non une vitesse, proportionnelle à E : c'est bien ce que l'on a vu pour les électrons dans le vide (par. 16-3). Mais ici, les molécules étant très nombreuses, les ions ont avec elles un grand nombre de chocs, ce qui leur impose bientôt une vitesse limite constante, par un mécanisme déjà étudié à propos de la viscosité des gaz (tome II, par. 11-9).

Ces chocs correspondent à une augmentation d'agitation thermique, c'est-à-dire à un échauffement du milieu.

2° Le courant de saturation s'explique comme on l'a vu pour la lampe diode (par. 16-8) : la vitesse des ions croît avec le champ, mais il ne peut arriver sur les électrodes plus d'ions qu'il ne s'en forme, soit NSd dans le volume de gaz compris entre les plateaux. Le courant de saturation a donc pour expression :

[17,10] $$I_s = veNSd.$$

Il est proportionnel à la distance d des plateaux (au lieu de varier en raison inverse de d, comme lorsque la formule [17,9] est applicable); ce résultat, qui peut sembler paradoxal, est bien vérifié par l'expérience.

La mesure des courants de saturation permet, même si les ions ne sont pas produits d'une façon uniforme, de comparer quantitativement deux agents ionisants de même nature, par exemple deux faisceaux de rayons X de même composition spectrale, ou deux préparations contenant des quantites plus ou moins grandes d'un même élément radioactif. Ces dosages par la méthode dite « de la chambre d'ionisation » sont pratiqués couramment.

3° Dans la région de la caractéristique comprise entre la partie linéaire et la valeur de saturation, le champ E n'est pas uniforme entre les plateaux, mais a l'allure indiquée par la courbe I de la *figure 17-9-a*, la variation du potentiel V étant représentée par la courbe II. Cela s'explique par l'accumulation d'ions positifs au voisinage de la cathode et d'ions négatifs au voisinage de l'anode, produisant un champ supplémentaire, opposé au champ des électrodes dans la région médiane, mais de même sens que lui au voisinage des plateaux (*fig. 17-9-b*).

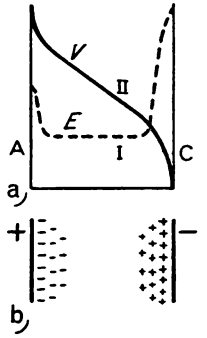


FIG. 17-9. — Champ E et potentiel V dans une chambre d'ionisation, lorsque la charge d'espace n'est pas négligeable.

17-6. — Mesure de la mobilité des ions.

Nous n'indiquerons qu'une méthode. Considérons un condensateur cylindrique, dont la *figure 17-10* montre une coupe axiale. Les ions, produits dans une tranche mince AA'BB' à l'aide des rayons X, par exemple, sont entraînés parallèlement à l'axe du cylindre, avec une vitesse $u_x = \dfrac{dx}{dt}$, par un courant de gaz, et en même temps suivant le rayon du cylindre, avec une vitesse u_r, par le champ électrique E qui règne entre les armatures :

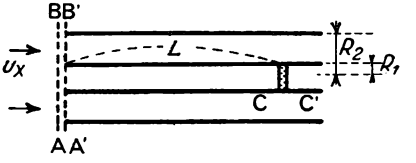


FIG. 17-10. — Dispositif pour la mesure des mobilités des ions.

$$u_r = -\frac{dr}{dt} = kE.$$

Le champ E à la distance r de l'axe a pour valeur (par. 5-2) :

$$E = \frac{V_1 - V_2}{r \ln \dfrac{R_2}{R_1}}.$$

Entre les distances dx et dr parcourues pendant le même intervalle de temps, on a donc la relation :

$$dx = u_x dt = -\frac{u_x}{u_r} dr = -\frac{u_x}{k(V_1 - V_2)} \ln \frac{R_2}{R_1} r dr.$$

La longueur x parcourue pendant que l'ion se déplace de R_2 en R_1 est

$$x = \frac{\ln (R_2/R_1)}{k(V_1 - V_2)} \int_{R_1}^{R_2} u_x r dr.$$

L'intégrale :

$$U = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi u_x r dr$$

représente le débit en volume du gaz (cf. tome I, par. 22-7). Pour mesurer x, on a divisé l'électrode intérieure en deux parties C et C′ isolées l'une de l'autre. Si la différence de potentiel est réglée de façon que x soit égale à la longueur L de C, aucun courant ne passe entre C′ et le tube extérieur. D'où :

$$[17,11] \qquad k = \frac{U}{2\pi L\,(V_1 - V_2)} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

En dirigeant le champ d'abord du tube vers l'électrode, puis en sens inverse, on mesure la mobilité des ions positifs, puis celle des ions négatifs.

Les nombres suivants donnent les valeurs de k_+ et de k_- dans divers gaz secs, à la température et à la pression ordinaires, en m/s par V/m.

TABLEAU 17-2.

Mobilités de quelques ions gazeux ($m^2\,s^{-1}\,V^{-1}$).

	k_+	k_-
Air	$1{,}36.10^{-4}$	$1{,}87.10^{-4}$
CO_2	$0{,}76.10^{-4}$	$0{,}81.10^{-4}$
H_2	$6{,}70.10^{-4}$	$7{,}95.10^{-4}$

17-7. — Mesure du coefficient de recombinaison des ions.

Nous indiquerons seulement le principe d'une méthode simple, mais d'une précision médiocre, dérivée de l'expérience de la *figure 17-6*. Un courant gazeux circule avec une vitesse constante u le long d'un tube métallique cylindrique, suivant l'axe duquel sont placées des électrodes identiques, distantes entre elles de L. Entre les électrodes et le tube, on maintient une différence de potentiel suffisante pour obtenir le courant de saturation. Les valeurs de ces courants sur deux électrodes consécutives sont, d'après [17,5], en supposant les ions porteurs d'une seule charge :

$$I_1 = U\,n_1\,e \qquad I_2 = U\,n_2 e,$$

U désignant le débit de gaz en volume. La loi [17,1] donne d'autre part, pour $N = 0$ (puisque la production d'ions est nulle dans le tube) :

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha\,n^2,$$

d'où

$$\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} = \alpha T = \frac{\alpha L}{u},$$

$T = \dfrac{L}{u}$ désignant le temps de passage du gaz entre deux électrodes consécutives. Cette dernière relation peut s'écrire :

$$[17,12] \qquad \alpha = \frac{ueU}{L}\left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1}\right),$$

d'où l'on tire α.

17-8. — Condensation de la vapeur d'eau sur les ions. Chambre à détente de WILSON.

a) —o— On fait bouillir doucement de l'eau dans un ballon dont le bouchon est traversé par un tube coudé présentant une longue partie presque horizontale et effilée. La vapeur s'échappe en un panache peu visible. Elle donne un nuage de gouttelettes si l'on ionise l'air, en approchant de la pointe du tube un morceau de phosphore enveloppé de papier filtre ou une préparation radioactive (polonium par exemple).

Comme les poussières (tome II, par. 16-16), les ions ont en effet la propriété de faire cesser à leur contact la sursaturation de la vapeur d'eau contenue dans l'air. L'expérience montre que l'air privé de poussières peut subir une détente adiabatique augmentant son volume dans le rapport $\frac{v_2}{v_1} = 1{,}38$, avant que la vapeur d'eau qu'il contient se condense. Calculant l'abaissement de température produit par la détente (tome II, par. 6-7) et la pression de vapeur saturante de l'eau au moyen des tables de REGNAULT (tome II, par. 17-6), on trouve que la pression partielle de la vapeur d'eau est alors huit fois la pression de vapeur saturante. La présence d'ions négatifs abaisse à quatre ce nombre, ce qui correspond à un rapport $\frac{v_2}{v_1} = 1{,}25$; celle d'ions positifs demande un rapport $\frac{v_2}{v_1} = 1{,}31$.

L'influence des ions s'explique de la façon suivante : il résulte de l'excès de pression dû à la courbure (tome I, par. 18-5) que la pression de vapeur d'une goutte de liquide est supérieure à celle d'une surface plane du même liquide, d'une quantité proportionnelle à la tension superficielle. Si ces gouttes sont chargées, la pression électrostatique (par. 3-7) tend à accroître la surface et agit en sens inverse de la tension superficielle; elle produit une diminution de la pression de vapeur. Des gouttes qui ne seraient pas stables à l'état neutre peuvent donc se former sur des ions.

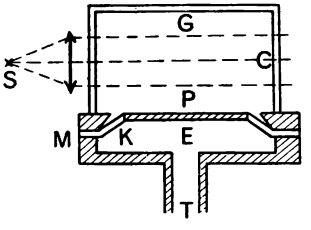


FIG. 17-11. — Chambre à condensation de C. T. R. WILSON.

b) C. T. R. WILSON a imaginé sur le principe précédent un appareil d'étude des trajectoires des particules ionisantes, la *chambre à condensation*. L'air saturé est contenu dans un récipient cylindrique C (*fig. 17-11*), dont les parois latérales sont en verre et dont la partie supérieure est fermée par une glace G. La base est constituée par une plaque P, reliée par un anneau de caoutchouc K au support métallique M. On peut abaisser brusquement P, en créant une dépression dans l'espace E, par l'intermédiaire du tube T. On éclaire latéralement la chambre au moment de la détente, de façon à permettre à travers G l'observation visuelle ou photographique de la lumière diffusée par les gouttelettes d'eau. La *figure 17-12* (planche IV) montre une photographie des traces d'ions libérés par un très fin pinceau de rayons X, invisible par lui-même, se propageant horizontalement.

On prend souvent deux photographies stéréoscopiques (tome IV par. 17-12) simultanées, ce qui permet de reconstituer les trajectoires dans l'espace. L'emploi de la « chambre de WILSON » fournit, comme on le verra au tome VIII, des renseignements fondamentaux sur les particules et les rayonnements ionisants.

B. *COURANTS SEMI-AUTONOMES*

17-9. — Ionisation par chocs.

a) Augmentons la différence de potentiel, dans l'expérience qui fournit la courbe de la *figure 17-8*, au-delà de la valeur correspondant au courant de saturation. On observe dans tous les cas que, pour une valeur suffisamment élevée du champ électrique, correspondant à une différence de potentiel V_e, le courant subit une augmentation considérable, accompagnée de phénomènes lumineux qui ont des apparences diverses (étincelle, aigrette, arc) suivant les conditions de la décharge et les caractéristiques du circuit : on dit qu'il y a décharge disruptive, et V_e est appelé *potentiel explosif*.

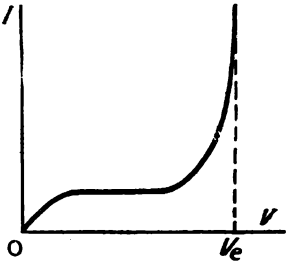


FIG. 17-13. — Courant semi-autonome, pour des valeurs de V un peu inférieures au potentiel explosif V_e.

En fait, il n'y a pas, pour la valeur V_e, variation discontinue de l'intensité, mais accroissement très rapide, commençant déjà pour des valeurs un peu inférieures (*fig. 17-13*). Dans l'air à la pression ordinaire et pour une distance des électrodes d'environ un centimètre, les valeurs du champ qui produisent la décharge disruptive sont de l'ordre de 3.10^6 V/m. Dans la région de la courbe $= I\ f(V)$ qui précède immédiatement V_e, le courant cesse encore avec l'action ionisante : il est *semi-autonome*. Son étude est difficile à la pression ordinaire, car la variation de I est très brusque.

b) Si la pression du gaz est assez faible (de l'ordre de 0,01 atmosphère), on peut obtenir le relèvement de la courbe de la *figure 17-12* pour des champs de l'ordre de 5 000 V/m seulement et suivre la croissance du courant dans la région où la décharge est semi-autonome, avant que soit atteinte la valeur V_e. Cette croissance rapide s'explique, comme on l'a indiqué au par. 17-3, en admettant que les particules chargées qui conduisent le courant deviennent capables d'ioniser par choc les molécules qu'elles heurtent, si elles ont une énergie cinétique suffisante.

En particulier, un électron apparu dans le gaz et suffisamment accéléré par le champ devient capable d'ioniser par chocs des molécules, en libérant d'autres électrons qui pourront ioniser par chocs à leur tour : on obtient ce qu'on appelle des « avalanches d'ions ».

Un cas simple est celui où des électrons photoélectriques sont produits à la surface d'une cathode plane C (*fig. 17-14-a*), sous l'action d'un rayonnement lumineux qui pénètre dans l'enceinte contenant le gaz à étudier par une fenêtre Q, l'anode A (non photo-électrique) étant parallèle à C et formée d'une plaque percée de trous. Soit alors n_0 le nombre d'électrons produits dans l'unité de temps sur la surface de la cathode; la plupart se fixent sur des molécules du gaz et donnent des ions négatifs. Ceux-ci sont accélérés par la d. d. p. qui existe entre C et A et ionisent par choc les molécules du gaz. Soit n le nombre d'ions négatifs traversant par unité de temps une surface parallèle à la cathode, à la distance x de l'anode (*fig.17-14-b*). L'hypothèse la plus simple est d'admettre que le nombre dn d'ions produits par chocs dans une tranche d'épaisseur dx a pour expression :

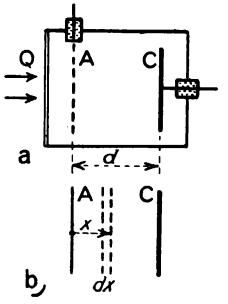


FIG. 17-14. — Étude de l'ionisation par chocs successifs.

$$[17,13] \qquad dn = \beta n\, dx.$$

β représente le nombre d'ions formés sur l'unité de longueur de son parcours par un ion négatif. On le détermine par le raisonnement suivant. L'ionisation se produit lors d'un choc et le nombre de chocs par unité de longueur est inversement proportionnel au libre parcours moyen l des ions (tome II, par. 11-4). Mais un choc n'est ionisant que s'il communique à la molécule une énergie au moins égale à l'énergie d'ionisation eV_i (par. 17-3). Il y a donc une fraction $\delta = \beta l$ d'ions capables d'ioniser sur le parcours moyen l. Or, après un parcours x dans le champ E, un ion monovalent a acquis l'énergie eEx, et pour qu'il puisse ioniser, il faut que x ait au moins une valeur l_0 telle que :

$$eV_i = eEl_0 = eV\frac{l_0}{d},$$

$E = \dfrac{V}{d}$ étant le champ créé entre les électrodes distantes de d et présentant une d. d. p. égale à V. Le principe de BOLTZMANN (tome II, par. 12-5) conduit à écrire que le nombre relatif δ d'ions dont le parcours est l_0 a pour valeur :

$$[17,14] \qquad \delta = \beta l = \exp\left(-\frac{l_0}{l}\right) = \exp\left(-\frac{V_i}{V}\frac{d}{l}\right).$$

Si le mécanisme précédent de formation des ions intervenait seul, le nombre d'ions négatifs qui atteindrait l'anode s'obtiendrait en intégrant [17,13], soit:

$$[17,13 \text{ bis}] \qquad n = n_0 \exp \beta d.$$

Mais sur le trajet d, un électron produit $\exp(\beta d) - 1$ ions positifs (l'unité vient de ce que l'électron initial n'est pas accompagné d'ions positifs) et ceux-ci retournent à la cathode. En la frappant, ils peuvent lui arracher de nouveaux électrons, au nombre moyen de γ par ion (on trouve $\gamma = 0{,}003$ à 0,02 suivant la nature de la cathode). Le nombre de ces électrons secondaires est donc :

$$[17,15] \qquad n_0\gamma[\exp(\beta d) - 1].$$

Ceux-ci, en traversant le gaz, formeront :

$$n_0\gamma[\exp(\beta d) - 1]\exp(\beta d)$$

ions négatifs, et ainsi de suite. Le nombre total d'électrons qui participent à la décharge est donc :

$$n = n_0 \exp \beta d + n_0\gamma\,[\exp(\beta d) - 1]\exp \beta d + n_0\gamma^2\,[\exp(\beta d) - 1]^2 \exp \beta d + \ldots$$
$$= n_0 \exp \beta d\{1 + \gamma\,[\exp(\beta d) - 1] + \gamma^2\,[\exp(\beta d) - 1]^2 + \ldots$$

La somme de cette progression géométrique de raison $\gamma\,[\exp(\beta d) - 1]$ a pour expression

[17,15 bis] $$n = n_0 \frac{\exp(\beta d)}{1 - \gamma\,[\exp(\beta d) - 1]}$$

si $\gamma\,[\exp(\beta d) - 1]$ est inférieur à l'unité.

Dans ces conditions, le courant n'est pas autonome, si la cause de production des électrons est accidentelle : lorsque tous les ions ont atteint l'anode, il cesse de passer, jusqu'à ce qu'un nouvel électron apparaisse dans le gaz.

Lorsque les ions sont engendrés non sur une surface, mais dans la masse du gaz, comme c'est le cas dans l'ionisation par les rayons X, si le nombre d'ions formés est N par unité de volume et de temps, on peut raisonner comme suit : le nombre d'ions formés dans une couche ayant pour base l'unité de surface et pour hauteur dx (*figure* 17-14-*b*) est $N\,dx$ et le nombre d'ions, ayant cette couche pour origine, qui atteignent l'anode, est donné par une expression analogue à [17, 13] :

$$dn = N \exp(\beta x)\,dx.$$

Le nombre d'ions produits dans tout le volume est (en négligeant la recombinaison) :

$$\int_0^d N \exp(\beta x)\,dx = \frac{N}{\beta}[\exp(\beta d) - 1].$$

Les électrons, par suite de leur faible masse, prennent des vitesses beaucoup plus élevées que les ions positifs et ont une part prépondérante dans le transport du courant : i croît très rapidement avec V. Au-delà de la partie initiale de la courbe, les phénomènes se compliquent, comme on le verra au par. 17-14.

17-10. — Compteurs de Geiger.

Ces appareils constituent une application importante des courants semi-autonomes. Ce sont des cylindres contenant un gaz raréfié, et suivant l'axe desquels on a disposé une aiguille à pointe fine ou un fil tendu F (*fig. 17-15*), porté par rapport au cylindre C à une tension convenable (de l'ordre de mille volts), inférieure au « potentiel explosif », mais suffisante pour l'établissement d'une décharge semi autonome si des ions viennent à être produits dans la région de champ intense voisine de la pointe ou du fil.

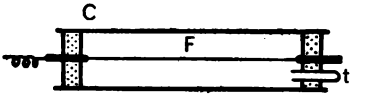


Fig. 17-15. — Compteur de Geiger.

Lorsque le compteur est soumis à un agent ionisant (corps radioactif, rayons cosmiques), l'arrivée de chaque corpuscule de grande énergie provoque une décharge semi-autonome, capable de commander, après amplification, le bruit d'un téléphone, le déplacement d'un galvanomètre, ou le fonctionnement d'un électro-aimant enregistreur.

On peut ainsi dénombrer les particules, et parfois même les différencier, d'après l'intensité du courant produit, si celui-ci varie comme le nombre des ions ayant servi d'amorces à la décharge (compteurs proportionnels).

17-11. — Phénomènes lumineux en régime semi-autonome.

Contrairement à ce qui se produit pour les courants non autonomes (très peu intenses), les courants semi-autonomes ou autonomes sont en général accompagnés d'une émission de lumière. L'étude de cette émission par les gaz soumis à des chocs électroniques a été faite par FRANCK et HERTZ (1914), au moyen d'un dispositif qui présente quelques analogies avec celui de la *figure 17-4*.

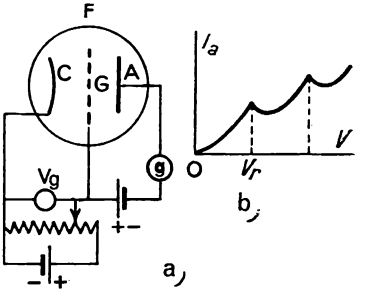


FIG. 17-16. — Mesure d'un potentiel de résonance.

—o— Le gaz est contenu à basse pression dans une triode (*fig. 17-16-a*). Les électrons produits par la cathode incandescente C sont accélérés par la différence de potentiel variable V_g. L'anode est portée à un potentiel V', légèrement négatif *par rapport à la grille*, de façon que seuls les électrons lents ne puissent pas l'atteindre. Lorsqu'on augmente progressivement V_g, on constate que le courant I_a commence par croître normalement (*fig. 17-16-b*). Pour une valeur critique V_r de V_g (4,9 volts pour la vapeur de mercure), le courant subit une brusque diminution : un nombre important d'électrons a subi une perte d'énergie cinétique qui les rend incapables de surmonter la différence de potentiel antagoniste V'.

L'expérience montre que lorsque le potentiel V_r est atteint, le gaz émet de la lumière. On peut étudier au spectrographe le rayonnement sortant de la triode à travers la fenêtre F en quartz, rayonnement qui est invisible dans le cas de la vapeur de mercure : on constate qu'il contient seulement une radiation monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 2536$ Å. Le potentiel V_r est dit *potentiel de radiation* du gaz; on l'appelle encore *potentiel de résonance*, pour des raisons indiquées au tome V.

Lorsque V_g dépasse la valeur V_r, le courant I_a recommence à croître, atteint un second maximum obtenu pour $V_g = 2\ V_r$, puis un troisième pour $V_g = 3\ V_r$, etc... C'est que les électrons peuvent subir deux, trois,... collisions non élastiques.

Des observations plus étendues et plus précises montrent qu'un atome peut posséder plusieurs potentiels de radiations caractéristiques (voir tome V).

17-12. — Tubes thermoélectroniques à atmosphère gazeuse. Thyratron.

a) Si, au lieu de faire un très bon vide dans une diode ou une triode, on y introduit un gaz convenable, l'ionisation de celui-ci permet d'y faire passer des courants de plaque beaucoup plus intenses. Nous étudierons au tome VII l'emploi de diodes à gaz (*phanotrons*) comme redresseurs de courant alternatif.

—o— On peut réaliser à l'aide d'un phanotron une expérience analogue à celle du par. 17-3-b.

L'étude de la répartition du potentiel montre que le principal effet de l'ionisation est de neutraliser la charge d'espace électronique (par. 16-8), ce qui permet d'obtenir le courant de saturation électronique pour une tension anodique modérée. Chaque volume de l'atmosphère gazeuse contient sensiblement autant d'ions positifs que d'électrons, formant ce qu'on appelle un *plasma* (cf. par. 17-20-b).

b) Le *thyratron* est une sorte de triode contenant du néon, de l'argon ou de la vapeur de mercure, sous faible pression. La grille permet de faire varier la vitesse des électrons et par suite de commander à l'ionisation. Pour une différence de potentiel déterminée entre l'anode et la cathode (par exemple 125 V), le courant ne peut passer que si la grille n'est pas à un potentiel trop fortement négatif (par exemple supérieur en valeur absolue à 5 V), sinon les électrons sont repoussés, comme dans la triode (par. 16-7). Mais ici, lorsque le courant s'établit (en même temps que l'atmosphère du tube s'illumine), il est de l'ordre des ampères; en agissant sur la tension de grille, on peut donc déclencher le passage d'un courant intense : on a réalisé un relais, qui peut servir comme commutateur ou comme disjoncteur. Une fois la décharge amorcée, elle se maintient, même si l'on rend fortement négative la tension de grille, car l'ionisation persiste. On doit pour l'arrêter annuler (ou inverser) la tension de plaque : la commande du relais par la grille seule n'est pas réversible.

17-13. — Cellules photoélectriques à gaz.

Elles mettent en jeu une amplification des courants photoélectroniques due, comme dans le cas précédent, à l'ionisation des molécules gazeuses par choc des électrons, donc à un mécanisme nettement différent de celui des photomultiplicateurs (par. 16-25). Ce qui a été dit précédemment permet de comprendre les conditions à réaliser dans ce genre de cellules. Le gaz ne doit pas attaquer la couche cathodique sensible à la lumière, qui contient le plus souvent un métal alcalin; il faut donc utiliser un gaz inerte. On choisit généralement l'argon, dont le potentiel d'ionisation V_i est assez élevé (15,7 volts), mais qui n'est pas très coûteux. La tension anodique doit être supérieure à V_i pour que l'on obtienne au moins deux électrons pour un émis par la cathode. Mais une tension anodique trop forte donne lieu à une émission indésirable d'électrons secondaires par l'anode (par. 16-10); plus forte encore, elle produirait la décharge disruptive.

—o— On augmente progressivement la tension V appliquée à l'anode d'une cellule photoélectrique à gaz[1] tout en l'éclairant par un flux constant. Sur la courbe $I = f(V)$ caractéristique (*fig. 17-17*). on reconnaît de O en A le régime non-autonome : il n'y a pas d'ionisation du gaz; seuls les photoélectrons conduisent le courant, qui cesse si l'on interrompt le flux lumineux. De A en B, on a le régime semi-autonome : ionisation du gaz de la cellule, arrêt du courant en même temps que de l'éclairement. De B en C, la cellule s'illumine, la décharge est autonome : elle ne cesse pas avec le flux lumineux, mais seulement si l'on supprime la tension anodique.

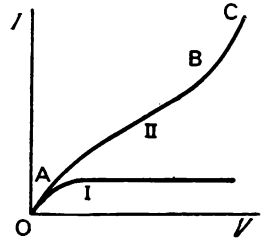


FIG. 17-17. — Courant photoélectrique à flux lumineux constant : I) cellule à vide; II) cellule à gaz; mise en évidence des trois régimes : autonome (OA), semi-autonome (AB), auto-entretenu (BC).

La décharge disruptive modifie la cellule, qui peut s'échauffer au point de devenir inutilisable. La valeur du potentiel disruptif, dit aussi « potentiel d'illumination », dépend de la nature de la cathode et des dimensions de la cellule; elle diminue quand le flux éclairant augmente.

Pour éviter la décharge, on met en série avec la cellule une *forte résistance de protection* R_p (des centaines de milliers d'ohms ou des mégohms). Le régime de fonctionnement correspond (*fig. 17-18*) à l'intersection de la caractéristique $I = f(V)$ de la cellule (correspondant au flux qu'elle reçoit) et de la droite $V = U - R_p I$, U étant la tension appliquée; l'intensité ne peut dépasser $\frac{U}{R_p}$.

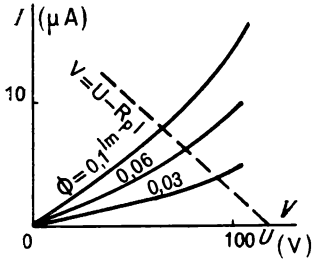


FIG. 17-18. — Cellule à gaz, exemples de courbes $I = f(V)$ pour divers flux lumineux; rôle de la résistance en série.

En dessous de la tension d'illumination, les cellules à gaz ont une sensibilité, croissante avec V, qui peut être jusqu'à 10 fois plus grande que celle des cellules à vide du même type. Mais, même si l'on maintient V bien constant, la proportionnalité du courant au flux lumineux est beaucoup moins bonne, les effets d'ionisation n'étant pas parfaitement reproductibles.

On observe, dans certaines conditions, des phénomènes de traînage (le courant ne prend pas immédiatement sa valeur définitive) et d'hystérésis (les valeurs de I obtenues, toutes choses égales d'ailleurs, à flux décroissant, sont plus grandes qu'à flux croissant). Ces cellules se prêtent donc mal soit à la photométrie de précision, soit à l'étude, même approchée, des flux lumineux en variation très rapide. Mais elles sont avantageuses pour la plupart des autres usages.

1. Il est bon d'utiliser une cellule déjà ancienne, car cette expérience diminue ses qualités.

C. *DÉCHARGES AUTO-ENTRETENUES*

17-14. — Courants d'ionisation autonomes.

Lorsqu'on applique une différence de potentiel au moins égale au potentiel explosif V_e entre deux électrodes placées dans un gaz, la décharge disruptive s'établit d'elle-même, sans qu'il soit besoin d'introduire une cause artificielle d'ionisation, et se maintient tant que la tension reste suffisante; on dit que le courant est autonome ou encore auto-entretenu. Le potentiel explosif n'est d'ailleurs pas une quantité très bien déterminée, car de nombreuses circonstances le modifient.

Le passage du courant a pour origine la présence initiale des charges que contient le gaz, toujours spontanément quelque peu ionisé par l'effet du rayonnement cosmique ou par celui de substances radioactives présentes à l'état de traces (par. 17-1-b). Le mécanisme de l'auto-entretien se trouve dans l'ionisation par chocs; mais l'analyse faite au par. 17-9 doit être complétée. Si le champ devient assez élevé, les ions positifs peuvent, comme les électrons, acquérir une énergie suffisante pour libérer les électrons, soit dans le métal de la cathode elle-même, soit dans les molécules du gaz. De nouvelles avalanches d'électrons peuvent alors prendre naissance, engendrant des ions positifs, et la conductivité du gaz est durable. Les phénomènes sont complexes et ne semblent pas encore parfaitement élucidés.

L'amorçage d'un courant autonome et son entretien sont naturellement facilités si la cathode est le siège d'un effet photoélectrique ou thermo-ionique, si le gaz est soumis à des rayons X, etc.

Au moment de l'amorçage, on constate, par exemple à l'aide d'un voltmètre électrostatique, une chute brusque de la tension entre électrodes.

Pour déterminer expérimentalement la caractéristique $V = \mathrm{f}\ (I)$, il peut être commode de régler l'intensité à la valeur de saturation d'une diode, placée en série, dont on chauffe convenablement le filament; cette caractéristique dépend essentiellement de la nature et de la pression du gaz, de la présence d'impuretés, même à l'état de traces, de la forme et de la distance des électrodes, et peut faire apparaître des effets d'hystérésis et de traînage.

La décharge disruptive est toujours accompagnée de phénomènes lumineux dont on trouvera la théorie au tome V. Leurs apparences peuvent être différentes suivant les circonstances de production de la décharge, ainsi qu'on va le voir dans ce qui suit.

17-15. — Décharges luminescentes à la pression atmosphérique.

Leur fonctionnement correspond à une tension aux bornes relativement élevée (des centaines ou milliers de volts) et à une intensité relativement faible (des milliampères). Leur aspect dépend de la forme des électrodes.

a) *Décharge par les pointes.* — Lorsqu'on établit, au moyen d'un générateur électrostatique, une différence de potentiel entre une plaque conductrice de grandes dimensions et une pointe métallique, le champ électrique est

intense au voisinage de la pointe (par. 3-6). Les ions préexistants sont accélérés et ionisent par chocs les molécules d'air. Dans l'obscurité, on peut observer une luminescence près de la pointe. A une certaine distance de la pointe, le champ devient trop faible pour que les ions, après un choc, reprennent la vitesse nécessaire à une nouvelle ionisation. Toutefois, ils déplacent les molécules en les heurtant; il en résulte un courant d'air ou *vent électrique.*

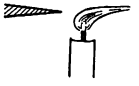


FIG. 17-19. Action d'un courant d'ions sur une flamme.

—o— Ce courant d'air est capable d'incliner la flamme d'une bougie ou même de l'éteindre (*fig. 17-19*).

—o— Il peut faire tourner un anémomètre léger en mica.

—o— Un tourniquet, mobile autour d'un axe vertical, porte des pointes horizontales toutes orientées dans le même sens. Relié à l'un des pôles d'une machine électrostatique dont l'autre pôle est au sol, il se met à tourner dans le sens opposé à la direction des pointes (*fig. 17-20*). Chacune de celles-ci chasse en effet un courant d'air électrisé, et subit, d'après le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, une force qui la fait reculer.

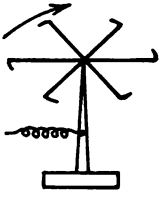


FIG. 17-20. Tourniquet électrique.

Les propriétés des pointes sont utilisées, notamment dans certaines machines électriques, pour charger ou décharger un corps placé à petite distance (chap. 22).

Pour des différences de potentiel plus élevées (ou pour une distance moindre) entre les électrodes, l'aspect de la décharge se modifie. Des traits lumineux ramifiés s'échappent de la pointe, formant ce qu'on appelle l'*aigrette,* dont la forme diffère d'ailleurs suivant que la pointe est chargée positivement ou négativement; on l'obtient également entre deux pointes. Cette décharge est silencieuse, comme le vent électrique. Elle se produit parfois dans la nature, à l'extrémité de paratonnerres, de clochers, de mâts : c'est le *feu de Saint-Elme.*

Les *effluves,* les gaines lumineuses (*effet corona*) entre fils parallèles à haute tension, sont des phénomènes analogues.

b) *Etincelle.* — Elle peut exister entre électrodes de forme quelconque. Dans le cas de pointes, il suffit d'augmenter le débit, en faisant tourner plus vite le générateur, pour transformer l'aigrette en étincelle, trait lumineux ininterrompu unissant les électrodes, d'autant plus épais et plus rectiligne que la distance est plus courte.

Le courant y est sensiblement plus intense que dans l'aigrette et comme les générateurs électrostatiques ont un faible débit, le potentiel diminue brusquement après le passage d'une telle décharge, jusqu'à ce que les électrodes aient acquis une charge suffisante pour donner une nouvelle étincelle. Le débit d'électricité a donc une allure analogue à celle du débit des oscillateurs mécaniques à relaxation (tome III, par. 4-19). Le bruit caractéristique de l'étincelle est produit par des variations thermiques brusques de pression de l'air et révèle son caractère discontinu.

Entre des électrodes planes ou de grand rayon de courbure, assez voisines l'une de l'autre, on obtient directement la décharge par étincelle. L'amorçage demande, à partir de l'instant où est appliquée entre électrodes une diffé-

rence de potentiel suffisante, un temps qui subit, d'une expérience à l'autre, des fluctuations, mais qui est d'autant plus réduit que la tension appliquée dépasse davantage la valeur minimum nécessaire. Dans bien des cas, le temps d'établissement est négligeable; l'établissement de la décharge paraît « explosif ». La valeur du potentiel explosif V_e ne dépend pas, en général, de la nature du métal. Elle varie en fonction de la distance d des électrodes suivant une loi à peu près linéaire, pourvu que d soit au moins égale à une fraction de millimètre. Aux très petites distances, la loi précédente n'est plus valable, comme on le verra au par. 17-18.

17-16. — Décharges en régime d'arc à la pression atmosphérique. Arcs au carbone.

a) Les décharges en *régime d'arc* sont de natures diverses, mais caractérisées par une forte émission d'électrons par la cathode, soit parce que celle-ci se trouve portée à haute température (effet thermo-électronique), soit parce qu'il existe tout près d'elle un champ assez intense pour arracher des électrons (effet de champ), ces deux effets pouvant coexister. Ils permettent l'entretien des arcs sous une tension bien moindre que celle des étincelles (des dizaines de volts seulement) avec une intensité de courant bien plus grande (des ampères ou des dizaines d'ampères), ce qui nécessite une source capable d'un tel débit.

Dans la plupart des arcs, c'est l'élévation de température de la cathode, résultant de son bombardement par les ions positifs, qui libère des électrons bien plus nombreux que ceux dus à l'ionisation par chocs dans le régime luminescent.

—o— On peut montrer que l'incandescence de la cathode est nécessaire au fonctionnement de l'arc, en le faisant éclater entre une tige de métal ou de carbone et une solution conductrice (sulfate de zinc ou de cuivre) : l'arc ne s'établit que si la tige est cathode.

b) *Arcs au carbone.* — Ils sont produits le plus souvent dans l'air à la pression atmosphérique. Pour faire jaillir l'arc électrique entre deux charbons reliés aux bornes d'un générateur continu, on les amène au contact, ce qui provoque l'incandescence des extrémités. On les écarte aussitôt à une distance de quelques millimètres, et le courant persiste.

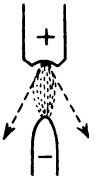


FIG. 17-21. — Arc continu entre électrodes de carbone. Les flèches indiquent les directions d'intensité lumineuse maximum.

L'arc lumineux séparant les électrodes (*fig. 17-21*) est relativement peu brillant. Le charbon négatif se termine par une pointe très éclairante, dont la température est de l'ordre de 2 700 °C; le charbon positif se creuse en forme d'un cratère porté à 3 500 °C environ, qui constitue la partie la plus lumineuse. La luminance du fond du cratère atteint 160.10^6 candélas/m² (nits); la lumière émise est à spectre continu.

La tension nécessaire à l'alimentation de l'arc du charbon est voisine de 45 volts, de sorte que, sur un secteur de 110 volts, on peut mettre deux arcs

en série et, en outre, une *résistance ballast* absorbant 20 volts, et intervenant pour stabiliser le fonctionnement des deux arcs, ainsi qu'on l'a vu au par. 6-17.

La caractéristique $I = f(V)$ de l'arc est, en effet, négative, c'est-à-dire qu'à un accroissement de l'intensité correspond un abaissement de la différence de potentiel. Cela provient de ce qu'une augmentation de I élève la température du circuit, et, en particulier, celle des électrodes : la cathode émet donc plus d'électrons, de sorte que la tension nécessaire diminue. Un circuit à caractéristique négative ne doit pas être branché directement aux bornes d'un générateur, car aucun régime stable ne pourrait alors s'établir. Il faut y introduire une résistance ohmique (cf. par. 6-17), qui donne une caractéristique résultante positive pour des intensités suffisantes (*fig. 17-22*). Toutes choses égales d'ailleurs, l'intensité augmente avec le diamètre des charbons, et la tension aux bornes avec leur écartement.

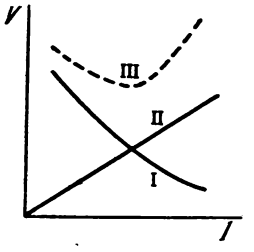


FIG. 17-22. — Stabilisation d'un arc à caractéristique négative (I) par une résistance ohmique en série (II) : la caractéristique résultante (III) correspond à un régime stable pour des tensions suffisantes.

Le charbon positif s'usant plus vite que le charbon négatif, on y remédie partiellement en prenant le premier plus gros que le second. Par suite de l'usure, la longueur de l'arc croît, l'intensité du courant diminue, et l'arc finirait par s'éteindre. Les variations du courant peuvent permettre à un *régulateur*, formé de bobines qui aspirent plus ou moins des noyaux métalliques, de maintenir entre les extrémités un intervalle à peu près invariable.

Les baguettes de charbon s'obtiennent à partir du charbon des cornues ou d'un autre charbon pur en poudre, dont on forme une pâte avec un liant, qui est du sirop de sucre; on moule en baguettes, puis l'on calcine à l'abri de l'air. En incorporant dans l'axe du charbon positif une mèche formée par un mélange de graphite, de silicate de soude et de divers sels métalliques (F, B, Ca, Mg, Fe, Cr, Ti...), on peut rendre l'arc plus long et lumineux comme une flamme.

Lorsqu'on cherche une très grande luminance (*arcs intensifs* pour projecteurs), on utilise des charbons spéciaux, dont la mèche contient des sels de terres rares, animés d'une rotation continue; la densité de courant (intensité par unité de section de l'électrode) peut alors être très accrue et la luminance atteint jusqu'à 10^9 nits.

L'arc au carbone est quelquefois coudé (charbons à angle droit, par exemple), il peut être alimenté en courant alternatif avec deux électrodes identiques : son rendement est alors un peu moins bon qu'en continu.

On emploie les arcs au carbone, non seulement pour l'éclairage et la projection, mais aussi dans certains fours, dans des appareils de soudure électrique, pour l'entretien de réactions endothermiques, etc...

17-17. — Arcs entre métaux.

a) En remplaçant les électrodes de carbone par des métaux divers, on obtient des sources de lumière utiles pour certains usages : *l'arc au fer*, par exemple, donne un spectre à raies très nombreuses, qui servent d'étalons secondaires en spectroscopie.

N. B. — Cet arc, et beaucoup d'autres, même celui au carbone, ne doivent pas être regardés sans interposition d'un verre protecteur arrêtant les radiations ultraviolettes très dangereuses pour l'œil.

L'*arc au tungstène*, enfermé dans une ampoule contenant un gaz inerte, a une cathode (ou les deux électrodes) en forme de sphère très petite, pouvant servir de source « ponctuelle » à assez grande luminance (20.10^6 nits). Un dispositif auxiliaire amène les électrodes au contact pour l'amorçage, ou, plus souvent, provoque celui-ci par chauffage temporaire d'une cathode auxiliaire.

Il ne faut pas oublier que des arcs destructifs peuvent s'établir spontanément entre les balais et le bâti d'une dynamo à haute tension surchargée, entre les pièces d'un interrupteur lorsqu'on coupe un circuit à forte intensité et forte self-induction (électro-aimants), ou le long d'une ligne par suite d'un coup de foudre; des précautions convenables, tendant à répartir les tensions, à allonger les arcs, etc., empêchent l'amorçage ou limitent les dégâts.

b) Il existe des *tubes à vapeur de mercure* à basse pression, que l'on peut faire traverser par des décharges à haute tension (par. 17-19). Mais les lampes les plus employées en Optique (tome IV, par. 1-6), fonctionnent en régime d'arc. Il faut donc que la cathode émette des électrons; l'expérience montre que, pour cela, elle doit être en mercure, l'anode pouvant être faite d'un autre métal, tel que le fer.

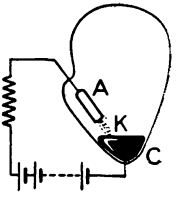


FIG. 17-23. Arc au mercure.

Lorsque l'arc jaillit entre une anode A et une cathode C de mercure (*fig. 17-23*), on voit la décharge rencontrer la cathode sur une petite aire très brillante K, qui se déplace de façon rapide et désordonnée à la surface du mercure : c'est la *tache cathodique*, lieu d'émission des électrons. Il est peu probable que la température joue un grand rôle dans cette émission. On admet que l'effet de champ est beaucoup plus efficace : les ions positifs, formés par les atomes de mercure ionisés par les chocs électroniques, s'accumulant au voisinage de la tache cathodique, y créeraient un champ électrique que l'on estime à 10^8 V/m. La chute de tension cathodique étant de l'ordre de 10 volts, l'épaisseur dans laquelle règne un tel champ est de l'ordre de 10^{-7} m, soit 0,1 μ.

Nous étudierons au tome VII l'emploi de tubes à vapeur de mercure comme redresseurs.

17-18. — Variation du potentiel explosif avec la pression. Loi de PASCHEN.

a) Mesurons le potentiel explosif entre deux plateaux parallèles, pour diverses valeurs de la distance d et de la pression p du gaz. L'expérience conduit à la *loi de* PASCHEN.

Le potentiel explosif V_e *entre plateaux parallèles* est, pour chaque gaz à température constante, une fonction du produit $p.d$ de la pression par la distance des électrodes. Comme, à une température donnée, le produit pd est proportionnel à la masse de gaz contenue entre les électrodes planes, la loi de PASCHEN peut s'énoncer :

Pour un gaz donné, le potentiel explosif, entre deux électrodes planes et parallèles, dépend uniquement de la masse de gaz contenue entre les armatures par unité de surface d'électrode.

Sous cette forme, la loi reste vraie quand la température absolue T varie; mais alors la masse de gaz par unité de surface d'électrode est proportionnelle à $\frac{pd}{T}$, si l'on se borne à l'approximation donnée par la loi de BOYLE-MARIOTTE, et la loi s'écrit définitivement :

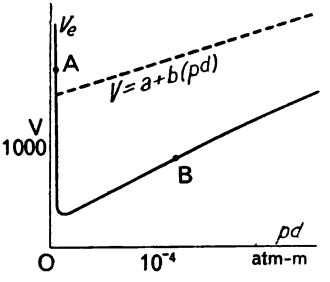


FIG. 17-24. — Variations du potentiel explosif, entre plaques parallèles, en fonction de leur distance d et de la pression p dans l'air (PASCHEN).

$$[17,16] \qquad V_e = f\left(\frac{pd}{T}\right)$$

La courbe $V_e = f(p.d)$, pour une température donnée, a toujours l'allure représentée par la *figure 17-24* : quand $p.d$ croît à partir de valeurs très petites, V_e d'abord très grand (ce qui correspond au fait que le vide absolu serait un isolant parfait) diminue, passe par un minimum, puis augmente à peu près linéairement pour des valeurs suffisantes de $p.d$. La loi a été vérifiée jusqu'à des pressions atteignant 50 atmosphères.

Dans l'air, par exemple, le minimum correspond à $V_e \simeq 330$ volts pour $p.d = 7.10^{-4}$ atm $\times$ cm $\simeq 0{,}7$ N/m.

Quand le produit $p.d$ n'est pas très petit, on peut poser $V_e \simeq a + bpd$, le premier terme étant souvent négligeable; ainsi, pour l'air à la pression atmosphérique et à 20 °C, le potentiel explosif entre plans est approximativement :

$$V_e = 1\,500 + 3.10^6 d$$

(V en volts et d en m).

Si $p.d$ est assez petit, à pression constante, V_e diminue quand d augmente : pour V donné, la décharge suivra, entre deux chemins, le plus long. L'expérience confirme cette conclusion en apparence paradoxale.

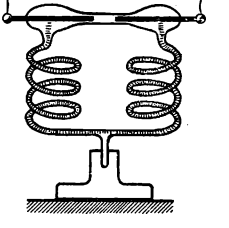


FIG. 17-25. — Expérience de HITTORF.

—o— Expérience de HITTORF. Le tube de la *figure 17-25* contient deux électrodes, éloignées d'un millimètre environ. Si la pression est de l'ordre de 10^{-3} atmosphères, le produit pd

correspond pour cette distance à un point tel que A sur la courbe de la *figure 17-24.* La décharge suit (ce qui surprend à première vue) le trajet le plus long, qui correspond à un point tel que B sur la courbe.

b) L'explication théorique de la loi de PASCHEN découle de celle de la décharge disruptive. Admettons que le phénomène essentiel soit l'arrachement d'électrons à la cathode, au nombre moyen de γ par ion (cf. par. 17-9 b). Pour que la décharge soit autonome, il faut que les ions produits dans le gaz par un électron — au nombre de exp (βd), d'après [17, 13] — puissent libérer au moins un électron. D'où la condition d'auto-entretien, tirée de [17,15] :

$$\gamma \exp(\beta d - 1) \geqslant 1.$$

Remplaçons dans l'égalité précédente, β par sa valeur tirée de [17,14]; il vient, en prenant les logarithmes des deux membres :

$$\frac{d}{l} \exp\left(-\frac{V_i}{V_e}\frac{d}{l}\right) = \ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right)$$

d'où

$$V_e = \frac{V_i \dfrac{d}{l}}{\ln\dfrac{d}{l} - \ln\ln\left(\dfrac{1}{\gamma} + 1\right)}$$

Or le libre parcours moyen l est inversement proportionnel au nombre de molécules par unité de volume, c'est-à-dire à la pression dans le domaine de validité de la loi de BOYLE-MARIOTTE. La formule précédente peut donc s'écrire :

[17,17]
$$V_e = \frac{\dfrac{V_i}{k} p.d}{\ln\dfrac{pd}{k} - \ln\ln\left(1 + \dfrac{1}{\gamma}\right)} = \frac{C_1 pd}{\ln pd - C_2},$$

C_1 et C_2 désignant des constantes. La courbe représentative de cette fonction a bien l'allure de la *figure* 17-24.

17-19. — Décharge autonome dans les gaz à basse pression.

L'installation représentée schématiquement sur la *figure 17-26* est celle des expériences qui vont suivre. Le tube cylindrique T, de quelques décimètres de long et quelques centimètres de diamètre, est relié à des pompes à vide P et à un manomètre non figuré. Une anode A et une cathode C sont réunies respectivement aux pôles + et — à haute tension d'un générateur continu (machine électrostatique ou transformateur complété par une valve à sens unique). Un éclateur A'C', en dérivation sur le tube, est réglé à chaque instant pour déterminer la longueur possible d'étincelle et, par suite, la tension V. Celle-ci sera de l'ordre des kilovolts et l'intensité de l'ordre des milliampères.

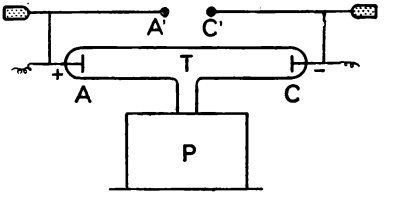


FIG. 17-26. — Étude de la décharge dans un vide croissant.

Voici ce qu'on peut observer (*fig. 17-27*) pour diverses pressions p dans

le tube (les valeurs indiquées pour p, en mm de mercure, ne sont que des ordres de grandeur et varient avec les dimensions du tube).

—o— $p \simeq 760$ mm : étincelle électrique en ligne brisée *entre les boules de l'éclateur A'C'*, même si on les écarte au maximum.

—o— $p \simeq 100$ mm : la décharge passe entre A et C (en accord avec la courbe de PASCHEN). Les électrodes sont réunies, à l'intérieur de T, par un ou plusieurs filets lumineux (rosés dans l'air), ayant l'aspect d'une chenille, maigre d'abord, mais dont la section croît au fur et à mesure que la pression s'abaisse. Cette chenille est la *colonne luminescente*, qui va grossir pour un vide plus poussé.

—o— $p \simeq 10$ mm : la chenille s'est épaissie de telle façon que la lueur remplit le tube cylindrique. C'est la *colonne positive* P. Sa teinte est mauve dans l'azote, rouge orangé dans le néon, verte dans le mercure, blanc rosé dans l'anhydride carbonique, pourpre dans l'hydrogène. Ces gaz ne sont cependant pas chauds, et en posant la main sur le tube, on le trouve à peine tiède.

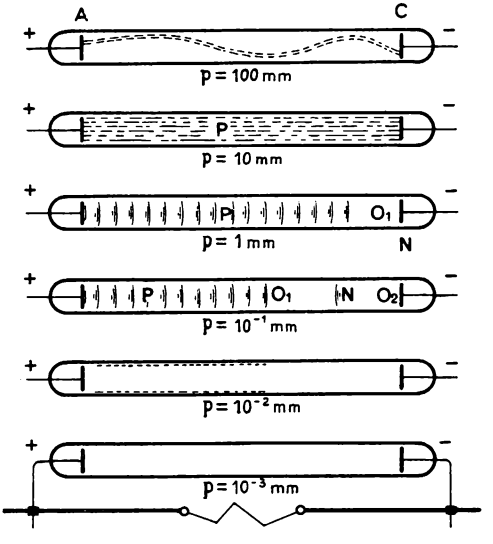


FIG. 17-27. — Aspects successifs de la décharge dans un vide croissant.

—o— $p \simeq 1$ mm : la cathode s'enveloppe d'une gaine lumineuse (*lumière négative*) N bleuâtre, séparée de la colonne positive par un espace sombre N_1, l'*espace de* FARADAY. La colonne positive est souvent alors stratifiée et prend l'aspect d'une pile d'assiettes, concaves vers l'anode, empilées dans le tube et allant jusqu'à l'anode.

—o— $p \simeq 10^{-1}$ mm : la lumière négative s'est peu à peu éloignée de C et un second espace sombre O_2 (*espace de* CROOKES) reste entre elle et la cathode. L'espace sombre de FARADAY s'est déplacé en O_1. L'espace lumineux stratifié qui va de O_1 à l'anode est toujours la colonne positive. Les zones éclairées sont refoulées vers l'anode au fur et à mesure de la diminution de la pression. Tout près de la cathode apparaissent (*fig. 17-29-a*) la *gaine cathodique* G_2, assez brillante, et l'*espace obscur* d'ASTON; tout près de l'anode, la *lumière anodique* G_1 et l'*espace sombre anodique* O_2.

—o— $p \simeq 10^{-2}$ mm : à ces très faibles pressions, l'espace obscur de CROOKES, ayant grandi de plus en plus, occupe sensiblement tout le tube. La décharge continue cependant à passer et son passage se manifeste par une fluorescence verdâtre des parois du tube. On donne le nom de *tube de* CROOKES à ce tube à décharge à très basse pression.

—o— $p = 10^{-3}$ mm : la fluorescence disparaît, parce que la décharge électrique ne passe plus dans le tube : la tension nécessaire à la décharge, qui avait commencé par diminuer avec p, a augmenté ensuite, conformément aux résultats de PASCHEN.

17-20. — Interprétation des phénomènes de la décharge à basse pression.

a) On peut étudier la répartition du potentiel et du champ dans un tube à décharge, au moyen du dispositif de la *figure 17-28*. Les électrodes A et C, maintenues à une distance invariable par un support de verre S auquel elles sont soudées, sont enfermées dans un tube T beaucoup plus long que leur distance. Des fils souples les réunissent aux prises de courant A_1 et C_1. Une pièce de fer F permet de déplacer les électrodes dans le tube, au moyen d'un aimant extérieur. Deux électrodes auxiliaires (sondes) a et c sont soudées sur une génératrice du tube, à une distance *a* de l'ordre du millimètre. On les relie à un électromètre, dont la déviation mesure la différence de potentiel entre a et c, qui, puisque *a* est constante, est proportionnelle au champ dans cette région.

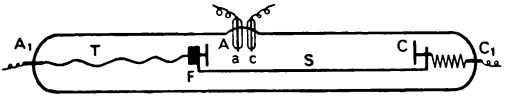


FIG. 17-28. — Dispositif d'étude de la répartition du potentiel et du champ dans un tube à décharge.

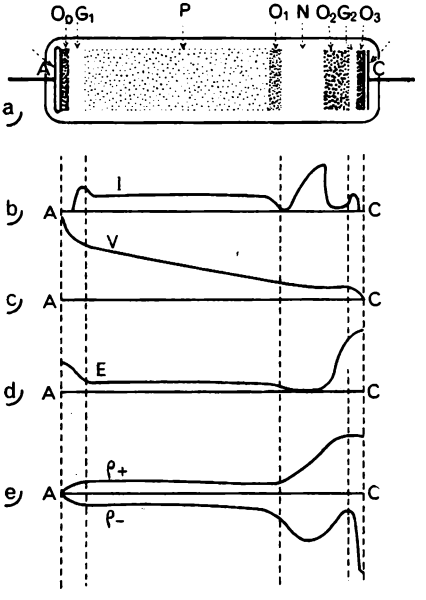


FIG. 17-29. — *a*) Aspect type de la décharge : O_0, espace obscur cathodique; G_1, lumière anodique; P, colonne positive; O_1, espace obscur de FARADAY; N, lumière négative; O_2, espace obscur de CROOKES; G_2, gaine cathodique; O_3, espace obscur d'ASTON.
b) Intensité lumineuse.
c) Potentiel (chute cathodique figurée trop faible).
d) Champ.
e) Densité spatiale : ρ_+, ions positifs; ρ_-, électrons.

On trouve, comme dans le cas de la *figure 17-9*, que la variation du potentiel n'est nullement uniforme d'une électrode à l'autre; il diminue assez rapidement près de l'anode (*fig. 17-29-c*), puis décroît à peu près régulièrement le long de la colonne positive et subit une chute considérable au voisinage de la cathode. *V* est donc la somme de trois termes correspondant respectivement au domaine voisin de la cathode (des centaines de volts), au domaine voisin de l'anode (des volts) et à la colonne positive P; ce dernier terme est proportionnel à la longueur de P, qui varie elle-même avec la longueur du tube, tandis que, pour une décharge « normale », les chutes de potentiel cathodique et anodique n'en dépendent pas.

Le champ (*fig. 17-29-d*), très intense au voisinage de la cathode, s'annule dans la lumière négative, prend une valeur constante (avec parfois des fluctuations) dans la colonne positive et augmente au voisinage de l'anode.

Ces résultats permettent d'interpréter, au moins qualitativement, les phénomènes atomiques qui se produisent dans la décharge.

b) Examinons d'abord le cas où la pression est de l'ordre de 0,1 mm de mercure.

—o— La colonne positive dont l'aspect dépend de la nature du gaz, tire son nom de ce qu'elle contient des ions positifs. On montre que les centres lumineux sont des ions à l'aide du tube de la *figure 17-30*, qui contient un barreau aimanté SN. La partie lumineuse de la décharge qui se produit entre une électrode axiale et une électrode annulaire tourne autour de l'aimant (cf. par. 12-3).

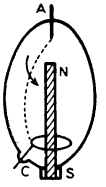


FIG. 17-30. — Rotation de la colonne positive autour d'un pôle d'aimant.

Puisque le champ est sensiblement constant dans la colonne positive, où le potentiel décroît linéairement (*fig. 17-29-d*) l'équation de POISSON [2,45] montre que la charge spatiale y est sensiblement nulle : il faut donc que la colonne contienne un plasma (par. 17-12-a). Les charges négatives, qui n'émettent pas de lumière, sont des électrons, comme on le verra plus loin. Nous savons d'ailleurs (par. 17-14) que la présence de charges des deux signes est nécessaire à l'auto-entretien de la décharge.

Les ions positifs sont fortement accélérés par le champ élevé qui existe entre la lueur négative et la cathode : ils y constituent ce qu'on appelle l'*afflux positif*. Celui-ci est capable d'arracher des électrons à la cathode ou aux molécules du gaz qui en sont très voisines. Cette théorie est confirmée par le fait qu'un obstacle placé dans l'espace sombre de CROOKES porte ombre dans la gaine cathodique, car il empêche l'afflux positif d'atteindre la cathode.

Les électrons libérés acquièrent des vitesses croissantes dans le champ intense qui règne près de la cathode : tant qu'ils sont lents, ils n'excitent ni n'ionisent le gaz (espace sombre d'ASTON); puis ils excitent les atomes qui se désactivent avec émission de lumière (gaine cathodique) ; enfin, ils les ionisent (espace sombre de CROOKES). Les électrons initiaux et ceux résultant de cette ionisation, quand ils ont repris une vitesse suffisante sous l'action du champ, excitent à nouveau le gaz (lumière négative) et sont alors ralentis (espace sombre de FARADAY). Dans la colonne positive, des phénomènes analogues se produisent, donnant naissance aux strates lumineuses successives.

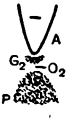


FIG. 17-31. Zones diverses de la décharge au voisinage d'une pointe : G_2, lueur cathodique; O_2, espace obscur de CROOKES; P, colonne positive.

L'examen microscopique d'une pointe négative où se forme une aigrette (par. 17-15) révèle en son voisinage immédiat, là où le champ est le plus intense, la présence de la gaine cathodique G_2, de l'espace de CROOKES O_2 et de la colonne positive P (*fig. 17-31*).

17-21. — Usages des tubes luminescents.

a) Le mécanisme d'émission de la lumière par les gaz excités est étudié dans le tome V. Les « tubes à décharge » ont été employés d'abord pour la spectroscopie ou la publicité, c'est-à-dire dans des cas où la composition spectrale de leur lumière, ou bien sa couleur, présentait un intérêt spécial.

Les tubes de GEISSLER (ou de PLÜCKER) pour spectroscopie contiennent

un gaz à une pression de l'ordre du millimètre de mercure; ils présentent souvent un étranglement (*fig. 17-32*) où leur luminance est renforcée.

Quand on cherche à améliorer l'efficacité lumineuse des tubes luminescents, on est conduit :

1° à les allonger, puisque c'est la colonne positive qui donne presque toute la lumière et que les chutes de potentiel cathodique et anodique correspondent à une énergie perdue au point de vue lumineux; mais il faut alors augmenter aussi la tension, ce qui est incommode;

2° à leur donner la pression la plus favorable, qui varie selon la forme du tube et le gaz employé et ne se maintient pas indéfiniment à cause de la pulvérisation cathodique (voir note du par. 17-22), ou de phénomènes d'adsorption (tome II, par. 19-1);

3° à se rapprocher autant que possible de la lumière blanche; le gaz le plus convenable à ce point de vue est CO_2, utilisé dans les tubes de MOORE, qui se sont malheureusement montrés très peu durables.

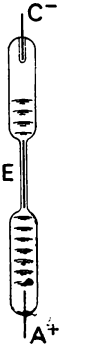


FIG. 17-32. Tube de GEISSLER.

On utilise actuellement surtout les tubes au néon, à l'hélium et ceux à vapeur de mercure, parfois mélangés d'argon. L'emploi d'enveloppes fluorescentes, transformant en radiations visibles le rayonnement ultraviolet des décharges, peut améliorer beaucoup le rendement; il se développe très rapidement.

L'amorçage est souvent produit grâce à un gaz auxiliaire, qui s'excite en premier lieu, ou à une cathode thermoélectronique chauffée temporairement.

Des lampes au néon, à électrodes recouvertes de magnésium, et assez rapprochées pour que la colonne positive ait disparu, peuvent fonctionner sous bas voltage (110 ou 220 V), avec une résistance en série (dans le culot) de quelques dizaines de milliers d'ohms. Leur consommation est très réduite, leur luminosité très faible : elles servent comme veilleuses ou pour la signalisation.

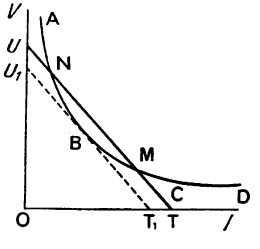


FIG. 17-33. — Caractéristique normale d'une décharge luminescente.

b) Les tubes à décharges ont en général une caractéristique $V = f(I)$ à pente négative. On doit donc, comme dans le cas des arcs (par. 17-16) leur associer une résistance R en série. Comme on l'a vu au par. 6-17, un point de fonctionnement tel que M (*fig. 17-33*, cf. *fig. 6-39*) correspond à un régime stable, un point tel que N à un régime instable.

On notera qu'une fois la décharge établie, la tension appliquée U peut être bien inférieure à la tension d'amorçage (correspondant à un point tel que A); d'où l'emploi de dispositifs d'allumage créant (par effets d'induction) une surtension temporaire.

Si, R restant constant, on diminue U, la droite UT se déplace parallèlement à elle-même, et la décharge cesse pour une *tension d'extinction* U_1 telle que T_1U_1 soit tangente à ABC.

Quand le point de fonctionnement reste sur la portion de caractéristique CD, sensiblement parallèle à l'axe des *I*, *U* peut subir des fluctuations importantes, sans que la tension *V* entre les électrodes varie sensiblement. On peut donc, en montant le tube en parallèle avec un autre récepteur AB (*fig. 17-33 bis*), stabiliser la tension aux bornes de celui-ci (*stabilovolt*).

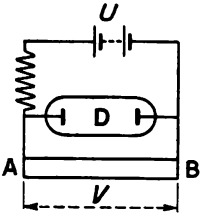


FIG. 17-33 *bis*. Tube à décharges « stabilovolt ».

Remarque. — Lorsque la force électromotrice varie périodiquement (décharges alimentées en courant alternatif), les effets d'ionisation déjà acquis influent sur le fonctionnement; la tension de réallumage après une extinction de courte durée peut être très inférieure à la tension de premier amorçage.

17-22. — Les rayons cathodiques.

a) Aux pressions de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3} mm de mercure, la répartition du potentiel garde l'allure de la *figure 17-29-c*, mais avec une chute presque totalement localisée au voisinage de la cathode. Les électrons libérés, comme précédemment, sur la cathode[1] ou près d'elle par l'afflux positif et accélérés par le champ, peuvent se propager en ligne droite à travers le tube, sans perdre leur énergie cinétique dans des chocs, devenus rares par suite du nombre réduit de molécules. Cependant, on peut apercevoir une faible luminescence du gaz résiduel, particulièrement lorsque c'est de l'oxygène.

Les trajectoires des électrons peuvent être mises en évidence par leur action sur les émulsions photographiques (cf. par. 16-2-c) et la fluorescence qu'elles peuvent développer sur certains solides lorsqu'elles les rencontrent : la paroi du tube devient verdâtre s'il est en verre, bleuâtre s'il est en cristal.

—o— On observe des luminosités parfois très vives en exposant aux rayons, à l'intérieur des tubes, diverses substances, telles que platinocyanure de baryum (fluorescence verte), tungstate de calcium (bleu), craie (rouge orangé), rubis (rouge), diamant (vert).

On emploie spécialement aujourd'hui la willémite (orthosilicate de zinc, fluorescence verte), pour l'observation à l'œil; le tungstate de cadmium (bleu, très actinique), et le phosphate de zinc, assurant une phosphorescence plus ou moins persistante, utile dans bien des cas.

Ces trajectoires sont rectilignes et partent à peu près normalement à la cathode; d'où le nom de rayons cathodiques (HITTORF, 1870), qu'on donne aussi parfois, par extension, à des pinceaux d'électrons rapides d'origine thermoélectronique.

1. Durant le fonctionnement d'un tube de CROOKES, des fragments de métal sont arrachés à la cathode et vont se déposer sur les parois voisines, en emprisonnant des molécules du gaz. Cette *pulvérisation cathodique* a été utilisée pour fixer des couches métalliques très minces sur du verre, par exemple. Mais les dépôts qu'elle produit dans les tubes à gaz sont parfois gênants, ainsi que la baisse de pression qu'ils provoquent, entraînant ce qu'on appelle un « vieillissement » du tube.

—o— Le tube de la *figure 17-34* a une cathode normale à son axe et une anode latérale. On peut y faire un vide progressif. Quand la pression est de quelques millimètres de mercure, la colonne positive part de A vers C; pour une pression de l'ordre du centième de millimètre, le fond F du tube opposé à C devient fluorescent. La position de l'anode est sans importance dans un tube de CROOKES. Elle ne doit toutefois pas être trop rapprochée de la cathode, car s'il n'y a pas place pour l'espace obscur de HITTORF, la décharge ne peut s'entretenir d'elle-même.

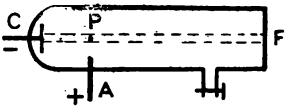


FIG. 17-34. — Production des rayons cathodiques dans un tube de CROOKES.

—o— Dans le tube représenté sur la *figure 17-35*, la cathode C est en forme de calotte sphérique, et les rayons cathodiques vont sensiblement se croiser à son centre de courbure. La tache de fluorescence verte, au fond du tube, montre très nettement, en sombre sur fond lumineux, l'ombre de la croix en aluminium interposée sur le trajet des rayons.

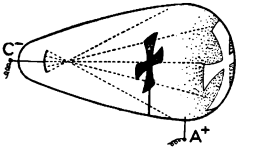


FIG. 17-35. — Propagation rectiligne des rayons cathodiques.

Les rayons cathodiques sont cependant attirés par l'anode, mais, par suite de la répartition du potentiel dans le tube, le champ électrique est très faible entre A et les points tels que P (*fig. 17-34*), de sorte que la déviation est insignifiante. Après avoir rencontré un obstacle, les électrons sont ralentis et diffusent vers l'anode, ou se recombinent aux ions positifs.

b) Les rayons cathodiques peuvent produire les mêmes actions de choc (mise en rotation d'un moulinet, échauffement des obstacles) que les électrons rapides du par. 16-2. On a pu construire des « fours à rayons cathodiques » atteignant des températures très élevées.

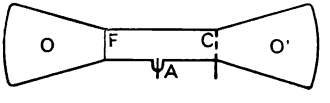


FIG. 17-36. — Étude des rayons cathodiques au-delà d'une fenêtre de LENARD F, et des rayons positifs au-delà d'une cathode à canaux.

La nature électrique des rayons cathodiques a été démontrée par une expérience de Jean PERRIN (1895), analogue à celle (ultérieure) représentée par la *figure 16-2*. On peut, pour les étudier sans phénomène parasite d'ionisation du gaz résiduel, utiliser la propriété qu'ils ont de traverser une épaisseur d'aluminium de quelques microns. En disposant en F (*fig. 17-36*) dans le tube de production, une telle « fenêtre de LENARD », on fait pénétrer les rayons dans une chambre d'observation O, où l'on peut maintenir un bon vide[1].

On peut alors montrer, par des méthodes de déviation électrique et magnétique identiques à celles du par. 16-6, que les rayons cathodiques sont formés par des électrons, animés de vitesses allant par exemple de 2.10^7 à 6.10^7 m/s,

1. Si au contraire, c'est un gaz à pression normale qui se trouve au-delà de la fenêtre F (soutenue par une grille, pour résister à la pression), les électrons transmis (rayons de LENARD) y produisent une ionisation intense, avec forte luminosité; ils disparaissent alors après un parcours de quelques millimètres.

correspondant à des tensions accélératrices de 10^3 à 10^4 V, mais ayant même rapport $\frac{e}{m}$ que les charges produites par effet thermoélectronique (par. 16-2) ou par effet photoélectronique (par. 16-18).

c) Une très importante propriété des électrons rapides, quel que soit leur mode de production (tubes de COOLIDGE, par. 16-11, ou tubes de CROOKES) est de provoquer l'émission de *rayons X* par les obstacles qu'ils rencontrent. Nous y reviendrons au tome VIII, dans lequel nous étudierons aussi les rayons β, formés d'électrons extrêmement rapides émis spontanément lors de certaines transformations radioactives.

17-23. — Les rayons positifs.

a) Dans un tube de CROOKES, utilisons une cathode percée de canaux rectilignes (*fig. 17-36*). Dans l'espace O′ situé derrière la cathode, on aperçoit, dans le prolongement des orifices, des trajectoires rectilignes faiblement lumineuses. GOLDSTEIN, qui les découvrit en 1886, les appela « rayons canaux »; on les nomme aujourd'hui *rayons positifs*, en raison de leur constitution indiquée ci-après.

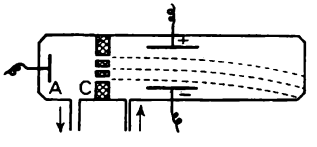


FIG. 17-37. — Tube à rayons positifs (schématique).

Ces rayons rendent aussi luminescents certains corps, tels que la willémite (silicate de zinc), ils impressionnent les émulsions photographiques. Leur étude dans une chambre d'observation vide n'est pas possible par l'artifice de la fenêtre de LENARD, car ils sont arrêtés très facilement par tout obstacle matériel, même gazeux. Mais en donnant au canal cathodique un diamètre de l'ordre de 10 à 100 μ (*fig. 17-37*), il est possible de faire dans un récipient postérieur à la cathode un vide élevé, à l'aide d'une pompe en fonctionnement permanent, tout en maintenant dans le tube (par un très faible apport de gaz), une pression suffisante pour que la décharge s'y produise; la diffusion des molécules gazeuses est en effet très lente le long d'un canal aussi fin (tome II, par. 11-22).

On a pu aussi faire émettre dans un bon vide des ions positifs par une anode incandescente en pointe, recouverte d'un sel métallique, à la surface de laquelle existe un champ électrique de centaines de milliers de volts par centimètre; la cathode, assez voisine, est percée pour laisser passer ces *rayons anodiques*.

Signalons enfin que les rayons α, émis spontanément lors de certaines transformations radioactives, sont comparables à des rayons positifs formés de noyaux d'hélium.

b) La déviation des rayons positifs par un champ électrique ou magnétique transversal (par. 16-6) montre que leur charge q est positive. La mesure directe de leur vitesse, faite par le procédé du par. 16-4-d, donne des nombres de l'ordre de 10^6 m/s, pour lesquels la masse peut être regardée comme constante[1].

1. Dans les accélérateurs de particules destinés à l'étude des transmutations, on obtient des vitesses beaucoup plus élevées, supérieures à 10^7 m/s. (Voir tome VIII).

Pour déterminer le rapport $\frac{q}{m}$, on ne peut utiliser la déviation électrique ou magnétique seule, associée à la relation [16,2], car les corpuscules positifs, provenant de points du tube où le potentiel a des valeurs très différentes, ont des vitesses très différentes.

La *méthode des déviations croisées* ou *méthode des paraboles* a été employée avec succès par J. J. THOMSON (1912). A la sortie du canal cathodique, les rayons sont soumis, sur une longueur l de leur trajet, à l'action simultanée d'un champ électrique uniforme $\vec{E}$ produit entre les plateaux d'un condensateur (*fig. 17-37*) et d'un champ d'induction magnétique uniforme $\overset{\smile}{B}$ parallèle à $\vec{E}$, produit par un électro-aimant, dont les pièces polaires sont isolées par des lames de mica. Un écran de fer protège magnétiquement la chambre d'observation des effets de la décharge dans le tube.

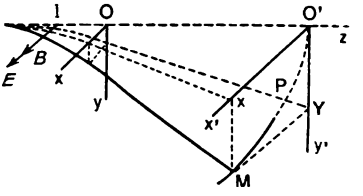


FIG. 17-38. — Mesure du rapport q/m des rayons positifs.

Soient Oz (*fig. 17-38*) la direction du canal, Ox la direction de $\vec{E}$ et $\overset{\smile}{B}$, Oy la normale commune à Ox et Oz. Le champ E produit suivant Ox une déviation donnée par la formule [16,6] $\left(\text{en remplaçant } L \text{ par } \frac{l}{2}\right)$:

$$x = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\frac{l^2}{u^2}E.$$

Le champ B produit suivant Oy une déviation donnée par la formule [16,10] :

$$y = \frac{1}{2}\frac{b}{m}\frac{l^2}{u}B.$$

Sur un écran normal en O' à Oz, la déviation produite par le champ électrique seul serait X, par le champ magnétique seul Y; et pour des valeurs données des distances et des champs, on a :

$$X = C\frac{q}{mu^2} \qquad Y = C'\frac{q}{mu},$$

C et C' étant des constantes.

On a donc, en éliminant, soit u, soit $\frac{q}{m}$:

[17,18] $$\frac{Y^2}{X} = K\frac{q}{m}$$

et

[17,19] $$\frac{Y}{X} = K'u,$$

K et K' désignant deux nouvelles constantes. On n'a plus à se préoccuper de la diversité des vitesses des particules : le lieu des points d'arrivée en M de toutes celles dont le rapport $\frac{q}{m}$ est le même est une parabole tangente en O' à la direction O'y' de la déviation magnétique et ayant pour axe la direction O'x' de la déviation électrique. La *figure 17-39* (planche IV) représente un cliché obtenu par cette méthode. Les intersections M_1, M_2, des diverses paraboles par une parallèle à l'axe des y' (X = constante) donnent (*fig. 17-40*).

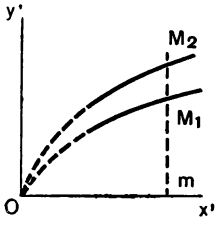


FIG. 17-40. — Principe de la spectrographie de masse.

$$[17,20] \qquad \frac{Y_1^2}{Y_2^2} = \frac{\overline{mM_1^2}}{\overline{mM_2^2}} = \frac{q_1}{m_1} \cdot \frac{m_2}{q_2}.$$

Or les charges q ne peuvent être que des multiples entiers ze de la charge élémentaire (par. 3-17), le nombre z étant toujours petit. On trouve toujours pour les rapports $\frac{q}{m}$ des valeurs des milliers de fois plus petites que celle du rapport $\frac{e}{m_0}$ [16,17] : les rayons positifs sont formés d'atomes ou de groupes d'atomes chargés.

Connaissant la nature du gaz où se produit la décharge et, sans grande précision, les valeurs de H et de B, on n'a généralement pas de peine à attribuer au moins une parabole à des atomes de masse donnée. On en déduit les masses correspondant aux autres paraboles, au moyen de la relation [17,20].

Nous étudierons au tome VIII les perfectionnements apportés à cette méthode de détermination des masses des atomes individuels (*spectrographie de masse*) et ses importantes applications.

CHAPITRE 18

COURANTS DANS LES ÉLECTROLYTES[1]

18-1. — Courants dans les liquides. Électrolyse.

a) Lorsqu'on plonge dans un liquide pur deux conducteurs métalliques (*électrodes*) reliés aux bornes d'un générateur électrique, on constate que, toutes choses égales d'ailleurs, l'intensité du courant qui s'établit varie considérablement avec la nature des liquides; ceux-ci se divisent en catégories d'après le type de liaisons (tome II, par. 13-8) dans les cristaux que donne le liquide par solidification.

Les *métaux fondus*, dont le mercure est l'exemple le plus courant, sont de bons conducteurs, comparables aux métaux solides (par. 19-2), et obéissant aux lois d'OHM (par. 6-8 et 6-12). La conduction du courant y est due à un déplacement d'ensemble des électrons; elle ne produit pas de modification du métal. Les propriétés des liquides provenant de cristaux *moléculaires* vont de celles de très médiocres conducteurs à celles de bons isolants, selon leur nature. Les liquides provenant des cristaux *ioniques* (sels fondus) ont une conductivité intermédiaire entre celles des groupes précédents.

Le *tableau 18-1* donne des exemples.

TABLEAU 18-1.

Résistivité ρ (Ω.m) de quelques liquides. à la température θ °C

Métaux (fondus)	θ	ρ	Isolants (1)	θ	ρ	Electrolytes (fondus)	θ	ρ	Electrolytes (sol. aqu.)	θ	c (2)	ρ
Mercure	20	$0{,}96.10^{-6}$	Eau	20	10^3 à 10^5	NaCl	750	$3{,}4.10^3$	NaCl	18	100	0,08
Sodium	116	0,10 —	Alcool éthylique	—	$3\ 10^3$	$CaCl^2$	750	$1{,}2.10^3$	$CuSO^4$	—	—	0,32
Plomb	333	0,95 —	Pétrole	—	$2\ 10^{14}$	KNO_3	350	$7{,}2.10^3$	NaOH	—	—	0,03

1. Ordres de grandeur (liquides n'obéissant pas à la loi d'OHM, et d'autre part sensibles aux impuretés).
2. Concentration (kg/m³).

b) Le passage du courant dans les sels fondus s'accompagne de modifications chimiques importantes.

1. Ouvrage recommandé : R. AUDUBERT. « Électrolyse ». Presses universitaires, éd., 1953.

—o— Un bain de NaCl fondu à 800° C, où plongent deux électrodes de carbone, se laisse traverser par le courant, en se décomposant. Du sodium et du chlore apparaissent respectivement sur les électrodes reliées au pôle négatif du générateur (*cathode*) et à son pôle positif (*anode*).

Les effets chimiques dus au passage du courant ou *électrolyse*, différencient les conducteurs de la dernière catégorie ou *électrolytes* des conducteurs métalliques. On les appelle parfois *conducteurs de deuxième espèce*, les métaux étant les *conducteurs de première espèce.*

c) Les *solutions* de sels, d'acides, de bases, dans l'eau ou dans certains autres liquides isolants (ammoniac, acides formique et cyanhydrique,...) se comportent comme des conducteurs électrolytiques.

—o— Dans une cuve contenant de l'eau distillée, on plonge deux électrodes réunies à un générateur (110 V) par l'intermédiaire d'un ampèremètre. Aucun courant appréciable ne passe. On verse dans l'eau quelques gouttes d'acide chlorhydrique ou sulfurique : l'intensité du courant devient de l'ordre de l'ampère.

Les cas d'électrolyse que nous aurons à étudier concernent pour la plupart des solutions aqueuses; rappelons qu'on peut définir leur *concentration c* comme le rapport de la masse d'électrolyte dissous au volume de la solution. Il est souvent plus intéressant de considérer leur concentration moléculaire c_m, quotient de la précédente par la masse M d'une kilomole (ou d'une mole). Dans le système MKS, c s'évalue en kg/m^3 et c_m en kilomoles par m^3.

18-2. — Lois qualitatives de l'électrolyse.

a) Les produits de la décomposition apparaissent seulement au voisinage immédiat des électrodes.

—o— On le vérifie en répartissant le liquide électrolysé entre trois récipients (*fig. 18-1*) communiquant par des siphons qui ralentissent la diffusion des substances dissoutes. L'analyse chimique du liquide contenu dans le compartiment médian B montre que sa composition reste inaltérée durant l'électrolyse.

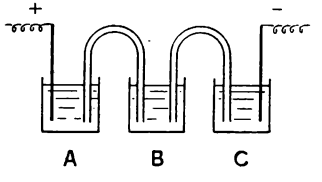


FIG. 18-1. — Séparation des effets d'une électrolyse au voisinage des électrodes A et C.

b) Dans les cas les plus simples, les produits de décomposition de l'électrolyte sont les éléments dont il se compose.

—o— On plonge deux électrodes de platine dans une solution concentrée de chlorure de cuivre $CuCl_2$. La cathode se recouvre d'une couche rouge de cuivre; à la surface de l'anode se dégage un gaz qu'à son odeur et à sa couleur on reconnaît pour du chlore.

En général, les *métaux ou l'hydrogène* apparaissent au voisinage de la *cathode* (électrode de sortie du courant), les *métalloïdes* à *l'anode* (électrode d'entrée).

D'une façon plus précise, un acide, une base ou un sel pouvant être représentés respectivement par les formules H — R, M — (OH), M — R, c'est la fraction M (ou H) de la molécule qui apparaît au voisinage de la cathode,

la fraction R (ou OH) au voisinage de l'anode. On retiendra donc que « le métal va à la cathode », sans oublier qu'à ce point de vue l'hydrogène acide doit être considéré comme un métal (il en est de même du groupement ammonium NH_4), et que, d'autre part, la fraction R peut être en partie formée d'hydrogène (dans les acétates, par exemple) ou de métaux (dans les ferrocyanures, par exemple)[1].

c) Les produits qui apparaissent aux électrodes ne sont pas toujours en relation chimique aussi simple avec l'électrolyte lui-même.

—o— Électrolysons entre deux électrodes de platine une solution dans l'eau de sulfate de sodium Na_2SO_4 : il se dégage à l'anode de l'oxygène, à la cathode de l'hydrogène, et si l'on recueille ces gaz sans pertes, par exemple au moyen de l'appareil de la *figure 18-2*, on constate que le volume de l'hydrogène est double de celui de l'oxygène, c'est-à-dire que les proportions des deux gaz sont celles de la composition de l'eau[2]. Tout se passe comme si l'eau était décomposée : cependant, on a vu que l'eau pure est très peu conductrice.

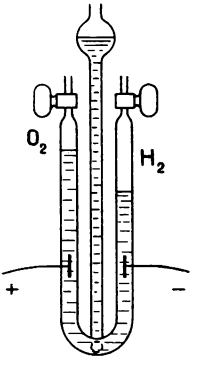


FIG. 18-2. — Séparation électrolytique des constituants de l'eau.

Raisonnant par analogie avec ce qu'on observe dans le cas du chlorure de cuivre, on doit penser que du sodium est produit à la cathode; mais on sait que le sodium métallique mis en présence d'eau donne la réaction :

$$Na_2 + 2\,H_2O \longrightarrow 2\,NaOH + H_2.$$

On admet d'autre part que le radical SO_4, inconnu à l'état libre, donne à l'anode la réaction :

$$SO_4 + H_2O \longrightarrow H_2SO_4 + 1/2\,O_2.$$

L'existence de ces deux *réactions secondaires* entre les produits initiaux de l'électrolyse et le solvant rend bien compte du résultat final. Elle laisse prévoir que la solution doit devenir acide près de l'anode, alcaline à la cathode.

—o— Si l'on a ajouté un peu d'un indicateur coloré, par exemple de tournesol, à la solution de la *figure 18-2*, la couleur violette vire au rouge à l'anode, au bleu à la cathode, dès que le courant commence à passer.

On vend, sous le nom de *papier cherche-pôles*, des feuilles de papier filtre imprégnées de sels et d'indicateurs colorés convenables. Si l'on applique sur l'une de ces feuilles imbibée d'eau deux électrodes reliées à un générateur de courant continu, la couleur apparue au voisinage du point de contact permet de déterminer le signe du pôle auquel est relié chaque conducteur.

d) Il peut arriver encore que les produits initiaux de l'électrolyse réagissent sur les électrodes, ou les uns sur les autres, ou que les premiers produits de telles réactions se combinent à leur tour... Nous n'examinerons pas toutes ces possibilités, mais nous rencontrerons un certain nombre d'exemples de telles réactions secondaires.

1. Signalons encore le cas des hydrures, tels que Li H, où H se dirige vers l'anode.
2. C'est encore ce que l'on obtient en électrolysant une solution étendue de H_2SO_4 entre électrodes de platine, ou de KOH entre électrodes de platine ou de fer.

18-3. — Lois quantitatives de l'électrolyse.

Découvertes par FARADAY (1834), elles établissent des relations entre les masses atomiques et les quantités d'électricité; elles sont à la base de l'*électrochimie.*

a) Reprenons l'exemple de l'électrolyse du chlorure cuivrique $CuCl_2$ en solution dans l'eau, entre électrodes de platine. On peut, en pesant la cathode avant et après l'électrolyse, mesurer la masse de cuivre m_c déposée par le passage du courant. A l'anode, on peut recueillir le chlore dégagé (il faudra tenir compte de la quantité dissoute dans la solution) et connaître ainsi sa masse m_A.

Si plusieurs cuves d'électrolyse de ce genre sont disposées en série, on trouve dans toutes la même valeur pour m_c, pour m_A, et par suite pour la masse totale d'électrolyte décomposée $m = m_c + m_A$. Ce résultat est encore obtenu si, l'électrolyte restant le même, les électrodes sont différentes (carbone au lieu de platine, par exemple), pourvu qu'elles ne soient pas attaquées.

L'expérience montre de plus que m_c, m_A et par suite m sont toujours proportionnels au temps (à intensité constante), proportionnels à l'intensité (à temps constant), et par suite proportionnels à la quantité d'électricité Q qui a traversé l'électrolyte. Pour une même valeur de Q, ces masses ne dépendent pas de la concentration de la solution, de la surface ou de la distance des électrodes, ni de la température. (Mais ces variables influent sur l'intensité débitée, à tension aux bornes constante, comme on le verra ci-après.)

b) Les masses m_c et m_A sont entre elles dans le même rapport que dans l'électrolyte décomposé, soit, dans le cas de $Cu\,Cl_2$, $\frac{63}{2 \times 35{,}5}$. En outre, si l'on fait passer une même quantité d'électricité Q à travers deux électrolytes différents (soient par exemple $Zn\,Cl_2$ et KI, les masses décomposées m et m' sont proportionnelles aux quotients de leurs masses molaires M et M' par les nombres l et l' des liaisons de valence que rompt l'électrolyse. (Dans le cas envisagé, $M = 136{,}3$; $l = 2$; $M' = 146$; $l' = 1$.)

Les lois précédentes peuvent se traduire par l'une ou l'autre des formules :

[18,1] $$m = \frac{Q}{2}\frac{M}{l}$$

et

[18,2] $$m_c = \frac{Q}{2}\frac{A}{v},$$

A étant la masse atomique et v la valence du métal qui apparaît à la cathode dans l'électrolyse, et 2 étant une constante, dont les dimensions sont celles d'une quantité d'électricité; on l'appelle le nombre de FARADAY, ou plus simplement le faraday. L'expérience fournit la valeur :

[18,3] $$2 = 96{,}5\ 10^6 \text{ coulombs},$$

si l'on évalue m ou m_c en kilogrammes.

N. B. — Les deux nombres l et v sont tels que $l = pv$, p étant le nombre des atomes de métal libérable à la cathode contenus dans une molécule. Pour H_2SO_4, par exemple, $l = 2$ et $v = 1$.

$\frac{M}{l}$ et $\frac{A}{v}$ sont respectivement appelés *équivalent-kilogramme* de l'électrolyte et du métal, si M et A sont exprimés en *kilogrammes* (*équivalent-gramme* si M et A sont exprimés en grammes).

Le coefficient

$$K = \frac{1}{\mathcal{Q}} \frac{A}{v}, \qquad [18,4]$$

est appelé *équivalent électrochimique* du métal apparaissant à la cathode. C'est, numériquement, la masse libérée à la cathode par le passage d'une charge électrique unitaire.

Pour l'argent, qui est monovalent, $K = \frac{107,88}{96,5\ 10^6} = 1,118\ 10^{-6}$ kg/C.

Il y a lieu de tenir compte, éventuellement, des diverses valences possibles d'un même métal : dans les composés ferriques tels que $FeCl_3$, l'équivalent électrochimique du fer est $\frac{56}{3 \times 96,5\ 10^6}$; dans les composés ferreux, tels que $FeCl_2$, il a une valeur égale aux 3/2 de la précédente.

c) Les lois de FARADAY sont encore vérifiées dans le cas où des réactions secondaires viennent compliquer le bilan électrochimique. Reprenons l'exemple du par. 18-2-c (Electrolyse de Na_2SO_4 dissous entre électrodes de platine), en utilisant le dispositif de la figure 18-1. Après le passage d'une quantité d'électricité Q, l'analyse chimique élémentaire du contenu des cuves A et C indique que l'on trouve en C les éléments O,H,Na,S en quantités nécessaires pour faire une solution de sulfate de sodium selon les proportions primitives, plus un excès de x atomes-kg de sodium; en A, on trouve également de quoi reconstituer la solution initiale, plus $\frac{x}{2}$ atomes-kg de soufre et $2x$ atomes-kg d'oxygène. L'expérience montre que : $x = \frac{Q}{\mathcal{Q}}$.

18-4. — Lois d'OHM en électrolyse. Force contre-électromotrice

Les électrolytes sont des conducteurs ohmiques[1].

a) Leur caractéristique $I = f(V)$ est rectiligne. Dans le cas particulier où les électrodes sont faites du métal que contient l'électrolyte, par exemple dans l'électrolyse de $CuSO_4$ avec électrodes de cuivre, on trouve une caractéristique telle que I (*fig. 18-3*), donc de la forme $V = RI$ (R constante), même lorsqu'on mesure V directement entre les électrodes E (*fig. 18-6-a*).

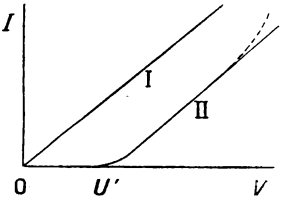


FIG. 18-3. — Caractéristique $I = f(V)$: I) pas de modification chimique; II) cas général.

Il est à noter que dans ce cas, le cuivre résultant de la décomposition se dépose sur la cathode, tandis que le radical SO_4 se recombine à du cuivre de l'anode (celle-ci est par suite dite « soluble ») pour reconstituer $CuSO_4$. Au total, tout se passe

1. Sauf cas exceptionnels (voir par. 18-11-c).

alors comme s'il n'y avait eu aucune réaction chimique, mais un simple transport du métal de l'anode vers la cathode.

b) Dans le cas général, la caractéristique $V = f(I)$ est une droite ne passant pas par l'origine (*fig. 18-3-II*), donc d'équation :

[18,5] $$V = U' + R\,I.$$

C'est qu'alors, le passage d'une quantité d'électricité Q provoquant une transformation chimique, le courant doit fournir une énergie (autre que celle correspondant à l'effet JOULE) qui, comme la masse transformée, est proportionnelle à Q. La cuve à électrolyse est donc un *récepteur*, présentant, comme on l'a expliqué au par. 7-4, une *force contre-électromotrice*

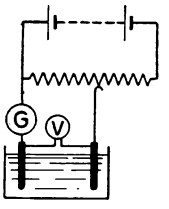


FIG. 18-4. — Mesure de la tension de décomposition.

[18,6] $$U' = W'/Q.$$

U' est appelée *f.c.é.m. de polarisation* de l'électrolyse considérée.

—o— On peut la déterminer en appliquant une tension V, progressivement croissante à partir de zéro, prise sur un potentiomètre (*fig. 18-4*), et mesurée à l'aide d'un voltmètre. Un galvanomètre G indique, pour $V < U'$, un courant I très faible, mais non pas nul[1]. La courbe II de la *figure 18-3* a donc en réalité, si l'échelle des ordonnées est assez grande, l'aspect de la *figure 18-5*. Elle présente un point anguleux d'abscisse U', marquant le début de l' « électrolyse visible ». Au-delà de cette valeur, il convient de court-circuiter G pour ne pas le faire traverser par un courant trop intense et de lire l'intensité sur un ampèremètre, mis en circuit à cet effet dès le début de l'expérience.

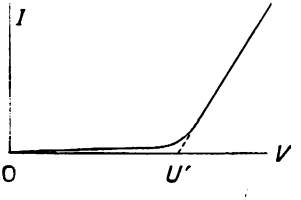


FIG. 18-5. — Électrolyse invisible (ordonnées très agrandies par rapport à la fig. 18-3).

U' est en relation avec un état superficiel des électrodes, dit *polarisation*, sur lequel nous reviendrons au chapitre 20; il dépend par suite de la nature de l'anode et de celle de la cathode en même temps que de l'électrolyte (voir tableau 18-2).

TABLEAU 18-2.

Exemples de valeurs de la f. c. é. m. de polarisation U'.

Anode	Électrolyte (en solution dans l'eau)	Cathode	U' (V)
Cu	Sel de cuivre	Cu	0
Pt	$CuSO_4$	Pt	1,45
Fe	KOH	Fe	1,57
Pt	H_2SO_4	Pt	1,67

1. Le courant d' « électrolyse invisible » a pour effet de maintenir en régime permanent un état de polarisation des électrodes (par. 20-6), en compensant une faible dépolarisation spontanée de ces dernières.

On constate que, lorsqu'on opère dans des conditions de réversibilité, (—) U' a une valeur bien définie, et que $U'\mathcal{Q}$ représente l'énergie nécessaire pour décomposer un équivalent kg d'électrolyte. U' est alors ce qu'on appelle la *tension de décomposition* U_0 de l'électrolyte. Elle peut se mettre sous la forme de la différence de deux termes, caractérisant respectivement l'anion et le cation :

$$U_0 = V_a - V_c.$$

V_a et V_c sont appelés *potentiels de décharge* des ions.

On les mesure de la façon suivante : on fait varier, comme sur la *figure 18-4*, la tension entre les électrodes de la cuve électrolytique et l'on mesure en même temps, par la méthode d'opposition, la d.d.p. entre l'électrode A ou C où se dépose l'ion considéré et une électrode de référence A′ ou C′ (*fig. 18-6-b*). On obtient une courbe analogue à celle de la *figure 18-5*, dont le point anguleux donne V_a ou V_c. Par exemple, C′ sera une cathode de platine; on constate qu'un dépôt de métal y apparaît en même temps que le potentiel se fixe à une valeur V_c.

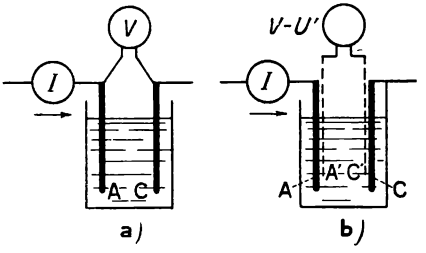


FIG. 18-6. — Mesure de la résistance d'un électrolyte par la méthode ampèremètre-voltmètre : *a*) électrodes non polarisables; *b*) électrodes polarisables.

Pour mesurer V_a lorsqu'il y a un dégagement gazeux (H_2, O_2, Cl_2...) on utilise une électrode formée d'une lame de platine platiné, où le gaz absorbé est en équilibre avec la solution.

Dans ces conditions, les valeurs trouvées pour V_a et V_c sont celles que donne le tableau 20-2.

Lorsqu'on opère l'électrolyse dans des conditions différentes, on trouve des valeurs de U' qui s'écartent de U_0. La différence entre les deux valeurs est appelée *surtension*. Elle dépend de phénomènes irréversibles et varie avec la nature de l'électrode, la température, l'agitation de l'électrolyte et la densité de courant. On a particulièrement étudié la surtension de l'oxygène et celle de l'hydrogène. Par exemple le potentiel de décharge de H^+ sur du platine platiné étant pris pour origine, on trouve les surtensions suivantes dans l'électrolyse de l'acide sulfurique, en solution molaire, à 25 °C :

Électrode	Pt(poli)	Ni	Ag	Pb	Hg
Surtension (V)	0,08	0,29	0,50	0,78	0,80

c) On peut déterminer la résistance R, définie par la loi de proportionnalité :

[18,5 *bis*] $$R = \frac{V - U'}{I}$$

d'après la pente de la partie rectiligne de la caractéristique, ou mieux en mesurant, à l'aide d'un voltmètre électrostatique, la différence de potentiel $V - U'$ entre des électrodes accessoires A′ et C′ (*fig. 18-6-b*) de petites dimensions, placées au voisinage des électrodes principales A et C. Ces « sondes » ne subissent pas de polarisation, puisqu'il ne passe pas de courant

dans le voltmètre. On peut encore éviter la polarisation des électrodes par l'emploi de courant alternatif d'une fréquence de quelques centaines ou milliers de hertz (voir tome VII).

On trouve que, pour une colonne cylindrique d'électrolyte de longueur L et de section S, la deuxième loi d'OHM :

$$R = \frac{1}{\gamma}\frac{L}{S}$$

est applicable, elle aussi (tout au moins si la densité de courant n'est pas trop forte).

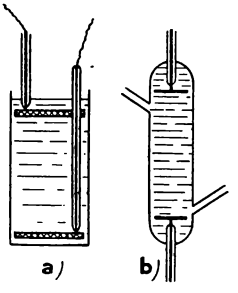


FIG. 18-7. — Cuves pour la mesure de la résistivité d'un électrolyte.

Il est plus difficile de définir exactement la section dans un électrolyte que dans un métal : il faut limiter le liquide contenu dans un vase par deux électrodes s'adaptant aussi exactement que possible sur sa section droite. Les *figures 18-7 a* et *b* représentent des formes de vases utilisés pour ces mesures.

On se borne souvent à des mesures relatives. Des mesures absolues soignées ont fait connaître γ pour les solutions de KCl dans l'eau. On mesure leur résistance dans un vase déterminé. On a : $R = \frac{k}{\gamma}$, d'où l'on tire le coefficient k. La mesure de la résistance R' du liquide à étudier, placé dans le même vase, donne sa conductivité

$$\gamma' = \frac{k}{R'} = \frac{R}{R'}\gamma.$$

18-5. — Valeurs de la conductivité γ des électrolytes.

a) γ dépend de la nature de l'électrolyte, de sa concentration (s'il est en solution) et de sa température, mais non de la nature des électrodes. Des exemples de valeurs de la résistivité ρ d'électrolytes fondus sont donnés dans le *tableau 18-1* : on voit que $\gamma = \frac{1}{\rho}$ est de l'ordre des centaines de $\Omega^{-1}m^{-1}$.

b) Pour les solutions aqueuses, γ est fonction croissante de la concentration, tout au moins tant que celle-ci n'est pas trop grande. On peut prendre comme variable la concentration moléculaire c_m, définie au paragraphe 18-1-c, ou mieux le produit :

[18,6] $$c_e = c_m l,$$

l étant le nombre de valences rompues dans l'électrolyse de chaque molécule. c_e est appelé *concentration en équivalents*.

La *figure 18-8* montre la variation de la conductivité de diverses solutions d'électrolytes dans l'eau, en fonction de la concentration en équivalents. L'allure générale est la même dans beaucoup de cas : croissance, passage par un maximum; mais si la solubilité n'est pas très grande, on ne peut observer que la partie ascendante de la courbe.

On obtient des résultats plus simples en considérant la *conductivité équivalente* Λ, quotient de la conductivité $\gamma(\Omega^{-1}.m^{-1})$ par la concentration c_e (en équivalents-kilogrammes par mètre cube) :

$$[18,7] \qquad \Lambda = \frac{\gamma}{c_e}.$$

Λ s'exprime en m^2 par ohm et par équivalent-kilogramme, dans le système pratique. Cette grandeur décroît régulièrement avec la concentration c_e, comme le montre la *figure 18-9*. Pour étudier cette variation, on a trouvé avantageux de porter Λ, non en fonction de c_e, mais de $\sqrt{c_e}$ (*figure 18-10*). On voit alors que, lorsque c_e tend vers zéro, Λ tend vers une limite Λ_0 facile à déterminer, par extrapolation, dans le cas d'un certain nombre d'électrolytes (HCl, KCl, KOH, $BaCl_2$), pour lesquels on a sensiblement :

$$\Lambda \simeq \Lambda_0 - b\sqrt{c_e},$$

b désignant une constante.

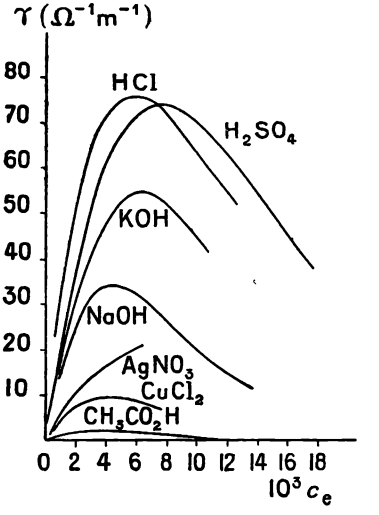


FIG. 18-8. — Variations de la conductivité γ de solutions électrolytiques en fonction de la concentration c_e.

Cette tendance vers une limite est moins visible pour d'autres électrolytes (acide acétique, NH_4OH); mais il existe des moyens indirects pour déterminer leur conductivité équivalente limite.

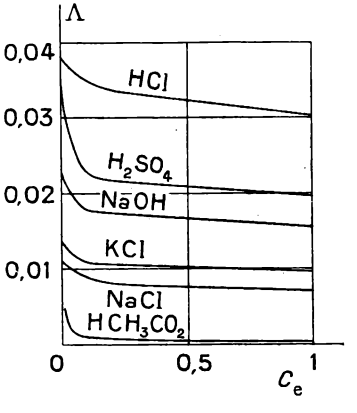


FIG. 18-9. — Variations de la conductivité équivalente Λ de solutions électrolytiques en fonction de la concentration équivalente c_e.

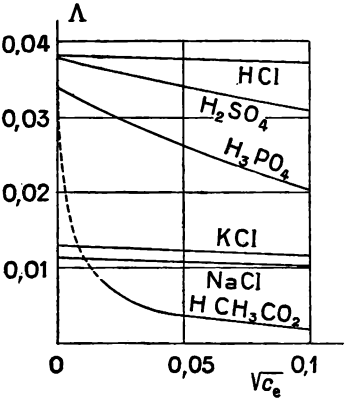


FIG. 18-10. — Variations de la conductivité équivalente Λ de solutions électrolytiques en fonction de $\sqrt{c_e}$.

La conductivité équivalente des composés de la première catégorie (dits *électrolytes forts*) est très supérieure à celle des corps de la seconde (dits *élec-*

trolytes faibles) dès que c_e dépasse des valeurs de l'ordre de 10^{-3} kilomoles par m^3, comme le montrent les valeurs suivantes de Λ (unités pratiques) :

c_e	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
NaCl	106	103	92	74
NH_4OH	28	9,6	3,3	0,9

c) L'expérience montre que γ augmente rapidement en fonction de la température θ. L'augmentation relative est beaucoup plus rapide que ne l'est la diminution relative de conductivité des métaux, qui sera étudiée au par. 19-2.

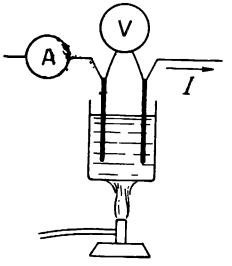


FIG. 18-11. — La résistance d'une solution électrolytique diminue quand la température augmente.

—o— Un courant traverse entre électrodes de cuivre une solution de sulfate de cuivre (*fig. 18-11*) contenue dans un vase en verre mince que l'on peut chauffer. Quand la température s'élève, l'indication de l'ampèremètre augmente (d'ailleurs peu, si la résistance de la solution n'est qu'une petite fraction de la résistance totale du circuit) et celle du voltmètre diminue. La résistance de l'électrolyte a donc diminué.

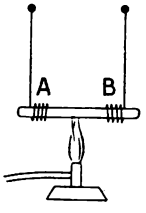


FIG. 18-12. — Conductance du verre à chaud.

—o— Une baguette de verre AB (*fig. 18-12*) est reliée par des fils de cuivre aux bornes du secteur et on la chauffe en promenant d'un bout à l'autre la flamme d'un brûleur. Le verre est un liquide électrolytique surfondu, ayant l'apparence d'un corps solide (tome II, par. 16-18); il est très peu conducteur à froid. Quand on le chauffe, sa résistivité diminue et il laisse passer un courant notable. On peut alors cesser de chauffer; sous l'action du courant, le verre devient lumineux, rouge d'abord, puis de plus en plus blanc, et finit par fondre. Une baguette de verre au plomb fond plus facilement qu'une baguette ordinaire.

Dans les bougies des moteurs à explosion très poussés (cas des moteurs d'aviation), l'élévation de température peut rendre la porcelaine conductrice : elle n'isole plus les électrodes et l'étincelle d'allumage ne se produit plus. On a donc intérêt à employer une porcelaine dont le coefficient de température $d\gamma/d\theta$ soit aussi petit que possible.

d) Dans un intervalle de température $\theta - \theta_0$ modéré, on peut représenter la variation de γ en fonction de θ par une formule linéaire :

$$\gamma_\theta = \gamma_0 [1 + a (\theta - \theta_0)], \qquad [18,8]$$

γ_0 étant la valeur de γ pour $\theta = \theta_0$. Pour les solutions dans l'eau, on choisit généralement $\theta_0 = 18$ °C. La constante a ne diffère pas beaucoup d'un électrolyte à l'autre : elle est de l'ordre de 0,01 dg^{-1} pour les acides, de 0,02 pour les sels, entre 0 et 35 °C. Cette valeur peut s'expliquer (comme on le verra au par. 18-10) par celle de la diminution relative de viscosité de l'eau quand la température augmente.

Pour les sels fondus, le coefficient a varie un peu plus d'un composé à l'autre (entre 0,004 et 0,007 dg^{-1}).

18-6. — Ions électrolytiques.

a) Dès 1881, HELMHOLTZ indiquait que la matière qui se déplace dans un électrolyte doit transporter avec elle des charges électriques. D'après la loi de FARADAY, un atome-kilogramme monovalent quelconque de métal qui apparaît à la cathode correspond au passage de $\mathfrak{Q} = 96{,}5.10^6$ coulombs. On est conduit à considérer comme associée à chaque atome vrai une charge $\mathfrak{N}$ fois plus faible, $\mathfrak{N}$ étant le nombre d'AVOGADRO (tome II, par. 9-3) relatif à une kilomole. Mais :

$$[18{,}9] \qquad \frac{\mathfrak{Q}}{\mathfrak{N}} = \frac{69{,}5.10^6}{6{,}02.10^{26}} = 1{,}60.10^{-19}\text{C}.$$

Cette valeur correspond à ce qu'on appelle aujourd'hui la charge élémentaire e d'électricité (par. 3-17), et on appelle *ions* des atomes ou groupes d'atomes ayant gagné ou perdu une ou plusieurs charges élémentaires.

C'est à propos de l'électrolyse, et bien avant que nos idées sur la structure des atomes aient pris leur forme actuelle, que la notion d'ions fut introduite en Physique par ARRHÉNIUS (1886). De même que dans un gaz (chap. 17), les ions chargés positivement, qui se déplacent dans le sens du champ entre les électrodes (c'est-à-dire qu'ils se dirigent vers la cathode), sont appelés *cations*; les ions négatifs, qui se dirigent vers l'anode, sont appelés *anions*.

Comme le courant s'établit dès que le champ existe, on admet que dans un électrolyte fondu ou dissous, les ions existent même en l'absence du champ : ils proviennent de la *dissociation électrolytique* du solide ou du liquide.

b) La molécule non dissociée étant neutre, les ions résultant de sa dissociation doivent porter des quantités d'électricité opposées : ces quantités sont égales au produit de la charge élémentaire par la valence v de l'ion considéré. C'est ainsi qu'une solution de KCl contient des cations potassium, portant une charge élémentaire (on dit aujourd'hui : ayant perdu un électron), que l'on représente par le symbole K^+, et des anions chlore Cl^- (ayant un électron supplémentaire associé à l'atome).

Dans le cas de $CuCl_2$, à chaque cation Cu^{++} (divalent, ayant perdu deux électrons) correspondent deux anions Cl^-; dans celui de $LaCl_3$, à chaque cation La^{+++} trivalent correspondent trois anions Cl^-, etc...

L'étude de l'électrolyse du sulfate de sodium (par. 18-2-c) conduit à considérer des ions sulfate SO_4^{--} divalents. Ce sont des *ions complexes*, formés par l'ensemble de plusieurs atomes. D'autres exemples d'ions complexes sont donnés par les nitrates NO_3^-, les cyanures CN^-, l'ammonium NH_4^+ ...

c) Les propriétés des ions sont très différentes de celles des atomes dont ils dérivent. Cela vient de ce que l'acquisition d'une charge positive ou négative par un atome modifie profondément sa structure, comme on le verra au tome VIII.

C'est ainsi que, dans une solution de NaCl, l'ion Na^+ ne réagit pas sur l'eau, et l'ion Cl^- n'a pas l'odeur du chlore.

En arrivant sur les électrodes, les ions perdent leur charge, les anions libérant des électrons qui s'en vont dans l'anode, en sens inverse du sens conventionnel du courant, et les cations fixant les électrons qui arrivent par la cathode; les propriétés atomiques reparaissent aussitôt. S'il s'agit d'ions

complexes, ils se décomposent ou interviennent dans une réaction secondaire, le groupement correspondant n'étant pas stable à l'état neutre.

Les ions électrolytiques se distinguent des ions gazeux (par. 17-2) en ce que les ions gazeux négatifs sont formés par la fixation lâche d'électrons par des molécules; en ce qu'un mécanisme spécial, cause d'ionisation, est nécessaire à la production d'une quantité notable d'ions gazeux, tandis que les ions électrolytiques existent d'emblée en solution; enfin, en ce que le nombre des ions électrolytiques par unité de volume est facilement beaucoup plus grand que celui des ions dans un gaz, ce qui permet le passage d'intensités beaucoup plus fortes en électrolyse.

d) La dissociation électrolytique rend compte qualitativement d'un grand nombre de caractères physico-chimiques des solutions d'électrolytes, telles que la couleur (par. 18-11) et les propriétés liées à la pression osmotique (par. 18-12). Si les réactions chimiques en solution aqueuse de tous les sels d'un même anion ou d'un même cation sont analogues, c'est que ces solutions ont toutes un ion constituant commun. De même, par exemple, l'égalité des chaleurs de neutralisation en solution de tous les acides forts par la soude ou de toutes les bases fortes par l'acide chlorhydrique s'explique si la réaction est dans tous les cas la même :

$$H^+ + OH^- \longrightarrow H_2O$$

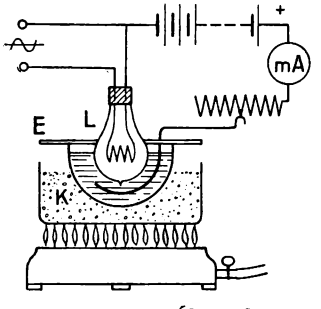


FIG. 18-13. — Électrolyse à travers une paroi de verre.

e) L'expérience suivante met en évidence de façon intéressante l'intervention des ions dans l'électrolyse.

—o— Du nitrate de sodium $NaNO_3$, mélangé d'environ 10 % de NaCl (pour abaisser le point de fusion) est fondu vers 360 °C dans une capsule de porcelaine K (*fig. 18-13*) chauffée au bain de sable[1]; on y plonge la partie inférieure d'une lampe au tungstène L à ampoule transparente vide de gaz, dont le filament est porté à l'incandescence par un courant alternatif.

Une électrode de nickel, placée également dans le bain fondu, est réunie, en série avec un rhéostat et un milliampèremètre, au pôle positif d'un générateur à courant continu (100 à 120 V), dont le pôle négatif est relié au filament de la lampe. On constate qu'un courant (qui peut atteindre 0,1 A) traverse le nitrate fondu et, au bout de quelques dizaines de minutes, on observe un dépôt miroitant sur la paroi interne de l'ampoule, à sa partie supérieure (maintenue relativement froide grâce à l'écran d'amiante E).

Cette expérience s'interprète ainsi : il y a électrolyse non seulement du nitrate, mais aussi du verre de l'ampoule, conducteur ionique, assimilable, comme on l'a rappelé (par. 18-5), à un liquide très visqueux; le courant se ferme grâce aux électrons émis par le filament (par. 16-2), qui neutralisent les cations à leur sortie du verre; les atomes métalliques (sodium), ainsi ramenés à l'état normal vont se déposer sur la paroi froide. Les ions Na^+ du nitrate viennent remplacer ces cations dans le verre de l'ampoule.

1. Il convient d'éviter le risque de contact d'une flamme avec $NaNO_3$.

18-7. — Interprétation de la loi d'Ohm dans la théorie des ions.

a) Le raisonnement est le même qu'au par. 17-5. Soit, dans une cuve à électrolyse, une certaine région cylindrique MN M'N' (*fig. 18-14*) de section S, où la densité de courant $\vec{i}$, normale aux sections droites, ainsi que le champ électrique $\vec{E}$ puissent être considérés comme uniformes. Supposons cette région assez éloignée des deux électrodes A et C pour que les phénomènes de variation de concentration, qui seront étudiés au paragraphe 18-9, ne s'y produisent pas. Soient n_+ et n_- le nombre des cations et des anions par unité de volume, v_+ et v_- leurs valences, u_+ et u_- leurs vitesses.

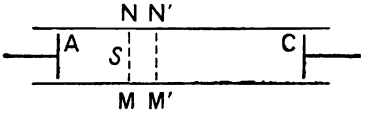


FIG. 18-14. — Calcul de la conductivité.

Le nombre de cations de charge v_+e (e étant la charge élémentaire) traversant par seconde MN, dans le sens du courant, est n_+u_+S, celui des cations de charge $-v_-e$ qui la traversent en sens inverse est n_-u_-S, de sorte que la densité de courant est :

$$[18,10] \qquad i = e\,(n_+v_+u_+ + n_-v_-u_-),$$

u_- étant pris en valeur absolue.

La condition de neutralité donne : $n_+v_+ = n_-v_-$; par exemple, pour un électrolyte donnant seulement deux ions par molécule dissociée (tel que NaCl ou $CuSO_4$), $n_+ = n_-$ et $v_+ = v_-$.

b) Posons encore :

$$[18,10^{bis}] \qquad \begin{cases} u_+ = k_+E \\ u_- = k_-E, \end{cases}$$

ce qui revient à admettre qu'en raison des chocs nombreux (sur les molécules du solvant) — chocs qui expliquent, de même que dans les gaz (par. 17-5) et dans les solides (par. 19-8), qu'il y ait un dégagement de chaleur (effet Joule) dans les électrolytes — les ions prennent des vitesses *moyennes* proportionnelles aux forces électriques agissant sur eux.

k_+ et k_- sont, par définition, les *mobilités* des cations et des anions. On peut les exprimer, dans le système pratique, en m/s par V/m, donc en $m^2s^{-1}\,V^{-1}$.

Combinons les relations [18,10], [18,10^{bis}] et [6,32], il vient

$$i = e\,(n_+v_+k_+ + n_-v_-k_-)\,E = \gamma E,$$

ce qui est bien l'expression de la loi d'Ohm, la conductivité étant

$$\gamma = e\,(n_+v_+k_+ + n_-v_-k_-) = en_+v_+\,(k_+ + k_-)$$

Lorsque cette loi est vérifiée, les mobilités sont donc indépendantes de E.

18-8. — Mesure directe des mobilités ioniques.

Elle est possible dans de nombreux cas.

—o— Faisons arriver très lentement à la partie inférieure d'un tube en U (*fig. 18-15*), par le robinet R, que l'on ferme ensuite, une solution de permanganate de potassium, de façon qu'elle repousse dans les deux branches une solution moins dense de chlorure de potassium qui se trouvait déjà dans le tube; la solution violette de $K\,MnO_4$ est ainsi surmontée de la solution incolore de K Cl, les surfaces de séparation nettes étant dans un même plan horizontal. L'expérience étant ainsi préparée, on fait passer un courant entre électrodes de platine ou de carbone plongées dans la solution de KCl; on constate que la surface de séparation se déplace progressivement des deux côtés vers l'anode, et du déplacement on peut déduire la vitesse des ions MnO_4^- : elle est très petite, de l'ordre de 0,005 cm/s quand le champ électrique est de l'ordre du V/cm.

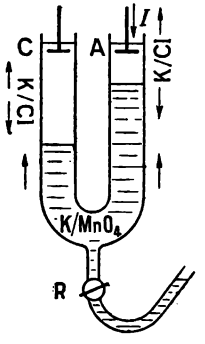


FIG. 18-15.
Mesure de la vitesse des ions MnO_4^-.

Cette méthode, convenablement modifiée, permet des mesures assez précises. Elle a été appliquée à d'autres ions, même incolores; il suffit qu'on puisse voir nettement les surfaces de séparation, et il en est ainsi quand les indices de réfraction des solutions sont suffisamment différents.

Le *tableau 18-3* donne les valeurs des mobilités de divers ions en solutions dans l'eau (concentration équivalente $c_e = 0{,}1$ kilomole/m^3), à 25 °C.

TABLEAU 18-3.

Mobilités de divers ions électrolytiques (en $m^2s^{-1}V^{-1}$)

H^+	34.10^{-8}	OH^-	18.10^{-8}
K^+	7 —	F^-	5 —
Na^+	5 —	Cl^-	7 —
Ag^+	6,5 —	Br^-	8 —
Cu^{++}	5 —	NO_3^-	7 —
Zn^{++}	6 —	SO_4^{--}	8 —

Les mobilités sont du même ordre de grandeur pour tous les ions, sauf pour les ions H^+ et OH^- (voir par. 18-10-c). Elles varient avec la température et aussi, dans une certaine mesure, avec la concentration.

18-9. — Changements de concentration au voisinage des électrodes. Nombres de transport.

—o— Électrolysons, dans un tube en U, une solution de sulfate de cuivre à 1 %, les deux électrodes étant en platine. Quand un courant de quelques centièmes d'ampère est passé pendant une demi-heure, la solution est presque

complètement décolorée dans le voisinage des deux électrodes, sur une épaisseur plus grande à la cathode qu'à l'anode. Il y a donc appauvrissement en $Cu\,SO_4$ au voisinage des électrodes; si les deux moitiés du tube en U sont séparées par un tampon de coton de verre, de façon à empêcher le mélange des deux parties correspondantes de la solution, un dosage chimique montre que l'appauvrissement à la cathode est environ deux fois plus grand qu'à l'anode.

Cette expérience est à rapprocher de ce qu'on a vu au par. 18-7. Dans un volume tel que MN M'N' (*fig. 18-14*), il pénètre en un temps donné autant de cations par MN qu'il en sort par M'N'; de même, en sens inverse, pour les anions; la composition reste constante.

Mais il n'en est pas de même au voisinage des électrodes : du côté de l'anode, les n_+u_+S cations qui traversent AB par seconde sont définitivement perdus; comme le liquide reste neutre, un nombre d'anions égal à celui qui est nécessaire pour neutraliser ces cations s'est déposé sur l'anode, en même temps que les n_-u_-S anions qui se meuvent en sens contraire du courant. Finalement le nombre de molécules disparues du côté de l'anode est celui dont la dissociation fournit n_+u_+S cations, soit $\frac{\nu_+}{l}n_+u_+S$ (dans le cas de $CuSO_4$, $l = \nu_+ = 2$).

D'une façon analogue, on trouve que le nombre de molécules disparues au voisinage de la cathode est $\frac{\nu_-}{l}n_-u_-S$.

Mais on a vu que [18,8] $\quad n_+\nu_+ = n_-\nu_-$.

En dosant les variations de concentration Δc_A à l'anode et Δc_C à la cathode, on trouve donc :

[18,11] $$\frac{\Delta c_A}{\Delta c_C} = \frac{u_+}{u_-} = \frac{k_+}{k_-}.$$

Les rapports :

$$t_- = \frac{\Delta c_A}{\Delta c_A + \Delta c_C} = \frac{k_-}{k_+ + k_-}$$

et :

$$t_+ = \frac{\Delta c_C}{\Delta c_A + \Delta c_C} = \frac{k_+}{k_+ + k_-},$$

dont la somme est égale à l'unité, sont appelés *nombres de transport* des deux espèces d'ions; ils donnent la fraction du courant total transportée par chacune d'elles.

Pour HCl, par exemple, $k_+/k_- \simeq 5$ (*tableau 18-3*) : les cations H^+ transportent environ les cinq sixièmes du courant, et les anions Cl^- le sixième.

La mesure des mobilités faite par la méthode du par. 18-7 permet de calculer les nombres de transport. Les valeurs que l'on obtient ainsi ne concordent avec celles qui résultent des dosages qu'en solution étendue. C'est que la méthode des variations de concentration doit tenir compte de l'hydratation des ions.

18-10. — Forces de frottement sur les ions. Hydratation des ions.

a) La loi d'OHM s'interprète, comme on l'a vu, en admettant que les ions se déplaçant sous l'action d'un champ électrique atteignent rapidement une vitesse limite constante, par suite des frottements qu'ils subissent contre les molécules du solvant. L'entraînement du liquide qui en résulte, étant de sens contraire pour les deux ions, il est difficile de le mettre en évidence. On y parvient par l'artifice suivant.

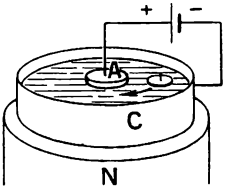


FIG. 18-16. — Entraînement du liquide par les ions.

—o— Le vase cylindrique de la *figure 18-16* a un fond isolant et les électrodes sont les deux cylindres coaxiaux A et C. Le mouvement des ions est radial. On pose le vase sur une pièce polaire d'un fort aimant, de façon qu'un champ d'induction magnétique B vertical existe dans tout le liquide. La force de LAPLACE qui s'exerce sur les deux ions a la même direction, normale au rayon. Le liquide entraîné se met en rotation; on le montre par le mouvement d'un flotteur.

b) Admettons, pour simplifier, que les ions sont sphérique (rayon r) et appliquons à leur mouvement la formule de STOKES (tome I, par. 23-7).

Leur vitesse limite u est donnée par la formule :

$$Ee = 6\pi r\eta u.$$

η étant le coefficient de viscosité de l'eau. D'où, puisque $u = kE$,

[18,12] $$r = \frac{e}{6\pi\eta k}.$$

Cette formule indique que la variation relative de k en fonction de la température doit être opposée à celle de η :

$$\frac{1}{k}\frac{dk}{d\theta} = -\frac{1}{\eta}\frac{d\eta}{d\theta}.$$

C'est bien à peu près ce que donne l'expérience (par. 18-5-c).

c) Par exemple, pour l'ion Cl^- dans l'eau à 20°C (η = 0,001 décapoise). :

$$r = \frac{1{,}60.10^{-19}}{6 \times 3{,}14 \times 0{,}001 \times 7 \times 10^{-8}} = 1{,}2.10^{-10} \text{ m}.$$

On trouve bien des rayons de l'ordre de l'angström; mais les valeurs ainsi calculées ne concordent pas avec celles que l'on obtient dans les cristaux (tome II, tableau 13-4), ainsi que le montrent les nombres suivants (exprimés en 10^{-10} m) :

Ion	Li^+	Na^+	Cs^+	Mg^{++}	Ca^{++}	Ba^{++}	Cl^-	Br^-
r cristal	0,6	0,95	1,7	0,65	1,0	1,35	1,8	1,95
r_s solution	2,3	1,75	1,2	3,3	3,0	2,9	1,2	1,15

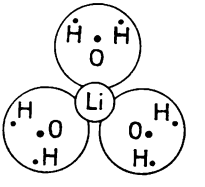


FIG. 18-17. — Attraction de molécules d'eau par un cation Li (une quatrième molécule, non représentée, constituerait avec les trois autres un ensemble ayant la symétrie d'un tétraèdre).

Pour interpréter ces résultats, on admet que les anions et les cations monovalents de grand rayon (tels que Cs^+) sont cependant trop petits pour que la loi de STOKES s'applique, les ions pouvant cheminer dans les interstices que laissent entre elles les molécules d'eau, d'où pour r_s une valeur trop faible. D'autre part, les cations les plus petits et les plus fortements chargés s'*hydratent*, c'est-à-dire attirent suivant la loi de COULOMB les molécules d'eau, qui possèdent un moment de dipôle électrique, l'atome d'oxygène étant le plus voisin de l'ion (*figure 18-17*) et forment ainsi des édifices assez volumineux pour que la loi de STOKES leur soit applicable. Les valeurs de r_s sont correctes, mais s'appliquent à l'ion hydraté.

On peut vérifier l'hypothèse de l'hydratation des ions en mesurant, avant et après l'électrolyse, dans les trois compartiments de la *figure 18-1*, la concentration d'un composé non électrolyte (sucre, urée) ajouté à la solution saline. On trouve une variation, qui s'explique par un transport d'eau fixée aux ions, puisque le composé ne se déplace pas sous l'action du champ. Les nombres de transport doivent être corrigés pour tenir compte de cette eau transportée.

d) La mobilité anormalement élevée des ions H^+ et OH^- (tableau 18-3) dans les solutions aqueuses a été attribuée au fait que ces ions sont ceux du solvant. En effet, dans les solutions acétoniques par exemple, la mobilité de l'ion H^+ est normale. On peut admettre que lorsqu'un ion H^+ se rapproche d'une molécule d'eau, il se fixe sur elle, en même temps qu'un autre ion H^+ est libéré, suivant le schéma de la *figure 18-18* : le trajet effectif de l'ion se trouve ainsi chaque fois raccourci du diamètre d'une molécule.

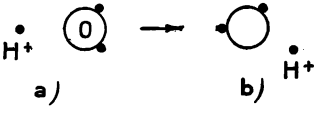


FIG. 18-18. — Interprétation de la mobilité anormalement élevée des ions H^+ dans l'eau.

18-11. — Structure et conductivité des solutions d'électrolytes.

Pour expliquer l'influence de la concentration des solutions d'électrolytes sur leur conductivité (par. 18-5), on a d'abord supposé qu'une fraction croissante de molécules dissoutes se dissociait en ions, lorsque la dilution augmente. Dans certains cas, d'autres phénomènes viennent appuyer cette interprétation.

—o— Plaçons dans des verres des solutions saturées des sels cuivriques suivants : nitrate, sulfate, chlorure, bromure. Leurs couleurs respectives sont : bleu outremer, bleu céleste, vert, brun. Si on les dilue fortement avec de l'eau distillée, leurs couleurs tendent vers un même bleu clair; cela s'explique si les sels se dissocient de plus en plus à mesure que la dilution croît, la couleur bleue étant due à l'ion Cu^{++}.

Pour préciser, appelons *coefficient de dissociation* le rapport α du nombre de molécules dissociées au nombre total de molécules dissoutes et admettons, comme l'a fait OSTWALD, que la dissociation est comparable à une réaction chimique réversible obéissant à la loi d'action de masses (tome II, par. 17-4). Soit, par exemple, un électrolyte de formule AC, donnant par dissociation deux ions monovalents A^+ et C^- (électrolyte binaire); c_e étant la concentration équivalente de l'électrolyte dissous, α le coefficient de dissociation, les nombres d'ions +, d'ions — et de molécules non dissociées sont respectivement proportionnels à $c_e\alpha$, $c_e\alpha$ et $c_e(1-\alpha)$; d'où (tome II, équation [10,13]) :

$$[18,13] \qquad \frac{c_e^2\alpha^2}{c_e(1-\alpha)} = \text{constante } C,$$

si l'on maintient la température constante. Lorsque c_e tend vers zéro, α tend vers l'unité : la dissociation devient totale.

Pour obtenir la valeur de α correspondant à une concentration quelconque, on raisonnait comme il suit. Transformons l'expression [18,7] de la conductivité équivalente :

$$\Lambda = \frac{\gamma}{c_m l}$$

en tenant compte de [18,10]; il vient :

$$\Lambda = \frac{e n_+ v_+}{c_m l}(k_+ + k_-)$$

Comme $e = \frac{2}{\mathfrak{N}}$ et que $c_m = \frac{N}{\mathfrak{N}}$, N étant le nombre de molécules dissoutes par unité de volume, on a :

$$\Lambda = 2\frac{n_+ v_+}{Nl}(k_+ + k_-).$$

Mais $\frac{n_+ v_+}{Nl}$ représente justement le degré de dissociation α; d'où

[18,14] $$\Lambda = 2\alpha(k_+ + k_-).$$

Lorsque c_e tend vers zéro, Λ tend vers une valeur limite Λ_0 (*fig. 18-10*) et comme $\alpha = 1$

$$\Lambda_0 = 2(k_+ + k_-),$$

d'où

[18,15] $$\alpha = \frac{\Lambda}{\Lambda_0}.$$

Admettons, de plus, que les mobilités ne varient pas avec la dilution; la formule [18,13] s'écrit alors :

[18,16] $$\frac{c_e \Lambda^2}{\Lambda_0(\Lambda_0 - \Lambda)} = C.$$

C'est la *loi de dilution* d'Ostwald. L'expérience montre qu'elle est assez bien vérifiée pour les électrolytes faibles, tels que l'acide acétique (par. 18-5-a), mais non pour les électrolytes forts, tels que le chlorure de potassium. C'est ce que montrent, à titre d'exemple, les valeurs suivantes de C calculées d'après la formule [18,16] et relatives à une température de 18 °C.

$\frac{1}{c_e}$ (m³/kilomole)	H — CH_3CO_2		KCl	
	Λ	C	Λ	C
10	$4{,}7.10^{-4}$	$1{,}81.10^{-5}$	112.10^{-4}	$5{,}41.10^{-2}$
20	6,5 —	1,75 —	116 —	3,64 —
120	14,5 —	1,80 —	122,4 —	1,54 —
200	20,0 —	1,73 —	124,4 —	1,08 —
1 000	41 —	1,57 —	127,3 —	0,48 —
(∞)	(350 —)		(130,1 —)	

Même en solution très diluée, les variations de α avec c_e pour les solutions d'électrolytes forts sont incompatibles avec la loi de dilution. Celle-ci donnerait en effet, pour $\alpha \simeq 1$:

$$1 - \alpha = \frac{c}{C}.$$

Or, au lieu de la droite que représente cette relation (courbe I, *figure 18-19*), on trouve pour KCl la courbe II.

Dans le cas des électrolytes forts, on est conduit à admettre que la relation [18,16] n'est pas valable. Il y a pour cela diverses raisons, par exemple la suivante. Considérons une série de chlorures alcalins. La relation [18,14] montre que la conductivité est une propriété additive des ions. La contribution de l'ion Cl^- est égale à

$$2\alpha k_- = 2\alpha(k_+ + k_-)\frac{k_-}{k_+ + k_-} = \Lambda t_-$$

d'après la définition de Λ et celle [18,11] du nombre de transport t_-. Le produit précédent a la même valeur pour les divers chlorures à la même concentration équivalente, comme le montrent les nombres suivants relatifs à $c_e = 0{,}1$ et $\theta = 25$ °C.

HCl	NaCl	KCl	NH_4Cl
65,59	65,54	65,53	65,56

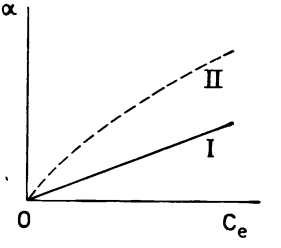


FIG. 18-19. — Variations du coefficient de dissociation en fonction de la concentration équivalente.

Il en résulte que α est le même pour tous ces corps, bien que les valeurs tirées de la relation [18,15] soient différentes (par exemple 0,92 pour HCl et 0,86 pour KCl).

En définitive, on admet que $\alpha = 1$ à toutes concentrations pour les électrolytes forts. Cela peut se comprendre, si l'on observe que ces corps forment pour la plupart des cristaux ioniques dont la cohésion est due essentiellement aux forces de COULOMB (tome II, par. 13-11), et que d'autre part les solvants ionisants (eau, ammoniac, acide cyanhydrique) sont des liquides à forte permittivité. Dans de tels solvants, les forces de COULOMB sont divisées par ε_r.

On interprète alors les variations de Λ pour les électrolytes forts — variations qui sont d'ailleurs (par. 18-5-b) beaucoup moins importantes que pour les électrolytes faibles — en admettant que la mobilité des ions varie avec la concentration, par suite de leurs actions mutuelles.

Les ions étant relativement rapprochés, chaque ion + (par exemple) attire les ions — voisins et repousse les ions +, de sorte que, compte tenu de la diffusion résultant de l'agitation thermique, l'ion + s'entoure d'une sorte d'atmosphère d'ions —. S'il se déplace sous l'action d'un champ électrique qui agit en sens inverse sur les ions —, son atmosphère ionique se détruit en arrière de lui et se reforme en avant. Elle produit une action retardatrice, qui diminue la mobilité, d'autant plus que la concentration est plus forte.

On doit prévoir que, dans un champ très intense, chaque ion se déplaçant très vite, la constitution de l'atmosphère ionique s'en trouve entravée, d'où

une augmentation de la mobilité. L'expérience montre, en effet, que, pour des champs de l'ordre de 10^7V/m, la conductivité augmente avec le champ, donc avec la tension : l'*électrolyte ne suit plus la loi d'*OHM. La courbe de la *figure 18-3* se relève comme l'indique la partie en pointillé. Pour la même raison, la conductivité augmente aussi quand on remplace la tension continue par une tension alternative de haute fréquence.

18-12. — Application des lois de RAOULT aux électrolytes.

En étudiant les lois de RAOULT (tome II, chap. 18) concernant la tonométrie, l'ébullioscopie et la cryoscopie des solutions étendues, nous avons signalé qu'elles ne s'appliquent pas, sous leur forme normale, au cas des électrolytes. On a cherché à interpréter les résultats observés en admettant que la pression osmotique de ces solutions (tome II, par. 18-4) est proportionnelle non pas au nombre N des molécules, mais à celui N' des particules (ions et molécules non dissociées); dans la solution, s'il y a i ions formés par chaque molécule dissociée, et si le coefficient de dissociation est α, on a :

$$N' = N\alpha i + N(1 - \alpha).$$

Dans le second membre des formules [18,3] (loi de VAN'T HOFF), [18,17] et [18,21] du tome II, qui donnent respectivement la pression osmotique, l'élévation du point d'ébullition et l'abaissement du point de congélation d'une solution étendue, intervient alors le facteur multiplicatif :

[18,17] $$\frac{N'}{N} = 1 + (i - 1)\alpha.$$

En mesurant les autres grandeurs intervenant dans ces formules, on en peut déduire α. On a bien trouvé que, lorsque la concentration tend vers zéro, ce rapport tend par valeurs croissantes vers 2 pour les électrolytes binaires ($i = 2$) comme KCl ou $MgSO_4$, vers 3 pour $BaCl_2$, etc... c'est-à-dire que α tend bien vers 1.

Mais pour des concentrations qui ne sont pas très faibles, l'accord entre les valeurs de α déduites de la mesure de $\frac{N'}{N}$ et de celle de $\frac{\Lambda}{\Lambda_0}$ (formule [18,15]) n'est pas toujours excellent, comme le montrent les nombres suivants, relatifs à une concentration équivalente $c_e = 0{,}05$ (unités pratiques) :

Électrolyte	KCl	LiCl	$MgCl_2$	$CuSO_4$	$CdCl_2$
α (cryoscopie)	0,88	0,91	0,85	0,32	0,69
α (conductivité)	0,89	0,98	0,80	0,45	0,56

On a vu au par. 18-11 que l'on admet aujourd'hui $\alpha = 1$ pour les électrolytes forts. Les phénomènes osmotiques faisant intervenir la théorie cinétique des molécules, on comprend que les actions mutuelles des ions puissent entraîner des écarts aux lois de RAOULT, de même qu'elles réduisent la mobilité des ions. Mais on conçoit aussi que ces actions puissent ne pas apporter des modifications parallèles à des phénomènes aussi différents que la pression sur une paroi semi-perméable et le déplacement dans un champ électrique.

18-13. — Activité des solutions d'électrolytes.

Une étude approfondie de l'application des lois de RAOULT aux électrolytes fait intervenir la notion thermodynamique d'*activité*.

a) On a vu au par. 17-2 du tome II comment s'introduit le concept de fugacité d'un constituant d'un mélange de gaz réels : cette grandeur remplace la pression partielle ou, ce qui revient au même, la concentration, dans l'expression des fonctions thermodynamiques de façon que celles-ci aient des valeurs conformes à l'expérience. La fugacité est en somme une pression corrigée de l'écart des lois des gaz réels par rapport aux lois des gaz parfaits.

De même que l'on a pu appliquer approximativement les lois des gaz parfaits à la pression osmotique du soluté dans les solutions idéales (tome II, par. 18-5), de même on peut définir l'activité d'un soluté non électrolyte dans une solution non idéale : cette grandeur a remplace la concentration c de façon que les relations thermodynamiques obtenues pour les solutions idéales gardent la même forme dans tous les cas.

On appelle *coefficient d'activité* du soluté le rapport

[18,18] $$\delta = \frac{a}{c}.$$

On admet qu'une solution quelconque tend à devenir parfaite lorsque la dilution croît indéfiniment. Donc, lorsque c tend vers zéro, a tend vers c et δ tend vers 1.

b) Lorsque le soluté est un électrolyte, chaque ion a son coefficient d'activité propre : a_- pour l'anion, a_+ pour le cation. Pour un électrolyte binaire pur, les deux ions sont en concentrations égales. A dilution infinie, l'activité de chaque ion est, d'après ce qu'on a admis plus haut, égale à sa concentration et on a : $a_+ = a_-$. On prend pour expression de l'*activité moyenne* de l'électrolyte la moyenne géométrique :

[18,19] $$a_\pm = \sqrt{a_+ . a_-}$$

et le rapport

[18,20] $$\delta_\pm = \frac{a_\pm}{c}$$

est le coefficient d'activité moyen des ions de l'électrolyte.

c) Le calcul de l'activité des solutions d'électrolytes peut se faire par plusieurs méthodes Nous étudierons au chapitre 21 celle qui repose sur la mesure des f.é.m.; nous n'exposerons pas celle qui est fondée sur les mesures cryoscopiques, dont le principe est compliqué[1]. Nous nous bornerons à indiquer, à cause de sa simplicité, un procédé applicable au cas particulier où le soluté est volatil et qui dérive de la mesure de sa pression de vapeur partielle au-dessus des solutions. On sait (tome II, par. 18-10) que cette pression est donnée par la formule :

$$p_1 = p_{01}\, \nu_1,$$

p_{01} étant la pression de vapeur du soluté pur à la température de l'expérience et ν_1 sa fraction molaire dans la solution. Comme p_{01} est constant, on peut écrire :

$$p_1 = k c_m,$$

k désignant une constante et c_m la concentration molaire, si la solution est idéale. Considérons les solutions d'acide chlorhydrique HCl dans l'eau; la pression de vapeur de l'acide n'est sensible que pour des solutions concentrées ($c_m > 1$) : c'est d'ailleurs là un argument en faveur d'une dissociation totale des solutions diluées. Les solutions ne sont donc pas idéales et c'est l'activité a_2 des molécules HCl qui intervient dans la formule [18,16]. Pour un électrolyte binaire donnant des ions monovalents, l'expression de la loi d'action des masses est :

[18,21] $$\frac{a_+ . a_-}{a_2} = C,$$

1. Voir, par exemple : E. DARMOIS, Electricité, SEDES, éd. 1952, ch. 17.

C désignant une constante. Entre l'activité des molécules d'acide et l'activité moyenne des ions existe donc la relation :

$$a_{\pm}^2 = C\, a_2.$$

Finalement, la pression de vapeur p_1 est reliée à l'activité moyenne par la formule :

[18, 22] $$\sqrt{p_1} = k' a_{\pm} = k' \delta_{\pm} c$$

et la quantité $\frac{\sqrt{p_1}}{c}$ est proportionnelle au coefficient d'activité moyen $\delta_{\pm}$.

Les résultats des mesures précédentes se trouvent, avec ceux d'autres méthodes, dans le *tableau 20-1.* On verra que le coefficient δ ne se confond nullement avec le degré de dissociation α de la théorie primitive.

18-14. — Électrochimie.

Les applications industrielles de l'électrolyse sont extrêmement nombreuses. Nous nous contenterons d'indiquer rapidement quelques-unes des plus importantes (voir aussi chap. 21-B). Dans chacune de ces opérations, les conditions (volts, ampères, choix de l'électrolyte, etc...) doivent être fixées avec soin.

a) *Galvanoplasties diverses.* — La galvanoplastie consiste à recouvrir de cuivre, par exemple, un corps conducteur, qui sert de cathode, dans l'électrolyse d'une solution de sulfate de cuivre, l'anode étant elle-même une lame de cuivre. Au lieu de cuivre, on peut déposer bien d'autres métaux (argenture, dorure, nickelage, chromage, étamage, etc...).

A la galvanoplastie se rattache le *polissage électrolytique.* Lorsqu'on augmente beaucoup la viscosité du bain d'électrolyse par addition de substances solubles convenables, on évite les mouvements de convection qu'y produisent les différences de température dues à l'effet JOULE, ainsi que les différences de concentration dues aux réactions secondaires. Les parties en relief d'une anode soluble se dissolvent alors plus vite que les parties en creux et on obtient un poli très supérieur à ceux des moyens habituels. On l'utilise en métallographie, ou pour diminuer les frottements dans des pièces mécaniques.

b) *Affinage des métaux.* —o— Quand on électrolyse une solution de sulfate de cuivre entre deux électrodes en cuivre, tout se passe (par. 18-4-a) comme si le métal était transporté de l'anode à la cathode. Mais si le métal de l'anode est impur, les impuretés peuvent rester dissoutes dans le bain et le métal déposé à la cathode est beaucoup plus pur. Cette opération est l'*affinage électrolytique.* Elle permet d'obtenir du cuivre contenant moins de 1/1000 d'impuretés. Elle s'applique également au fer et à l'argent.

On peut encore, par un réglage convenable de la tension appliquée, obtenir des dépôts successifs des métaux de plusieurs sels contenus dans une même solution, réalisant ainsi une *analyse électrolytique.*

c) *L'électrolyse du chlorure de sodium* est une des plus importantes industriellement.

1° Le chlorure, fondu sans eau à 800°, fournit par électrolyse le sodium métal. Mais ce procédé est moins économique, à cause de l'usure des appareils, que l'électrolyse de la soude fondue.

2° Le chlorure dissous dans l'eau donne à l'anode du chlore, qui se dégage, et à la cathode du sodium qui, au contact de l'eau, produit de la soude et de l'hydrogène. Il faut choisir des électrodes convenables et éviter, si ce sont ces produits que l'on veut obtenir, que le chlore puisse aller au contact de la soude.

Si Cl et NaOH viennent au contact, ils se combinent pour former un hypochlorite (eau de Javel) ou un chlorate, ou même un perchlorate. On obtient ces divers produits, à volonté, en changeant la température et la concentration. Il en est de même pour le chlorure de potassium.

3° —o— On électrolyse une solution de chlorure de sodium entre une anode de carbone et une cathode de mercure. Le sodium mis en liberté diffuse dans le mercure et est ainsi soustrait à la réaction secondaire qui formerait de la soude avec l'eau de la solution. La distillation du mercure laisse un résidu de sodium. Si l'on sépare le mercure et qu'on l'agite avec de l'eau chaude, il se produit un dégagement d'hydrogène et l'eau devient alcaline.

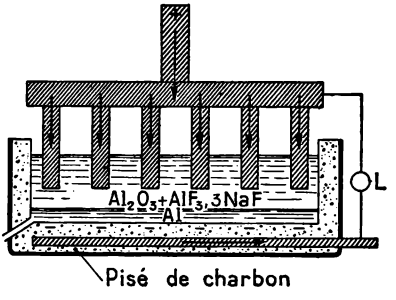


Fig. 18-20. — Fabrication électrolytique de l'aluminium.

d) *Préparation de l'aluminium.* — On électrolyse un mélange, fondu vers 900° C, d'alumine Al_2O_3 et de cryolithe AlF_3, 3NaF (*fig. 18-20*). La tension doit être voisine de 10 volts : la lampe L s'allume quand cette tension monte, par suite d'une proportion insuffisante d'alumine. La cryolithe commence alors à se décomposer, en donnant Na et F; le premier rend Al altérable et le second est toxique. On ajoute donc de l'alumine pour abaisser la tension.

Tandis que, dans le four électrique ordinaire, le courant n'intervient que comme procédé de chauffage, il intervient ici à la fois pour produire le chauffage et l'électrolyse. Le magnésium est obtenu d'une façon analogue, à partir de la carnallite $MgCl_2$, KCl, $6H^2O$.

e) Les *métaux alcalins* — découverts par électrolyse (Davy) — et les métaux alcalino-terreux peuvent aussi se préparer, le sodium à partir de NaOH, le potassium de KOH, le calcium de $CaCl_2$, etc.

f) *Préparation de l'hydrogène.* — Là où l'énergie hydroélectrique est abondante, on peut préparer l'hydrogène par électrolyse de solutions alcalines (NaOH ou K_2CO_3) entre électrodes de fer. L'eau lourde D_2O, moins facilement décomposée que l'eau ordinaire par électrolyse, se concentre dans le bain et s'obtient de cette façon.

g) Des électrolyses involontaires peuvent produire la corrosion de pièces métalliques. Il arrive, par exemple, que le circuit d'une ligne électrique de transport urbain (*fig. 18-21*) comprenant un générateur G et un moteur de traction M, se ferme à travers la Terre. Une canalisation métallique, telle que C, peut se trouver conduire une fraction importante de l'intensité du courant de retour. Une région telle que A servant d'anode pourra être attaquée par les produits de l'électrolyse du sol.

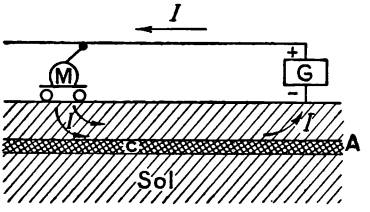


FIG. 18-21. — Exemple de corrosion par électrolyse.

18-15. — Autres applications de l'électrolyse.

a) *Coulomètres.* — Ils sont destinés à la mesure des quantités d'électricité par pesée du métal électrolysé ou par mesure du volume gazeux dégagé, en application des lois de FARADAY.

1° L'électrolyse d'une solution de nitrate d'argent à 10 % donne un dépôt cathodique permettant des pesées très précises. En mesurant simultanément l'intensité du courant au moyen d'un électrodynamomètre placé en série avec le coulomètre, on définit l'*ampère international* : c'est l'intensité du courant qui dépose $1{,}1180.10^{-3}$ g d'argent par seconde.

2° Le coulomètre à cuivre est utilisé dans les mesures de précision moyenne : l'électrolyse y est une solution de sulfate de cuivre à 10 % additionnée d'acide sulfurique.

b) *Rhéostats liquides.* — Ils sont faciles à réaliser (*fig. 6-34*); on peut faire varier leur résistance progressivement et dans des proportions considérables, en modifiant soit la longueur de la colonne de solution, soit la concentration de l'électrolyte. On prend des solutions de sulfate de cuivre entre électrodes de cuivre ou de soude entre électrodes de fer (ces dernières présentant une force contre-électromotrice de 1,6 V environ (cf. par. 18-4).

c) *Formation de couches anodiques isolantes.* —o— On électrolyse une solution de borate de sodium entre une électrode d'aluminium et une électrode de plomb, sous une différence de potentiel d'une quarantaine de volts. Lorsque l'aluminium est cathode, un courant de quelques ampères passe dans la solution. Lorsque l'aluminium est anode, au contraire, le courant tombe très vite à une valeur nulle, le métal s'étant recouvert d'une pellicule invisible et isolante d'un composé oxydé d'aluminium.

On utilise à deux fins des dispositifs de ce genre : comme redresseurs de courant alternatif, puisque le courant ne passe que dans un sens; comme condensateurs de grande capacité, la couche isolante très mince séparant deux conducteurs, l'anode métallique et la solution. La capacité peut atteindre quelques microfarads par centimètre carré de surface anodique.

Dans les deux applications, la différence de potentiel ne peut dépasser 40 volts sans que l'appareil devienne inutilisable.

d) *Étude des distributions de potentiel.* — Nous avons souligné (par. 6-14) l'analogie qui existe entre la répartition des lignes de champ électrostatique

et celle des lignes de courant dans un milieu conducteur homogène, en régime permanent. Or, il est facile de déterminer expérimentalement les surfaces équipotentielles dans un électrolyte et de résoudre par cette voie expérimentale des problèmes de répartition théorique.

—o— Électrolysons une solution d'acétate de plomb $(CH_3CO_2)_2Pb$, l'anode étant une large plaque de nickel horizontale, à laquelle on amène le courant par un fil protégé par un tube de verre, tandis que la cathode, située au-dessus, est un fil de cuivre très fin (*fig. 18-22*). Le plomb va cristalliser sur la cathode tandis qu'à l'anode, le radical CH_3CO_2 donne : $2\ CH_3CO_2 + H_2O \longrightarrow 2CH_3CO_2H + O$. L'oxygène libre oxyde le nickel et donne une lame mince d'oxyde qui, si l'attaque n'a pas duré trop longtemps, montre par réflexion des anneaux colorés ressemblant à des anneaux de NEWTON. Chaque anneau est le lieu géométrique des points de la plaque également attaqués.

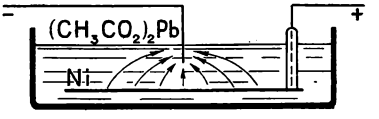


FIG. 18-22. — Étude des surfaces équipotentielles dans un électrolyte.

La plaque étant beaucoup plus conductrice que la solution, son potentiel est à peu près uniforme. Les lignes de courant y aboutissent normalement et les anneaux sont le lieu des points pour lesquels le courant a une densité déterminée. Par suite de la symétrie du dispositif, ce sont des circonférences centrées sur le pied de la cathode.

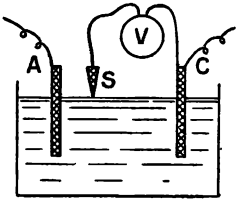


FIG. 18-23. — Cuve rhéographique.

Pour une étude quantitative, on place un liquide conducteur dans une cuve de dimensions assez vastes pour que l'influence des parois soit négligeable, et on y plonge les électrodes A et C (*fig. 18-23*) de forme convenable, donnant le champ à étudier. Une électrode auxiliaire S (sonde) se déplace à la surface du liquide. Si le déplacement a lieu suivant une équipotentielle, la différence de potentiel entre la sonde et une des électrodes principales est constante.

Cette méthode dite, de la *cuve électrolytique* ou *cuve rhéographique*, est utilisée pour l'étude des lentilles électrostatiques (par. 16-13) et de certains problèmes d'aérodynamique (tome I, ch. 23).

CHAPITRE 19

COURANTS DANS LES SOLIDES

19-1. — Relations entre la conductivité et la structure des solides.

a) Aux températures habituelles, les solides conduisent le courant électrique de façons très diverses. Les métaux et leurs alliages satisfont à la loi d'OHM et leur conductivité γ, bien définie, relativement élevée (de l'ordre de $10^6\ \Omega^{-1}m^{-1}$) diminue quand la température T s'élève. Les autres solides s'écartent plus ou moins de la loi d'OHM, c'est-à-dire que leur conductivité γ, calculée par la relation [6,30], peut dépendre de la densité du courant qui les traverse; elle est beaucoup moindre (en général) que pour les métaux et augmente avec T.

Gardant le nom d'isolants pour les solides dont la conductivité γ est extrêmement faible (de 10^{-12} à $10^{-20}\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$, par exemple), on appelle *semi-conducteurs* les solides non métalliques dont la conductivité est comprise entre celle des métaux ou alliages et celle des isolants (Voir *tableau 19-1*). Des définitions plus précises seront données au par. 19-15.

TABLEAU 19-1.

Conductivité γ ($\Omega^{-1}m^{-1}$) de divers solides, à la température ordinaire.

Métaux[1]	γ	Métaux et alliages[1]	γ	Divers[2]	γ
Argent. . .	62 10^6	Fer.	10 10^6	Graphite	3.10^4
Cuivre . . .	59 —	Platine . . .	10 —	Sélénium	10^{-5} à 10^{-2}
Or.	43 —	Plomb. . . .	5 —	Silicium (très pur) . . .	10^{-3} à 10^{-2}
Aluminium .	35 —	Antimoine. .	2,5 —	Germanium (—). . . .	10^{-3}
Sodium. . .	22 —	Constantan. .	2 —	Bromure de potassium .	10^{-9}
Tungstène .	18 —	Nichrome . .	1 —	Paraffine	10^{-12}
Zinc	16 —	Bismuth. . .	0,8 —	Soufre	10^{-15}
Nickel . . .	13 —			Silice fondue.	10^{-16}

1. Voir aussi tableau 19-3.
2. Conductivité très variable selon les échantillons et la température.

Il est peu de propriétés physiques dont la grandeur varie autant que celle de γ avec la nature des corps considérés. Mais l'amplitude des variations est dans l'ensemble moindre pour les corps appartenant à un même type de

structure cristalline. Rappelons (tome II, par. 13-9 à 13-12) qu'une classification essentielle des cristaux est fondée sur la nature des édifices atomiques qui peuvent y être individualisés et sur le genre de liaisons qui les unissent. On distingue les cristaux moléculaires (N_2, I_2, carbures organiques); les cristaux ioniques (sels minéraux et organiques); les cristaux covalents (C, Si, Ge, SiO_2); les métaux[1].

TABLEAU 19-2.

Résistivité ρ (Ω.m) et coefficients de température $\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\theta}$ (dg^{-1}) de divers métaux et alliages, à la température ordinaire.

Métal	ρ	α	Alliage	Composition approximative (%)[1]	ρ	α
Argent. . .	$1{,}60\ 10^{-8}$	$3{,}8\ 10^{-3}$	Maillechort. .	Cu, 60; Zn, 25; Ni, 15.	$30\ 10^{-8}$	$0{,}35\ 10^{-3}$
Cuivre . . .	1,70 —	4,0 —	Manganine. .	Cu, 85; Mn, 12; Ni, 4.	45 —	0,01[2] —
Aluminium .	2,82 —	3,9 —	Constantan. .	Cu, 60; Ni, 40.	50 —	0,1[2] —
Tungstène .	5,6 —	4,5 —	Acier au silicium	Fe, 95; Si, 4; C, 1.	62 —	0,8 —
Nickel . . .	7,8 —	6 —	Ferronickel. .	Fe, 74; Ni, 25; C, 1.	80 —	0,9 —
Fer	9,6 —	6 —	Nichrome . .	Ni, 65; Cr, 12; Fe, 23.	110 —	0,2 —
Platine. . .	10 —	3 —				
Mercure . . (liquide)	95 —	0,9 —				

1. Des alliages portant le même nom peuvent avoir des compositions et des résistivités assez différentes.
2. Coefficient de température variable selon les échantillons et les traitements thermiques.

b) Sauf pour les métaux, où les électrons de valence n'ont pas de position définie, la conductivité devrait être nulle pour les cristaux parfaits au zéro absolu, car l'arrangement des atomes y est rigoureusement régulier, et des électrons ou des ions ne peuvent s'y mouvoir. Mais aux températures non nulles, l'agitation thermique peut déplacer les éléments du cristal; d'autre part, les cristaux réels sont imparfaits; ils possèdent des irrégularités de structure ou contiennent des impuretés. Ces dernières, même en quantités minimes, peuvent exercer une influence très importante sur la conductivité.

On est donc conduit à considérer dans tous les cas une *conductivité intrinsèque* et une *conductivité accidentelle* due à des substances étrangères. On peut souvent les distinguer par l'effet de la température, la première l'emportant à température élevée, la seconde se manifestant fréquemment même à basse température.

Laissant de côté les cristaux moléculaires, qui sont essentiellement isolants, nous étudierons ci-après la conduction par les métaux et la semiconduction par les cristaux ioniques ou covalents.

1. Des cas intermédiaires peuvent exister : entre le fluorure de lithium LiF, type des cristaux ioniques et l'oxyde cuivreux Cu_2O, composé covalent, se placent les oxydes de magnésium et de zinc, le sulfure de zinc, etc.

A. *CONDUCTION MÉTALLIQUE*

19-2. — Conductivité intrinsèque des métaux. Sa variation thermique.

a) La résistivité d'un conducteur, que la loi d'OHM permet de définir quelle que soit la différence de potentiel utilisée, dépend de la *nature du métal* (*tableaux 19-1 et 2*). Dans un monocristal métallique anisotrope, elle varie avec la direction (*figure 19-1*). Mais les conducteurs usuels sont formés de micro-cristaux (dimensions linéaires de l'ordre du micron) orientés en tous sens et se comportent par suite comme des corps isotropes.

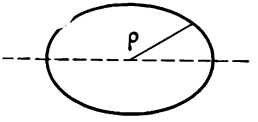


FIG. 19-1. — Variation de la résistivité avec la direction, dans un monocristal métallique anisotrope.

b) La résistivité dépend de la *température*.

—o— Un fil de fer, rectiligne ou enroulé en spirale, capable de supporter normalement 30 A, est mis en circuit sur le secteur; l'ampèremètre marque d'abord 40 A et descend très vite à 25 A, tandis que le voltmètre, qui mesure la tension entre les extrémités du fil, monte de 50 V à 90 V. La résistance du fil de fer était donc $\frac{50}{40} = 1{,}25\,\Omega$ au début et elle devient $\frac{90}{25} = 3{,}5\,\Omega$ à la fin quand le fil est chaud. En réalité, les lectures faites au début sont incertaines, parce que les appareils n'ont pas le temps de prendre leur position d'équilibre et l'expérience ne donne pas la valeur exacte du rapport des résistances à chaud et à froid; on peut retenir qu'à 1 000 °C, la résistivité du fer est environ 5 fois plus grande qu'à 15 °C.

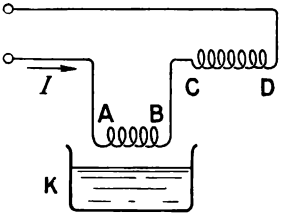


FIG. 19-2. — Quand on refroidit AB, CD passe du rouge sombre au rouge blanc.

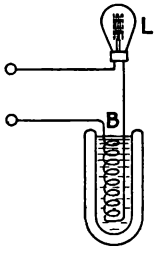


FIG. 19-3. Quand on plonge la bobine B dans l'air liquide, la luminance de L augmente.

—o— Le courant du secteur porte au rouge sombre les spirales de fer CD et AB (*fig. 19-2*), la première faite d'un fil assez gros et la seconde d'un fil plus fin. Quand on plonge la spirale AB dans l'eau froide, sa résistance diminue, l'intensité du courant augmente et la spirale CD est portée au rouge blanc, sans que l'accroissement de sa résistance suffise à compenser la diminution de résistance de AB. Le fil CD finit par fondre et brûler.

—o— La bobine B, en fil de cuivre assez fin (*fig. 19-3*), est placée en série avec la lampe L portée au rouge très sombre par le courant, dont on a convenablement réglé l'intensité. Quand on plonge la bobine dans l'air liquide, la lampe s'allume et devient très brillante, parce que la résistance de B a considérablement diminué.

Si ρ_θ est la résistivité du métal à θ °C, on peut écrire, en première approximation :

[19,1] $$\rho_\theta = \rho_{\theta_0}[1 + \alpha(\theta - \theta_0)].$$

Le coefficient α dépend du métal (mais assez peu), et aussi de la température. Le *tableau 19-2* donne un certain nombre de valeurs de α au voisinage de la température ordinaire.

c) *Applications.* — La variation de résistance de certains métaux, notamment du platine, avec la température est utilisée dans les thermomètres à résistance (tome II, par. 3-15), dans les bolomètres (voir tome V).

La résistance d'une lampe à incandescence à filament de tungstène devient environ 9 fois plus grande à la température de régime (2 500 °C) qu'à la température ordinaire. Dans l'éclairage public, on évite d'allumer simultanément un trop grand nombre de ces lampes, ce qui produirait dans le réseau une surintensité dangereuse, malgré sa courte durée.

De telles lampes peuvent servir à amortir les variations d'intensité du courant dans un circuit, puisque si la tension d'alimentation croît, le courant qui tend à croître élève la température du filament et en même temps sa résistance. Des régulateurs plus perfectionnés sont constitués par des *résistances fer-hydrogène.* La résistivité du fer présente une particularité : à 775 °C, par suite d'un changement d'état cristallin, le coefficient α croît brusquement, pour diminuer de nouveau vers 850 °C. Choisissons la résistance d'une spirale de fer de façon que, pour une intensité I, sa température dépasse un peu 775 °C dans la partie centrale, les extrémités, refroidies par conduction, restant au-dessous de cette température; si la tension appliquée augmente quelque peu, la longueur de la partie à grande résistivité augmente, et inversement, ce qui atténue considérablement les variations de I. La spirale est placée dans une atmosphère d'hydrogène qui évite l'oxydation et, par sa grande conductivité calorifique (tome II, par. 10-10), permet de donner à I une valeur assez élevée.

19-3. — Supraconductivité.

a) Au-dessous d'une température T_c, la résistivité d'un certain nombre de métaux, qui diminuait régulièrement jusqu'alors avec T, tombe brusquement à une fraction très faible, 10^{-8} à 10^{-12} par exemple, de sa valeur à la température ordinaire, de sorte qu'on peut la considérer comme pratiquement nulle : le métal est devenu *supraconducteur.* La température T_c varie avec le métal, mais ne dépasse jamais un petit nombre de degrés absolus, comme le montre le tableau suivant :

TABLEAU 19-3.

Températures limites de supraconductivité T_c.

Métal. .	Hf	Cd	Zn	Al	Tl	Sn	Hg	Pb	Cb_3Sn
T_c(°K). .	0,35	0,54	0,79	1,14	2,38	3,69	4,12	7,26	18,1

Indiquons quelques conséquences de l'état supraconducteur : 1° L'effet JOULE devient très faible en même temps que la résistance; si l'on met dans l'hélium liquide une bobine de fil de plomb en présence d'un aimant et qu'on

enlève l'aimant, il se produit un courant induit décelable, par exemple, par son action sur un magnétomètre, et pouvant atteindre des dizaines d'ampères. Il ne disparaît que très progressivement (en plusieurs semaines) car, l'effet JOULE étant inappréciable, l'énergie du courant n'est transformée que très lentement en chaleur.

2° Dans l'expérience précédente, le flux d'induction total Φ qui traverse le circuit sans résistance et qui ne contient pas de f.é.m., ne varie pas. Soit en effet L la self-inductance du circuit :

$$\Phi = \Phi_1 + LI,$$

Φ_1 désignant le flux dû aux causes extérieures. Lorsqu'on retire l'aimant, Φ_1 varie et I en même temps. Il en résulte une f.é.m. d'induction totale :

$$u = -\left(\frac{d\Phi_1}{dt} + L\frac{dI}{dt}\right)$$

et, comme $R = 0$, la loi d'OHM donne :

$$u = R\,i = 0,$$

d'où :

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 \qquad \Phi = \text{constante}.$$

Toute variation de Φ_1 fait donc naître un courant induit qui laisse constant le flux total. Inversement, si le circuit a été rendu supraconducteur en dehors de tout champ magnétique, le flux qui le traverse demeurera toujours nul : l'approche d'un aimant, par exemple, induit un courant dont le flux compense, à chaque instant, celui de l'aimant.

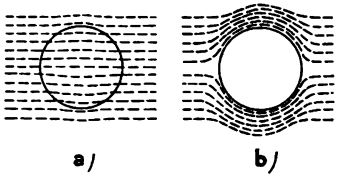


FIG. 19-4. — Dans la matière à l'état supraconducteur, le champ magnétique est nul : *a*) $T > T_c$; *b*) $T < T_c$.

b) L'expérience indique une seconde propriété des supraconducteurs; il n'y a pas de champ magnétique à l'intérieur de ces corps. Si l'on refroidit une sphère de plomb, métal diamagnétique, placée dans un champ magnétique uniforme, la forme des lignes de champ au-dessus et au-dessous de la température T_c est représentée par la *figure 19-4.*

Il en résulte que les courants dont un métal supraconducteur est le siège ne peuvent circuler qu'à sa surface, dans une couche dont on estime l'épaisseur à 10^{-7} m.

On ne possède pas actuellement de théorie satisfaisante de la supraconductivité.

19-4. — Influence des impuretés et des alliages sur la conductivité métallique.

a) Dans les cas où la supraconductivité ne vient pas compliquer les phénomènes, on constate que la résistance d'un métal ne tend pas vers zéro en même temps que la température absolue; la formule linéaire [19,1] n'est plus applicable. Aux basses températures, inférieures par exemple à 20 °K, on peut poser, T étant la température absolue :

$$\rho = f(T) + \xi.$$

ξ est la *résistivité résiduelle*. Alors que f(T) est bien définie pour un métal pur, ξ varie suivant les échantillons (*fig. 19-5*). On attribue ce fait à des traces d'impuretés ou à des irrégularités dans la structure du cristal.

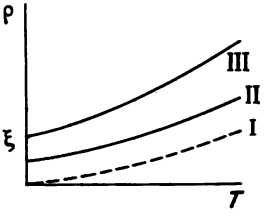


FIG. 19-5. — Variations relatives de la résistance (en fonction de la température absolue T) pour divers échantillons : I, cristal idéal; II, III, impuretés croissantes.

b) La formation d'alliages métalliques, interstitiels ou par substitution (tome II, par. 18-14), s'accompagne toujours d'une augmentation de la résistivité. Cette augmentation est d'autant plus faible, en gros, que la structure électronique des métaux combinés est plus voisine. D'autre part, la variation thermique de la résistivité d'un alliage est, en général, plus faible que pour les métaux purs, et peut être très différente de celle que donne la loi [19,1].

On a mis à profit ces deux propriétés pour obtenir des alliages dont la résistivité est très grande et varie très peu avec la température; ils servent à la construction des rhéostats, des potentiomètres et des résistances étalons. Le *tableau 19-2* donne quelques exemples.

—o— On répète l'expérience de la *figure 19-3* avec deux circuits indépendants. Dans l'un d'eux, la bobine est en fil de cuivre, dans l'autre, elle est en constantan, et on a réglé leurs longueurs à la température ordinaire de façon que les lampes aient la même luminance. Celle de la lampe du circuit en constantan n'est pas sensiblement modifiée par immersion de la bobine dans l'air liquide.

19-5. — Influence d'un champ magnétique sur la conductivité des métaux.

Pour tous les conducteurs métalliques, la résistivité augmente lorsqu'on les place dans un champ magnétique $\vec{H}$, perpendiculaire à la direction du courant qui les traverse. La résistance du conducteur, égale à R_0 en l'absence du champ magnétique, prend la valeur R, et l'accroissement relatif $\frac{R-R_0}{R}$ est une fonction du champ magnétique H.

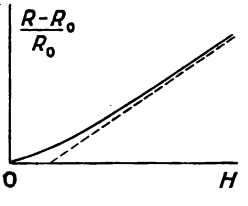


FIG. 19-6. — Variations de l'accroissement relatif de résistance en fonction du champ magnétique.

Cette fonction a été étudiée jusque dans des champs de 3.10^7 A/m (maintenus seulement pendant un centième de seconde); la forme de la courbe correspondante est la même pour tous les métaux : elle comprend un arc sensiblement parabolique, suivi d'une partie rectiligne (*fig. 19-6*). $\frac{R-R_0}{R}$ est d'abord proportionnel à H^2, puis devient une fonction linéaire de H.

Le bismuth présente des variations de résistance beaucoup plus grandes que les autres métaux; on l'emploie pour mesurer les champs magnétiques. Un fil de bismuth (*fig. 19-7*) enroulé en double spirale et logé dans un support protecteur en verre ou en mica, est placé normalement au champ et l'on mesure au pont de WHEATSTONE sa résistance, que l'on compare avec la résistance primitive; il suffit d'étalonner l'appareil une fois pour toutes. La pureté du bismuth employé a une grande influence.

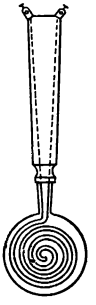


FIG. 19-7. — Spirale de bismuth, pour la mesure des champs magnétiques.

Dans un champ de 10^6 A/m, la résistance est accrue de 25 à 45 %. Il faut éviter l'échauffement du bismuth pendant la mesure, car son coefficient de température, égal à 0,0045 par degré, est relativement élevé.

19-6. — Conduction électronique dans les métaux.

a) Le fait que l'on puisse faire traverser par un courant électrique des conducteurs métalliques de natures diverses placés en série, sans qu'aucun d'eux subisse d'altération, suggère que les charges dont le déplacement assure le passage du courant sont les mêmes pour tous les métaux et alliages.

Ces charges sont des électrons, comme le montre une expérience due à TOLMAN, dont le principe est le suivant : donnons à un conducteur métallique cylindrique C de longueur l une vitesse w[1] suivant son axe et arrêtons-le dans un court intervalle de temps t. Durant l'arrêt, les charges mobiles prendront, par inertie, une vitesse relative par rapport au conducteur C et continueront leur mouvement, tant que leurs chocs sur les atomes n'auront pas annulé cette vitesse. Elles transporteront ainsi à travers C une charge Q qu'on peut mesurer au balistique.

Pour empêcher ce mouvement relatif, il aurait fallu imposer à chaque particule de masse m et de charge e, une force $F = m\,a$ ($a = \dfrac{dw}{dt}$ étant l'accélération de C), ce qui se serait produit s'il avait existé dans C un champ E tel que $F = E\,e$, et par suite, entre ses extrémités, une différence de potentiel $V = E.l = \dfrac{m}{e} l \dfrac{dw}{dt}$. En l'absence de cette tension, le mouvement des charges par rapport au métal est celui qui produirait la différence de potentiel $-V$.

R étant la résistance du circuit, on a par suite :

$$Q = -\int^{t} \frac{V}{R}\,dt = -\frac{m}{e}\frac{l}{R}\int_{w}^{0} dw = \frac{m}{e}\frac{l}{R}w.$$

D'où $\dfrac{e}{m}$, si l'on mesure Q (l, R et w étant connus).

1. Dans le présent chapitre, le symbole w représentera la vitesse d'entraînement des électrons, le symbole u désignant leur vitesse totale.

On utilise, en fait, un long fil enroulé en solénoïde et animé autour de l'axe de celui-ci d'un mouvement de rotation, qu'on arrête brusquement.

On a trouvé ainsi des valeurs $\frac{e}{m}$ comprises entre $1{,}5.10^{11}$ et 2.10^{11} C/kg, voisines de celle qui caractérise l'électron ($1{,}76.10^{11}$).

b) Une preuve directe des frottements que subissent dans un métal les électrons qui s'y déplacent est l'expérience de la roue de BARLOW (par. 9-4). La loi d'OHM, qui est la conséquence de ces frottements, conduit, d'après les relations [16,32] et [16,3], à la valeur suivante de la densité de courant dans un métal, n étant le nombre d'électrons par unité de volume, et w leur vitesse dans le sens du champ E :

$$i = \gamma E = n e w$$

D'où la conductivité :

[19,2] $$\gamma = n e k_-,$$

$k_- = \frac{w_-}{E}$ désignant la *mobilité* des électrons. Nous verrons au par. 19-7 que chacun des atomes contenus dans un fragment de cuivre, par exemple, donne au moins un électron de conductivité; nous pouvons alors calculer l'ordre de grandeur de k_- :

$$k_- = \frac{\gamma}{ne} = \frac{5{,}9.10^7}{0{,}85.10^{29}.1{,}6.10^{-19}} \simeq 4{,}4.10^{-3}\,\frac{\text{m}^2}{\text{V.s}}.$$

Dans les champs les plus forts réalisables dans le métal, la vitesse u n'est que de l'ordre de 40 μ/s. La grande conductibilité des métaux est donc due au grand nombre des transporteurs de charges et non à une mobilité élevée.

19-7. — Effet HALL.

—o— Soit (*fig. 19-8*) un ruban métallique, homogène, d'épaisseur a et de largeur b, parcouru par un courant I, de densité $\vec{i} = \frac{I}{ab}$. Si l'on fait agir normalement au ruban un champ d'induction uniforme $\vec{B}$, on constate entre les deux bords du ruban, sur une même normale MN à $\vec{i}$, l'existence d'une différence de potentiel :

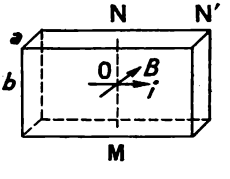


FIG. 19-8.
Effet HALL.

[19,3] $$V_M - V_N = C\frac{BI}{a}.$$

Le phénomène a la même origine que le mouvement de la roue de BARLOW (par. 9-4) : les électrons, qui se déplacent en sens inverse de I, sont soumis à une force de LAPLACE et s'accumulent sur le bord NN', jusqu'à ce qu'il en résulte un champ électrique dont l'action compense celle du champ magnétique.

On a alors :

$$\frac{V_M - V_N}{b} e = Bew,$$

e étant la charge des électrons et w leur vitesse d'entraînement en sens inverse du champ. Soit n leur nombre par unité de volume : l'intensité est

$$I = newab.$$

D'où :

$$V_M - V_N = Bwb = \frac{BI}{nea}.$$

La constante C de la formule [19,3] est donc :

[19,4] $$C = \frac{1}{ne}.$$

Pour le cuivre, par exemple, l'expérience donne :

$$C = 5{,}3.10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{coulombs}},$$

ce qui correspond, pour $B = 1$ Wb/m², $I = 10$ A et $a = 0{,}1$ mm, par exemple, à :

$$V_M - V_N = -5{,}3.10^{-6} \text{ V}.$$

L'effet HALL est donc peu intense.

De la valeur de C ci-dessus, on tire :

$$n = \frac{1}{5{,}3.10^{-11}.1{,}6.10^{-19}} \simeq 1{,}2.10^{29} \text{ électrons/m}^3.$$

Or un atome kg de cuivre, de masse 64 kg, contient $6{,}02.10^{26}$ atomes. La masse volumique du cuivre est 8 930 kg/m³. Il y a donc :

$$\frac{6{,}02.10^{26} \times 8\,930}{64} = 0{,}85.10^{29} \text{ atomes/m}^3.$$

Le nombre moyen des électrons de conductivité par atome est donc environ 1,3 dans le cas du cuivre; on trouve de même environ 1,4 pour l'argent; 3,5 pour l'aluminium; 1,8 pour l'or.

Remarque. — Dans un conducteur non métallique, un même courant peut être attribué aussi bien à des charges positives se déplaçant dans un sens qu'à des charges négatives se déplaçant en sens inverse. La force de LAPLACE a le même sens dans les deux cas et la différence de potentiel $V_M - V_N$ change par suite de signe en même temps que les charges en mouvement (voir par. 19-13).

Mais certains métaux, comme le fer et le zinc, présentent également un effet HALL inverse, bien que la conduction y soit purement électronique; on a pu en donner une explication faisant intervenir la Mécanique quantique.

19-8. — Théorie cinétique des électrons dans les métaux.

a) L'image la plus simple qu'on puisse se faire d'un métal est celle d'un réseau d'ions positifs, entre lesquels se meuvent des électrons négatifs. L'agitation thermique s'y traduit par des mouvements de très faible amplitude des ions autour de leur position moyenne, alors que les électrons de conduction ont un mouvement désordonné, comparable à celui des molécules dans un gaz.

On a cherché à préciser par le calcul statistique les idées précédentes, dans l'hypothèse où les électrons de conduction forment une sorte de *gaz électronique* : on peut montrer que la densité de celui-ci est très faible. En effet, le rayon de l'électron étant estimé 2.10^{-15} m (tome VIII), son volume est de l'ordre de 10^{-44} m^3, alors que celui d'une maille cubique du réseau métallique est de l'ordre de 10^{-30} m^3 : devant le volume du cristal, celui qu'occupent les électrons est négligeable, et ils se trouvent dans un état analogue aux molécules d'un gaz parfait dans un récipient. Pour rendre compte des principales propriétés électriques des métaux, on peut essayer d'appliquer à leurs électrons libres les principes de la théorie cinétique, exposés aux chapitres 10 et 11 du tome II.

b) *Conductivité.* — Les vitesses u que possèdent les électrons, du fait de l'agitation thermique, sont dirigées en tous sens, et ont des grandeurs fréquemment variables; soit $\bar{u}$ leur module moyen. La longueur l_0 du libre parcours moyen, distance parcourue dans l'intervalle de temps moyen Δt par l'électron entre deux chocs sur les atomes[1], est reliée à $\bar{u}$ par la formule :

$$l_0 = \bar{u}\,\Delta t.$$

Entre ces chocs, l'électron, de masse m_0, a subi la force $e\vec{E}$ exercée par le champ électrique $\vec{E}$ et acquis une vitesse supplémentaire dirigée $\vec{\Delta u}$, donnée par le théorème de l'impulsion :

$$e\vec{E}\,\Delta t = m_0\,\vec{\Delta u}.$$

Admettons qu'à chaque choc, l'électron perde cette vitesse acquise dirigée. L'énergie cinétique correspondante est cédée au milieu, *ce qui explique l'effet* JOULE, comme pour les électrolytes (par. 18-6). La vitesse moyenne d'entraînement des électrons en sens inverse du champ est alors

$$w = \frac{1}{2}\Delta u$$

(cf. tome I, par. 8-2),

ou :
$$w = \frac{1}{2}\frac{e}{m_0}\frac{El_0}{\bar{u}},$$

d'où, d'après [19,2] :

[19,5]
$$\gamma = \frac{n}{2}\frac{e^2}{m_0}\frac{l_0}{\bar{u}}.$$

1. Les collisions entre électrons sont sans effet : leurs masses étant égales, la somme des vitesses est la même avant et après le choc. Ces collisions sont d'ailleurs très rares.

Lorsque la température absolue augmente, $\bar{u}$ varie proportionnellement à $\sqrt{T}$, dans la théorie cinétique (tome II, par. 12-5); $\rho = \frac{1}{\gamma}$ devrait croître comme $\sqrt{T}/l_0$. Nous avons vu (par. 19-2 et 19-4) que ρ est sensiblement fonction linéaire de T (sauf aux très basses températures), ce qui imposerait pour l_0 une variation inadmissible.

c) *Émission électronique.* — Les électrons libres existant dans un métal restent presque tous à l'intérieur de celui-ci, ce qui prouve que des forces de rappel agissent sur eux lorsqu'ils tendent à sortir : on songe immédiatement aux attractions de COULOMB résultant de l'excès d'ions positifs laissé dans le métal. En appliquant la théorie des images électriques (par. 3-8-b), on trouverait pour valeur de la force agissant sur un électron de charge e, situé à la distance x du métal (*fig. 19-9-a*) :

$$F = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{(2x)^2}.$$

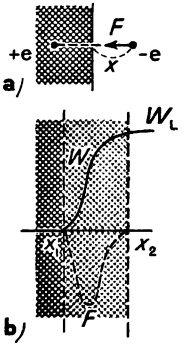


FIG. 19-9. — Travail W contre la force de rappel F, à la traversée d'une couche de passage par un électron.

Cette formule n'est évidemment pas valable quand x tend vers 0 : la force F, nulle à l'intérieur du métal, doit (en valeur absolue) passer par un maximum pour une certaine position de l'électron, puis diminuer à mesure qu'il s'écarte davantage (*fig. 19-9-b*). La région dans laquelle cette force n'est pas négligeable est dite *couche de passage* : ses limites x_1 et x_2 ne sont pas définies rigoureusement, et il n'est pas possible de situer de façon précise, à l'intérieur de cette couche, une surface géométrique limitant le métal. Mais on a pu, moyennant certaines hypothèses, attribuer à $x_2 - x_1$ une valeur de l'ordre de 0,1 μ (soit des centaines de fois la dimension des mailles du réseau cristallin).

La traversée de la couche de passage correspond à un travail

$$W = -\int_{x_1}^{x} F\,dx$$

qui atteint, quand l'électron est sorti, la valeur :

[19,6] $$W_L = -\int_{x_1}^{x_2} F\,dx = e\,V_L;$$

la grandeur V_L ainsi définie correspond à ce qu'on appelle une *barrière de potentiel.* Pour la franchir, l'électron doit posséder au minimum l'énergie W_L; nous y reviendrons au par. 19-16.

d) On peut montrer que la loi de MAXWELL-BOLTZMANN (tome II, par. 12-5) s'applique à la distribution des vitesses entre les électrons, si l'on admet le principe d'équipartition de l'énergie. On peut alors calculer l'intensité de l'émission thermoélectronique (par. 16-8). Les électrons de vitesse u qui traversent, par unité de temps l'unité d'aire prise à la surface du métal

normale à l'axe des x sont ceux dont la composante u_x est positive et est supérieure à une certaine valeur u_{x_0}, telle que l'énergie cinétique $\frac{1}{2} m u_{x_0}^2$ leur permette de s'échapper. Ils sont contenus dans un cylindre ayant pour base la surface considérée et pour hauteur u_x. Leur nombre s'obtient à partir de la formule [12,14] du tome II, mais comme nous faisons intervenir ici la direction de la vitesse, et non son module seul, il convient de prendre pour élément de volume au lieu de celui $4\pi u^2 du$ compris entre deux sphères, celui d'un cube $du_x du_y du_z$. En intégrant, on trouve :

$$n_0 = n \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \exp\left(-\frac{m u_{x_0}^2}{2kT}\right),$$

n désignant le nombre total d'électrons par unité de volume. La densité du courant thermoélectronique a donc pour expression :

$$[19,7] \qquad i = n_0 e = a\sqrt{T} \exp\left(-\frac{b}{T}\right).$$

C'est la formule primitive de RICHARDSON (par. 16-8). La mesure de i et de ses variations avec la température permet de calculer le facteur $b = \frac{W_0}{k}$, où W_0 est le travail d'extraction déjà rencontré dans l'étude de l'effet photoélectronique (par. 16-20). Le tableau suivant donne des valeurs de W_0, calculées à partir des formules [19,7] ou [16,49] :

TABLEAU 19-4.

Travail d'extraction W_0 pour divers métaux (en électrons-volts[1]).

Métal.	Cs	K	Ba	Th	Mo	W	Ni	Pt
W_0 thermoélectrique	1,8		2,1	3,35	4,20	4,52	5,0	5,32
W_0 photoélectrique.	1,9	2,2	2,5	3,4	4,2	4,5	5,0	

1. Numériquement égal au potentiel de sortie V_0, en volts.

e) La conductivité thermique λ définie au par. 4-12 du tome II par la relation :

$$\frac{1}{S}\frac{d\mathcal{Q}}{dt} = \lambda \frac{d\theta}{dl},$$

$\mathcal{Q}$ désignant la quantité de chaleur et θ la température, peut être rapprochée de la conductivité électrique γ définie par la loi d'OHM :

$$\frac{1}{S}\frac{dQ}{dt} = \gamma \frac{dV}{dl};$$

où Q désigne la quantité d'électricité.

La théorie cinétique des gaz (tome II par. 11-10) permet de calculer l'expression de λ. On a trouvé :

$$\lambda = \frac{nm\bar{u}l_0c_v}{3},$$

l_0 étant le libre parcours moyen, c_v la chaleur spécifique à volume constant. Comme $c_v = \frac{3}{2}\frac{R}{M} = \frac{3}{2}\frac{k}{m}$ (tome II, par. 10-7), on peut écrire

[19,8] $$\lambda = \frac{1}{2}n\bar{u}l_0k,$$

k étant la constante de BOLTZMANN. Admettons que la théorie cinétique soit applicable au gaz électronique, la chaleur étant transportée, dans un métal, par les électrons en mouvement : la formule [19,7] sera valable, n, u et l_0 se rapportant à l'électron.

D'autre part, comme la théorie cinétique (tome II, par. 10-4) conduit à la relation :

$$m_0u^2 = 3\,k\,T,$$

la formule [19,5] devient :

$$\gamma = \frac{ne^2l_0u}{6\,kT}.$$

Formons le rapport :

[19,9] $$\frac{\lambda}{\gamma} = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2 T.$$

Les hypothèses faites ci-dessus conduisent ainsi à admettre la constance de $\frac{\lambda}{\gamma\,T}$: c'est la loi de WIEDEMANN-FRANZ, qui est vérifiée approximativement pour des températures assez élevées, où λ dépend peu de T et où γ varie en raison inverse de T. La valeur numérique de cette constante est de l'ordre de grandeur qu'indique la théorie. On a, en effet, avec $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, $k = 1{,}38.10^{-23}$ J.dg^{-1}; pour $\theta = 18$ °C, on obtient $\frac{\lambda}{\gamma} = 6{,}5.10^{-10}\frac{\text{J dg}^{-1}\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}}{\Omega^{-1}\text{m}^{-1}}$.

On trouve, par exemple :

Métal	Al	Fe	Cu	Ag
$10^{10}\frac{\lambda}{\gamma}$	6,4	8,0	6,7	6,9

La vérification n'est donc pas parfaite.

f) *Chaleur spécifique.* — Cherchons à la calculer, en appliquant encore l'équipartition de l'énergie aux électrons d'un métal. Si à chaque atome correspondent en moyenne x électrons libres, la capacité calorifique Ac_p d'un atome kilogramme à volume constant, égale à 3 R kilojoules/kg lorsqu'on tient compte des vibrations des atomes (tome II, par. 13-18), devrait être accrue de la quantité $\frac{3}{2}Rx$, correspondant à l'énergie cinétique moyenne $\frac{3kTx}{2}$ des

électrons. Or à 400 °K, on trouve la même valeur $Ac_v = 3R$ pour le cuivre conducteur et le soufre isolant.

Les divers résultats que l'on vient d'indiquer montrent que, si la théorie du gaz électronique fournit une image simple et qualitativement suggestive, elle ne s'accorde pas dans le détail avec les faits expérimentaux. Nous verrons au par. 19-15 qu'une théorie plus satisfaisante la remplace aujourd'hui.

B. *CRISTAUX IONIQUES ET COVALENTS*

19-9. — Conduction intrinsèque des cristaux ioniques.

a) Nous avons vu (par. 18-1) que les sels fondus sont des conducteurs électrolytiques. La solidification diminue la conductivité (*fig. 19-10*) en restreignant la mobilité des ions. Cette diminution est considérable lorsque le réseau cristallin est rigide et le cristal dur : c'est le cas des halogénures alcalins. Elle est moins importante pour les cristaux qui demeurent plastiques : halogénures d'argent, de thallium et de plomb, par exemple. Les seconds gardent à l'état solide une conductivité beaucoup plus importante que les premiers, qui sont des isolants à la température ordinaire.

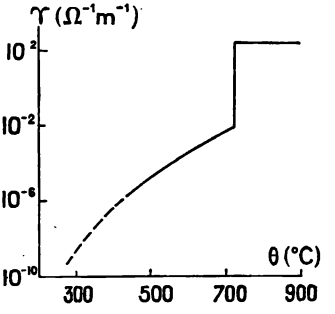


FIG. 19-10. — Conductivité ionique de KBr solide et fondu en fonction de la température (ordonnées logarithmiques).

b) La conductivité intrinsèque est purement ionique; les lois de FARADAY s'appliquent. On le vérifie par un procédé analogue à celui de la *figure 18-1*. Le cristal, serré entre deux électrodes métalliques E (*fig. 19-11*), est traversé par le courant, puis coupé en trois tronçons A, B et C qu'on analyse.

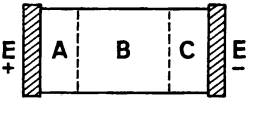


FIG. 19-11. — Étude de la mobilité des ions dans un cristal ionique.

Dans les halogénures d'argent et de cuivre monovalent, entre 20 °C et 400 °C, l'expérience indique que seuls les cations Ag^+ et Cu^+ conduisent le courant : leurs nombres de transport sont égaux à l'unité. C'est l'inverse dans les halogénures de plomb et de baryum, où l'ion d'halogène se déplace seul. Dans NaF, NaCl, KCl, entre 400° et 600 °C, les deux ions transportent le courant.

19-10. — Semi-conduction accidentelle des cristaux ioniques.

La partie de la courbe de la *figure 19-10* correspondant aux basses températures est moins bien définie que pour les températures plus élevées : elle dépend de l'échantillon. On admet que les variations sont dues à des irrégularités de la structure cristalline et à des impuretés.

On constate, en effet, que l'introduction, dans un cristal de KCl pur, d'un ion de calcium pour 5 000 de potassium suffit à altérer complètement la courbe de conductivité ionique (*fig. 19-12*).

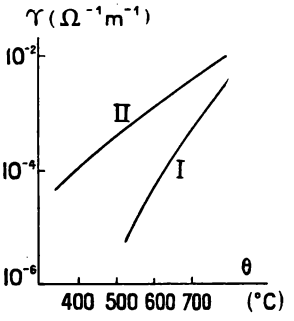


FIG. 19-12. — Conductivité ionique en fonction de la température (ordonnées logarithmiques) : I, KCl pur; II, KCl + traces de $CaCl_2$.

Si l'on chauffe un cristal d'iodure de potassium KI dans une atmosphère de vapeur d'iode, l'iode pénètre dans le cristal et le colore en brun; la conductivité à 500 °C est accrue. Dans un champ électrique (*fig. 19-13*), on voit le cristal se décolorer à partir de l'anode A. Chaque atome d'iode a un électron de moins que l'ion I^- correspondant (*fig. 19-14*). Un électron, enlevé à un ion I^- par l'agitation thermique, laisse un atome I et peut se transporter sur un atome neutre en le transformant en ion. En présence d'un champ électrique, ce transport se fait dans la direction de l'anode.

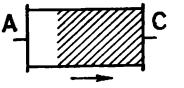


FIG. 19-13. — Conductivité électronique due à la présence d'atomes neutres d'iode dans un cristal KI. La flèche indique la disparition progressive de la coloration, lorsque le courant passe de A vers C.

Si on la compare à la structure normale du réseau cristallin, celle du cristal contenant des atomes I présente des *défauts* d'électrons (appelés encore *lacunes* ou *trous*), et l'on peut considérer que l'action du champ électrique est de déplacer ces lacunes vers la cathode, comme si elles étaient des charges $+ e$. Il apparaît ici un type particulier de conductivité, la *conductivité lacunaire*, que nous allons retrouver chez les semi-conducteurs.

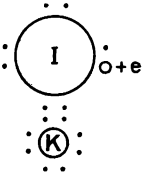


FIG. 19-14. — Défaut d'électron, dans le cas de la *figure 19-13*.

19-11. — Semi-conduction intrinsèque des cristaux covalents.

Dans les cristaux de ce type, les atomes sont liés suivant des directions déterminées, le long desquelles la densité électronique demeure importante (tome II, par. 13-10). De façon schématique, on peut représenter par la *figure* plane *19-15* la structure du cristal parfait d'un élément tel que le carbone (diamant), le silicium ou le germanium, dont la liaison des atomes *dans l'espace* est représentée par la *figure 13-35* du tome II : les deux électrons situés entre chaque paire d'atomes proviennent chacun de l'un de ces atomes; leur mise en commun est une propriété fondamentale de la covalence (voir tome VIII).

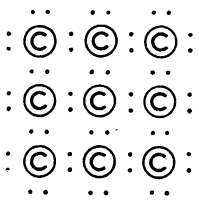


FIG. 19-15. Structure (schématique) d'un cristal covalent parfait.

Dans un cristal parfait, au zéro absolu, aucun électron ne serait libre, et le cristal aurait une conductivité nulle. L'expérience

montre que celle-ci a une valeur extrêmement faible au voisinage de 0°K pour les cristaux très purs, puis croît rapidement lorsque la température s'élève. On trouve fréquemment une loi de la forme :

$$[19,10] \qquad \gamma = C \exp\left(-\frac{E}{T}\right),$$

d'où l'on tire :

$$[19,11] \qquad \log\rho = D + \frac{E}{T},$$

C, D, E étant des constantes. La *figure 19-16* représente le résultat des mesures pour divers cristaux.

Pour interpréter la loi précédente, on peut penser que la conduction, assurée par des électrons devenus libres tout en demeurant dans le cristal, se produit lorsque leur énergie W a dépassé, du fait de l'agitation thermique, une valeur minimum W_m. Le nombre n de ces électrons libres à une température déterminée, toujours très petit devant le nombre N d'électrons liés, serait alors donné par la loi de BOLTZMANN (tome II, par. 12-5) :

$$[19,12] \qquad n = N \exp\left(-\frac{W - W_m}{kT}\right).$$

La libération d'un électron forme une lacune. Dans un champ électrique, électrons et lacunes, en nombres égaux, participent au passage du courant, mais avec des mobilités qui ne sont pas nécessairement identiques, de sorte que la formule donnant la conductivité s'écrit

$$[19,13] \qquad \gamma = ne\,(k_- + k_+).$$

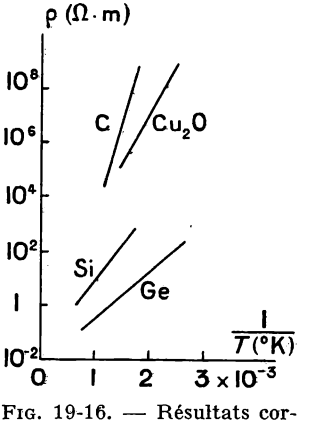


FIG. 19-16. — Résultats correspondant à la formule [19,11] (ordonnées logarithmiques).

Si l'on admet que les variations des mobilités avec la température ne jouent qu'un rôle accessoire, on retrouve bien pour γ, qui est proportionnel au nombre n donné par [19,12], la formule [19,10].

19-12. — Semi-conduction accidentelle des cristaux covalents.

L'introduction de traces d'éléments étrangers dans un cristal covalent pur a une influence considérable sur la conductivité. L'étude systématique de cette influence exige d'abord la préparation de cristaux extrêmement purs; on sait obtenir le germanium avec moins de 10^{-12} d'impuretés. On fond ensuite le produit, en lui ajoutant l'impureté désirée, et l'on fait cristalliser.

On distingue deux types de conductivité, dénommés ***n*** (négatif) et ***p*** (positif), dont l'interprétation est la suivante; elle se rattache à ce qu'on a vu dans le cas des cristaux ioniques.

a) *Semi-conducteurs de type n.* — Dans le réseau de silicium ou de germanium, représenté schématiquement par la *figure 19-15*, introduisons quelques atomes d'un élément comme le phosphore ou l'arsenic, qui possèdent un électron de valence de plus que le silicium et le germanium respectivement (*fig. 19-17*). Un électron pour chaque atome introduit se trouve donc en excès par rapport au nombre qui assure les liaisons dans le réseau; il devient aisément libre et participe à la conduction dès la température ordinaire. L'atome étranger fonctionne comme *donneur* d'électron; privé de cet électron, il porte une charge $+e$ qui est, comme lui, liée au réseau, et la conductivité est assurée essentiellement par les électrons négatifs, ainsi que le montre la mesure de l'effet HALL (voir par. 19-13).

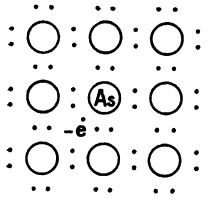


FIG. 19-17. — Structure (schématique) d'un semi-conducteur type *n*.

Une conductivité de même origine peut s'obtenir dans les cristaux de corps composés, par addition de l'un des composants; c'est ainsi que par réduction ménagée de l'oxyde de zinc ZnO, on peut créer un excès d'atomes Zn, qui fonctionnent comme donneurs : la conductivité peut passer de 10^{-16} à 10^{-2} $\Omega^{-1}m^{-1}$.

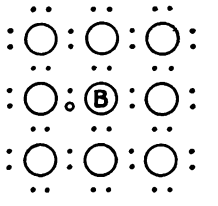


FIG. 19-18. — Structure (schématique) d'un semi-conducteur type *p*.

b) *Semi-conducteurs de type p.* — Au lieu d'un élément possédant un électron de plus que le silicium, introduisons dans le réseau de ce cristal un atome d'aluminium, qui possède un électron de valence de moins (ou un atome de bore, qui a des propriétés analogues). Il manque cette fois un électron de liaison (*fig. 19-18*), ce qui forme une lacune, que peut combler un électron venant d'une autre liaison Si-Si. L'atome étranger fonctionne comme *accepteur* d'électron, et la lacune, en se déplaçant, conduit le courant comme le ferait une charge positive.

Une conduction de type *p* peut se produire également dans les cristaux composés : dans l'oxyde cuivreux Cu_2O, par exemple, des atomes O en excès jouent le rôle d'accepteurs.

19-13. — Action d'un champ magnétique sur les semi-conducteurs. Effet HALL.

a) L'accroissement de résistivité sous l'influence d'un champ magnétique existe pour les semi-conducteurs comme pour les métaux (par. 19-5).

—o— Une plaque d'antimoniure d'indium InSb forme un circuit avec un accumulateur de 4V et une lampe de poche. Lorsqu'on la place dans l'entrefer d'un électro-aimant ($B \simeq 0{,}5$ à 1 Wb/m^2), la lampe cesse de briller.

b) Les semi-conducteurs *n* et *p* présentent des effets HALL (par. 19-7). Pour les uns et les autres, le courant électrique correspond à un transport d'électrons; mais, pour un semi-conducteur *n*, les déplacements partent nécessairement d'une région où existe un électron en excès, le point d'arrivée étant quelconque; alors que pour un semi-conducteur *p*, les déplacements

aboutissent nécessairement à une lacune, le point de départ de l'électron, qui laisse place à une nouvelle lacune, étant quelconque. L'action d'un champ d'induction normal au courant modifie dans le premier cas la répartition des électrons, l'effet HALL étant alors de même sens que pour un métal; dans le second cas, elle modifie la répartition des lacunes, qui équivalent à des charges positives, d'où un effet de sens inverse.

Dans un semi-conducteur intrinsèque, la formule [19,11], associée à l'expression [19,4] de la constante de HALL, montre que si les mobilités des électrons et des lacunes étaient les mêmes, la tension de HALL serait nulle. En pratique, la mobilité électronique l'emporte sur celle des trous, de sorte que le signe de l'effet HALL indique que les semi-conducteurs intrinsèques sont au total du type ***n***.

Dans un semi-conducteur par impuretés, le nombre de trous n'est généralement pas égal à celui des électrons et l'on trouve des constantes de HALL dont le signe prouve l'existence de semi-conducteurs du type ***p***.

19-14. — Applications des semi-conducteurs.

a) La diminution rapide de résistance, lorsque la température augmente, trouve des applications à la construction de thermomètres à résistance ou de bolomètres et au réglage de thermostats. Les *thermistances*, résistances dont le coefficient de température négatif peut atteindre en valeur absolue 10 fois celui des métaux, sont formées de mélanges d'oxydes de Mn, Ni, Fe, Ti... agglomérés au four en baguettes ou en disques. Il y a des difficultés à obtenir des produits à propriétés reproductibles.

—o— Une thermistance étant montée en série avec un générateur et un milliampèremètre, on obtient une augmentation notable du courant, en la chauffant par le contact de la main.

b) Des mélanges d'oxydes de thorium, de cérium, etc... agglomérés en bâtonnets, deviennent vers 600 °C assez conducteurs pour que la chaleur de JOULE les porte à l'incandescence. Leur caractéristique négative les rendant instables (cf. par. 6-17), on les met en série avec une résistance fer-hydrogène (par. 19-2). La *lampe* NERNST ainsi constituée a été quelque peu utilisée pour l'éclairage et sert encore comme source de radiations infrarouges dans les laboratoires.

c) Le filament de carbone des lampes à incandescence a une résistance à coefficient de température négatif (2 fois plus faible environ à la température d'utilisation qu'à froid). Les lampes ne sont pas autorégulatrices comme les lampes à filament métallique (par. 19-2).

d) La grande valeur de la constante C de HALL (par. 19-7) pour le germanium pur permet la mesure des champs magnétiques. La f. é. m. développée dans un échantillon de 1 mm d'épaisseur est de l'ordre de 10^{-6} V pour un courant $I = 10^{-3}$ A et dans une induction B de l'ordre de 10^{-4} Wb/m^2.

e) Les importantes applications des semi-conducteurs comme redresseurs seront examinées au par. 20-4 et au tome VII.

C. *INTERPRÉTATIONS THÉORIQUES MODERNES*

19-15. — Énergie des électrons dans les cristaux. Théorie des bandes.

Nous indiquerons dans ce paragraphe comment les idées actuelles interprètent la différence entre conducteurs, semi-conducteurs et isolants.

a) La mesure des potentiels de radiations (par. 17-11) a montré que l'énergie des électrons d'un atome isolé ne peut prendre que des valeurs discontinues (quantifiées). Ces expériences, et bien d'autres, ont permis, comme on le verra au tome VIII, de déterminer les *niveaux d'énergie* des électrons. On les représente par des traits horizontaux, la distance de deux d'entre eux mesurant avec une unité arbitraire la différence d'énergie des niveaux correspondants.

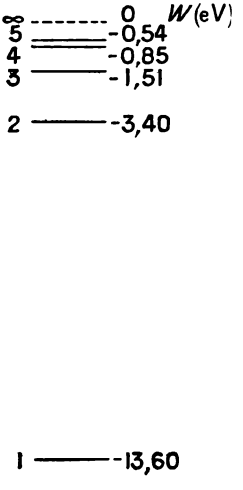


FIG. 19-19. — Niveaux d'énergie électronique de l'hydrogène.

L'atome d'hydrogène, dont les niveaux sont représentés sur le schéma de la *figure 19-19*, ne contient qu'un seul électron. Dans l'état normal de l'atome, cet électron est le plus près possible du noyau et a une énergie minimum : il est dans le *niveau fondamental*, représenté par le trait le plus bas, numéroté 1. (On prend en général comme potentiel zéro celui du niveau limite le plus élevé.)

Les atomes des éléments chimiques de masse atomique croissante comprennent des nombres d'électrons croissants et, dans les atomes normaux, les électrons sont dans les niveaux d'énergie les plus bas. Cependant, ils ne peuvent pas être tous dans le niveau fondamental, car un principe essentiel de structure qui sera exposé au tome VIII, oblige à admettre que le nombre maximum des électrons qui peuvent exister dans un état déterminé est strictement limité. Les niveaux « se remplissent » donc — suivant une image consacrée — à partir du niveau fondamental.

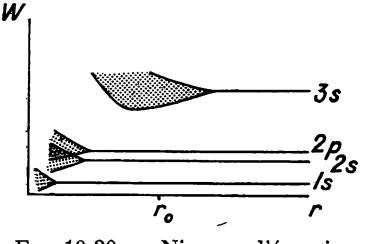


FIG. 19-20. — Niveaux d'énergie électronique du sodium.

b) Considérons un atome de métal, de sodium pour fixer les idées. Il possède 11 électrons, qui se répartissent comme suit : deux dans le niveau fondamental (désigné conventionnellement par 1*s* sur la partie droite de la *figure 19-20*), deux dans le niveau immédiatement supérieur 2*s*, six dans le niveau 2*p*, enfin un dans le niveau 3*s*. Mais ce dernier serait capable, comme les niveaux 1*s* et 2*s*, de contenir deux électrons.

Supposons maintenant que nous approchions les uns des autres N atomes métalliques, de façon à former un fragment du métal. On peut montrer que les actions mutuelles des atomes modifient l'énergie des divers niveaux : chacun d'eux est remplacé dans le solide par un ensemble de N niveaux, d'énergie assez peu différente pour que, N étant toujours très grand, on puisse admettre qu'ils forment une suite continue. Ces niveaux constituent une *bande d'énergie* du solide (appelée également *zone de* BRILLOUIN) d'autant plus large que les atomes sont plus rapprochés. Ces bandes sont représentées de façon schématique sur la *figure 19-20.* On peut suivre sur cette figure leur variation en fonction des distances mutuelles r des atomes; r_0 est leur distance dans le sodium métallique.

La bande $1s$ du sodium contient N niveaux et $2N$ électrons : elle est donc complète. Il en est de même des bandes $2s$ et $2p$. Mais la bande $3s$, d'énergie la plus élevée, ou *bande de valence,* ne renferme que N électrons, alors qu'elle peut en contenir $2N$; elle est donc à demi occupée seulement (*fig. 19-21-a*).

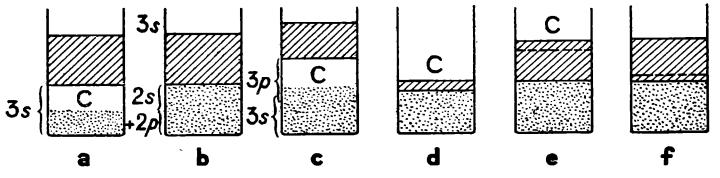


FIG. 19-21. — Zones de BRILLOUIN d'énergies les plus élevées : *a*) Na; *b*) C (diamant); *c*) Mg; *d*) semi-conducteur intrinsèque; *e*) semi-conducteur, type ***n***; *f*) semi-conducteur type ***p***. Les points représentent schématiquement des électrons; les zones hachurées sont interdites; C : conduction possible.

Les électrons qu'elle contient peuvent prendre, en acquérant une vitesse d'entraînement sous l'influence d'un champ électrique, des énergies un peu différentes de celles qu'ils possèdent, et le corps est conducteur.

c) Considérons maintenant la structure d'un *isolant* comme le diamant. L'atome de carbone possède 6 électrons. Deux emplissent le niveau $1s$, les quatre autres l'ensemble des niveaux $2s$ et $2p$, très voisins dans ce cas, et qui peuvent contenir $2 + 6 = 8$ électrons. Mais dans le diamant, chaque atome de carbone est relié à quatre autres (tome II, fig. 13-35), et chacune de ces liaisons implique la mise en commun de deux électrons appartenant chacun à l'un des atomes unis. Il y a donc bien $8N$ électrons pour l'ensemble des N niveaux $2s$ et $2p$ formant une bande de valence, ce qui l'emplit. Le niveau suivant ($3s$) de l'atome de carbone donne une bande entièrement vide, qui pourrait être une *bande de conduction*; mais elle est séparée de la précédente par une énergie trop grande pour que l'agitation thermique puisse y porter les électrons. Il existe donc une *bande interdite* entre les niveaux $2p$ et $3s$ (*fig. 19-21-b*).

d) Dans un métal comme le magnésium, qui contient un électron de plus que le sodium, il y a $2N$ électrons dans la bande $3s$, et on pourrait penser que l'on a affaire à un isolant, comme dans le cas du diamant. Mais la bande vide $3p$, d'énergie voisine de $3s$, empiète dans ce cas sur la bande $3s$ (*fig. 19-21-c*) et permet le déplacement des électrons.

e) Dans un semi-conducteur covalent intrinsèque, l'énergie nécessaire pour faire passer un électron dans la bande de conduction est relativement faible (de l'ordre de l'électron-volt, *fig. 19-21-d*) : l'agitation thermique suffit à produire ce passage pour un nombre d'électrons croissant avec T.

Le rôle des impuretés sur la conduction des semi-conducteurs s'explique parce que les atomes étrangers au réseau introduisent dans leur voisinage des niveaux d'énergie intermédiaires entre ceux des bandes pleines et des bandes vides du cristal pur.

Dans les semi-conducteurs du type ***n*** (par. 19-12-a), les électrons en excès sont faiblement liés : leurs niveaux d'énergie, représentés en traits interrompus sur la *figure 19-21-e*, sont peu inférieurs au niveau le plus bas de la bande de conduction, dans laquelle ils peuvent passer sous l'action d'une élévation de température modérée.

Dans les semi-conducteurs du type ***p*** (par. 19-12-b), les atomes accepteurs peuvent capter un électron pris à une convalence voisine, moyennant un faible apport d'énergie. Les niveaux d'énergie des lacunes, représentés sur la *figure 19-21-f*, sont donc peu supérieurs au niveau le plus élevé de la bande de valence : ils sont vite saturés, lorsque la température s'élève, par des électrons venus des niveaux supérieurs de la bande de valence. C'est celle-ci qui devient conductrice par des lacunes positives qui s'y forment.

19-16. — Énergie de Fermi. Travail d'extraction.

a) La *figure 19-22* représente schématiquement l'occupation des niveaux d'un solide par les électrons, au zéro absolu et à une tempéature élevée. La *figure 19-23* représente la même répartition par un graphique construit en portant en abscisses l'énergie W et en ordonnées le nombre $\frac{dN}{dW}$, dN étant le nombre d'électrons dont l'énergie est comprise entre W et $W + dW$. Au zéro absolu, ce nombre croît régulièrement avec W, à mesure que les niveaux d'énergie croissante s'emplissent sans lacune (*fig. 19-22-a*); puis il tombe brusquement à zéro pour une valeur W_F, ainsi que le montre la courbe en traits pleins de la *figure 19-23*. Le calcul indique que cette courbe est une parabole entre O et W_F. L'énergie maximum W_F que peuvent posséder les électrons au zéro absolu est appelée *énergie de* Fermi.

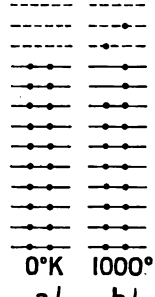


Fig. 19-22. Représentation (très schématique) de l'occupation des niveaux d'énergie des électrons : *a*) au zéro absolu; *b*) à $T°$.

Une élévation de température agit, comme le fait un champ électrique (par. 19-15), en accroissant l'énergie d'une petite fraction seulement des électrons, ceux qui se trouvent aux niveaux les plus élevés et peuvent seuls être portés à un niveau supérieur encore inoccupé (*fig. 19-22-b*). La courbe de la *figure 19-23* subit la déformation indiquée en trait discontinu : quelques électrons acquièrent une énergie un peu supérieure à W_F, aux dépens d'un même nombre ayant une énergie immédiatement inférieure. La répartition des

énergies électroniques à chaque température est, par suite, très différente de la répartition de BOLTZMANN que supposent les raisonnements du par. 19-8-c[1]. Ainsi disparaît la difficulté relative aux chaleurs spécifiques que rencontrait la théorie du gaz électronique. Ce point a déjà été examiné au par. 13-18-c du tome II.

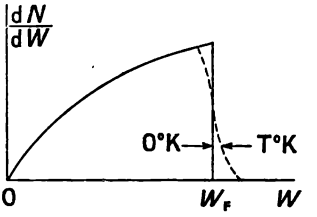


FIG. 19-23. — Répartition des énergies électroniques, à 0 et T°K.

Indiquons que la théorie actuelle retrouve la loi de WIEDEMANN-FRANZ (par. 19-8-e); la formule [19,9] est toutefois affectée d'un facteur numérique différent $\left(\frac{\pi^2}{3} \text{ au lieu de } 3\right)$.

Le *tableau 19-5* indique des valeurs trouvées, en partant d'hypothèses plausibles, pour l'énergie de FERMI de quelques métaux.

TABLEAU 19-5.

Énergies de FERMI W_F (eV)[1].

Métal	Cs	K	Na	W	Zn	Cu
W_F	1,5	2,1	3,1	5,8	5,9	7,0

1. Numériquement égale au potentiel de FERMI V_F (V).

b) Nous avons vu (par. 19-8-c) que pour sortir du métal, un électron doit posséder au minimum une certaine énergie W_L. Au zéro absolu, l'énergie maximum des électrons est $W_F < W_L$: l'émission électronique n'est possible que grâce à un apport :

[19,14] $$W_L - W_F = W_0,$$

qui est le travail d'extraction envisagé, en particulier, au par. 16-20. Rappelons que cet apport peut être dû à l'agitation thermique, à l'absorption d'un rayonnement, ou à l'action d'un champ électrique.

En divisant par la charge e de l'électron les divers termes de l'équation [19,14], on obtient, entre le potentiel de barrière V_L, le potentiel de FERMI V_F et le potentiel de sortie V_0 la relation :

[19,15] $$V_L = V_F + V_0.$$

En toute rigueur, les relations précédentes ne sont valables qu'au zéro absolu; en pratique, l'énergie maximum des niveaux électroniques n'augmente que lentement (à partir de W_F) avec T, et le travail de sortie W_0 reste voisin de $W_L - W_F$. Des mesures précises ont montré, toutefois, que la longueur d'onde λ_0 du seuil photo-électrique (par. 16-20) augmente avec la température d'une façon qui s'accorde avec la diminution de W_0 prévue par la théorie.

1. L'allure de la courbe de la *figure 19-23* est très différente de celle de la courbe $dN = f(W)$ qui représente l'énergie des molécules dans la théorie cinétique, et qui ressemble à la *fig. 12-7* du tome II.

19-17. — Photoconduction.

On désigne ainsi en effet photoélectrique consistant en une augmentation de la conductivité d'un solide lorsqu'il est éclairé.

a) L'énergie nécessaire pour amener dans la bande de conduction un nombre accru d'électrons peut s'obtenir en fournissant à certains cristaux de l'énergie lumineuse de longueur d'onde convenable. On peut considérer le phénomène comme une sorte d'effet photoélectrique interne.

—o— Entre l'armature et la cage d'un électromètre E (*fig. 19-24*), on forme un circuit constitué par un conducteur métallique et un cristal C de blende ZnS. L'électroscope conserve sa charge dans l'obscurité; il la perd rapidement si l'on éclaire le cristal par la lumière d'une lampe à arc.

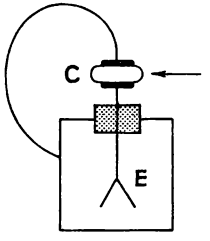


FIG. 19-24. Photoconduction.

b) *Cellules photoconductrices.* — Le sélénium, élément de la famille du soufre, présente plusieurs variétés allotropiques, dont une seule, le sélénium gris, qu'on appelle aussi sélénium métallique, est sensible à l'action de la lumière; on l'obtient par fusion et cristallisation du sélénium amorphe. C'est un semi-conducteur.

Une cellule de sélénium (*fig. 19-25*) est formée de deux fils de cuivre, bobinés l'un à côté de l'autre sans se toucher : entre les fils, on dispose une couche de sélénium amorphe qu'on transforme sur place en sélénium gris.

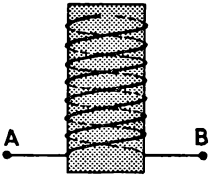


FIG. 19-25. — Cellule photoconductrice au sélénium.

—o— La cellule étant dans l'obscurité, on mesure sa résistance qui, pour un choix convenable des dimensions, est de l'ordre de 100 000 ohms et ne dépasse jamais le mégohm. Quand on l'éclaire, la résistance tombe à 1 000 ohms, par exemple.

L'appareil peut présenter une légère inertie, la conductivité suivant les variations de l'éclairement avec un retard de quelques centièmes de seconde.

On fabrique des cellules photoconductrices avec d'autres semi-conducteurs : sulfures de thallium et de cadmium, sensibles aux radiations visibles; sulfure, séléniure et tellurure de plomb, sensibles aux radiations infrarouges de faible longueur d'onde. Dans tous les cas, les impuretés exercent une action considérable sur les propriétés photoconductrices.

Des cellules au sélénium ont été utilisées lors des premiers essais de cinéma sonore, application pour laquelle servent actuellement des cellules photoémissives (voir tome II, par. 10-11). L'emploi croissant des radiations infrarouges en Spectroscopie et en Optique a donné aux cellules photoconductrices un nouvel intérêt.

CHAPITRE 20

FORCES ÉLECTROMOTRICES DE CONTACT

L'existence d'une barrière de potentiel à la sortie d'un métal (par. 19-8-c), celle d'une force contre-électromotrice au contact électrodes-électrolytes (par. 18-4), celle de générateurs tels que les piles hydroélectriques (par. 21-5) indiquent que les surfaces de contact entre conducteurs différents sont le siège de phénomènes électriques particuliers. Nous allons en étudier certains aspects importants.

A. *MÉTAUX ET SEMI-CONDUCTEURS*

20-1. — Métaux au contact : effet PELTIER.

a) —o— *La figure 20-1* représente un ensemble, supposé parfaitement symétrique, de tiges conductrices cuivre, bismuth et cuivre en série; deux petits ballons identiques B_1 et B_2, remplis d'air à la même pression, entourent respectivement chacune des deux soudures Cu-Bi; ils sont reliés par un tube fin comportant, dans sa partie médiane horizontale, un index liquide I formant cloison mobile.

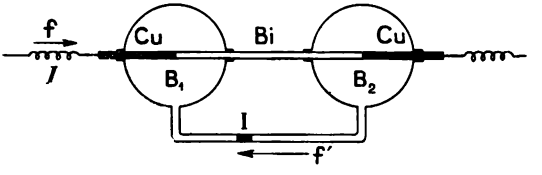


FIG. 20-1. — Mise en évidence de l'effet PELTIER.

Si l'on fait passer un courant dans le sens de la flèche f, l'index I se déplace dans le sens de f', ce qui indique que le gaz de B_2 s'échauffe plus que celui de B_1. En inversant le sens du courant, on inverse celui du déplacement de I. On est ainsi conduit à admettre qu'au dégagement de chaleur par effet JOULE, le même dans les deux ballons (qui contiennent des conducteurs de résistances égales), s'ajoute un dégagement supplémentaire ou bien une absorption, suivant que le courant passe du bismuth au cuivre, ou inversement. Cet effet est en général très petit, mais on a pu le déterminer par des mesures calorimétriques précises; on l'appelle *effet* PELTIER. Une autre expérience facile à réaliser, mettant cet effet en évidence, sera décrite au par. 21-17.

b) On trouve, d'une façon générale, que si R est la résistance totale des conducteurs entre deux points M et N situés respectivement dans deux métaux différents A et B, en contact en P (*fig. 20-2*), la puissance dégagée lors du passage d'un courant I est de la forme :

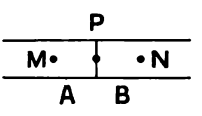


FIG. 20-2. — Différence de potentiel de contact entre métaux A et B.

$$[20,1] \qquad \mathcal{P} = R.I^2 - \varpi_{A/B}\, I.$$

On a, par suite,

$$[20,1\ bis] \qquad V_M - V_N = RI - \varpi_{A/B},$$

et, pour $I = 0$,

$$[20,2] \qquad V_B - V_A = V_N - V_M = \varpi_{A/B}.$$

$\varpi_{A/B}$ est appelé *coefficient* (ou différence de potentiel) de PELTIER entre les métaux A et B; il ne dépend pas de I, ni de l'étendue de la surface de contact.

On posera souvent, pour simplifier l'écriture, $\varpi_{A/B} = A/B$. On retiendra que $\varpi_{A/B}$ est, d'après cette convention[1], positif lorsqu'il correspond à une augmentation de potentiel quand on va de A vers B, c'est-à-dire à une *absorption* de chaleur quand le courant va de A vers B. On a évidemment :

$$[20,3] \qquad \varpi_{B/A} = -\varpi_{A/B};$$

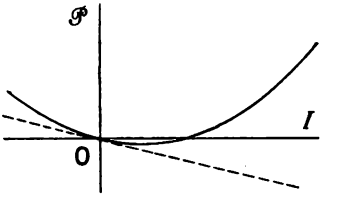


FIG. 20-3. — Variations de $\mathcal{P} = RI^2 - \varpi I$ en fonction de I (cas où ϖ est positif).

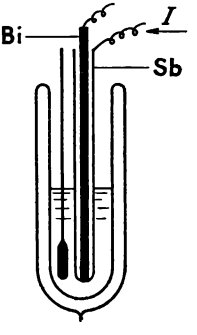


FIG. 20-4. — Effet PELTIER entre bismuth et antimoine.

ϖ varie avec la température et est de l'ordre des millivolts (3 m V, par exemple, entre Fe et Cu, 21 entre Cu et Bi); les résultats expérimentaux peuvent varier notablement selon les échantillons.

L'effet JOULE, habituellement bien plus important que l'effet PELTIER, si I n'est pas très petit (cf. *fig. 20-3*) masque l'existence de celui-ci; l'expérience suivante, où l'effet PELTIER est très marqué, correspond à un cas où ϖ est exceptionnellement grand.

—o— Un tube d'antimoine Sb et une tige de bismuth Bi placée à l'intérieur du tube (*fig. 20-4*), de sections assez grandes pour que leurs résistances soient faibles, sont soudés à l'une de leurs extrémités, et plongés dans un peu d'eau (100 cm^3) contenue dans un petit vase de DEWAR. Le passage d'un courant assez intense (10 A) dans le sens antimoine-bismuth produit un *refroidissement* de l'eau, de l'ordre de quelques degrés par heure.

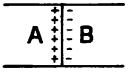


FIG. 20-5. — Couche double entre conducteurs au contact.

c) Pour interpréter l'effet PELTIER, on peut imaginer (HELMHOLTZ) qu'à la surface de séparation de deux métaux en contact existe une *couche double* (par. 2-18) formée par des densités électriques superficielles $\pm\ \sigma$ (*fig. 20-5*) maintenues en regard par

1. Certains auteurs utilisent la convention de signes opposée.

leurs attractions mutuelles, comme si elles couvraient les armatures d'un condensateur séparées par une distance très petite e dans le vide. La discontinuité de potentiel entre les deux corps serait alors donnée par la formule :

$$V_A - V_B = \frac{\sigma e}{\varepsilon_0},$$

déduite de [2,66]. Ni σ, ni e n'ont d'ailleurs de signification physique précise, les charges n'étant pas réparties sur des plans parallèles.

La séparation des charges des couches doubles intervient dans les phénomènes d'électrisation par frottement (chapitre I) qui peuvent se produire même entre deux métaux.

—o— Un entonnoir de zinc porté par un support isolant contient de la limaille de cuivre. Lorsque celle-ci s'écoule dans un vase isolé V, on peut constater (à l'aide d'un électroscope) que V se charge négativement, tandis que l'entonnoir se charge positivement.

20-2. — Chaîne métallique isotherme : loi de VOLTA.

a) Si l'on dispose en série divers métaux A, B, C... X (*fig. 20-6-a*) tous à même température, la chaîne fermée ainsi constituée n'est le siège d'aucun courant, comme l'a établi VOLTA. La somme des d.d.p. de PELTIER d'une telle chaîne est donc nulle :

[20,4] $\quad A/B + B/C + ... + X/A = 0$

Ce résultat cesse d'être vrai si la chaîne n'est pas isotherme (voir par 21-15), ou si elle contient des électrolytes (par. 20-6).

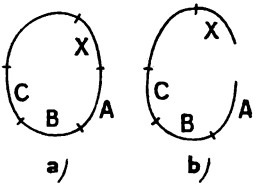


FIG. 20-6. — Loi de VOLTA (chaîne conductrice isotherme).

b) On déduit de la loi de VOLTA plusieurs conséquences immédiates intéressantes :

1° De $A/B + C/A = 0$, on tire : $A/B = A/C - B/C$: on peut ainsi évaluer le coefficient de PELTIER entre deux métaux quelconques, si l'on connaît sa valeur, à la même température, entre chacun de ces métaux et un même métal de référence.

2° Ouvrons le circuit entre A et X (*fig. 20-6-b*) : la répartition des potentiels n'est pas modifiée, puisque le circuit était en équilibre électrique. Or la formule [20,4] peut s'écrire :

$$B/A + C/B + \ldots = X/A.$$

Donc, si un circuit purement métallique, à température uniforme, est formé par une chaîne ouverte terminée par deux métaux différents, la différence de potentiel entre les métaux extrêmes est la même que s'ils étaient directement en contact.

Si les métaux extrêmes sont identiques, ils sont au même potentiel.

3° Si, dans un circuit à température uniforme, on considère deux points M et N appartenant à deux métaux de même nature, entre lesquels se trouvent

en série d'autres métaux en nombre quelconque, on peut écrire la loi d'OHM entre les deux points considérés :

$$[7,16] \qquad V_M - V_N = I\Sigma R - \Sigma U$$

sans s'inquiéter des f.é.m. de PELTIER, dont la somme est nulle entre M et N; il y a lieu, au contraire, d'introduire ces f.é.m. (si elles ne sont pas négligeables) dans le terme ΣU, lorsque M et N appartiennent à deux métaux différents.

4° Dans un circuit contenant des générateurs, on peut faire les connexions entre les pôles de ces générateurs, supposés du même métal pour chacun de ceux-ci, avec des fils métalliques de nature quelconque, pourvu que la température du circuit soit uniforme : on n'introduit ainsi aucune f.é.m. nouvelle.

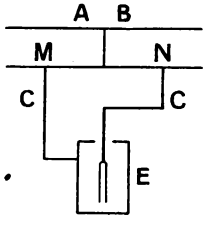


FIG. 20-7. — Impossibilité d'une mesure directe de la différence de potentiel de contact entre métaux.

Cette dernière conséquence est importante dans les mesures électriques, où le cuivre, l'argent, le laiton, les alliages résistants (par. 19-4) constituent les conducteurs des divers appareils de mesure.

c) Supposons que l'on cherche à déterminer la différence de potentiel de PELTIER entre deux métaux A et B à l'aide d'un électromètre (préférable à un voltmètre non électrostatique, à cause du courant permanent qui devrait traverser ce dernier). Pour simplifier, constituons cet instrument E, ainsi que les fils de jonction entre E et A, E et B (*fig. 20-7*) en un même métal C. En allant de E en E à travers A et B, on rencontre les différences de potentiel de contact C/A, A/B, B/C, dont la somme est nulle, d'après la loi de VOLTA: l'électromètre reste au zéro. Il est donc impossible de mesurer ainsi A/B.

20-3. — Métaux très voisins : effet VOLTA.

a) Des considérations théoriques permettent d'établir que lorsque l'état d'équilibre est établi entre deux métaux A et B au contact, les échanges d'électrons ont amené leurs niveaux de FERMI à être *sensiblement* les mêmes de part et d'autre de la surface de séparation, un très faible écart résiduel correspondant à la d.d.p. de PELTIER.

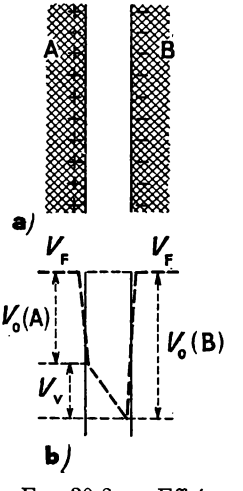


FIG. 20-8. — Effet VOLTA.

b) Considérons maintenant deux électrodes voisines, planes et parallèles, faites de deux métaux A et B, mises temporairement en contact par l'intermédiaire d'un fil F du métal A ou B, ce qui les a amenées sensiblement au même potentiel, et maintenues à la même température.

Supposons, par exemple, le potentiel d'extraction (par. 19-8) du premier métal inférieur à celui du second, soit V_0 (A) $< V_0$ (B) : les électrons sortant plus facilement de A que de B, l'équilibre statistique correspond à un excès d'électrons sur la face de

B qui se trouve en face de A et à un excès de charges positives sur la face de A qui se trouve en face de B (*fig. 20-8-a*).

Il existe, par suite, dans l'espace séparant A de B (*fig. 20-8 b*) un champ qui correspond à une différence de potentiel :

[20,5] $$V_v \simeq V_0\,(A) - V_0\,(B).$$

Ce phénomène est connu sous le nom d'effet VOLTA, et nous appellerons V_v différence de potentiel de VOLTA (on lui donne souvent le nom de *d.d.p. de contact*, qu'il semblerait préférable de réserver pour la d.d.p. de PELTIER).

Par exemple, si A est du zinc et B du cuivre, et si l'on admet $V_0\,(Zn) = 4{,}6$ V et $V_0\,(Cu) = 4{,}1$ V, on en déduit $V_v \simeq 0{,}5$ V.

Les valeurs ainsi calculées sont souvent très incertaines, car les potentiels d'extraction varient beaucoup selon les échantillons de métaux employés et leurs impuretés superficielles. On retiendra que les potentiels de VOLTA sont de l'ordre du volt; aussi a-t-on pu négliger, dans le raisonnement précédent, les d.d.p. de PELTIER (de l'ordre des millivolts).

Ainsi qu'on l'a signalé au par. 16-3, il y a lieu de tenir compte de la d.d.p. de VOLTA dans certaines expériences sur les phénomènes thermoélectroniques faites avec deux électrodes de métaux différents; il en est de même pour l'étude des phénomènes photoélectroniques (par 16-2).

c) Si, après avoir coupé la communication établie par F entre A et B, on éloigne l'un de l'autre les deux métaux, l'un d'eux au moins étant tenu par un support isolant, ils conservent leurs excès de charges, et l'on peut constater, à l'aide d'un électromètre, que A est porté, par rapport à B, à un potentiel positif croissant avec la distance. C'est ce qui se produit dans l'expérience suivante, due à VOLTA (1792).

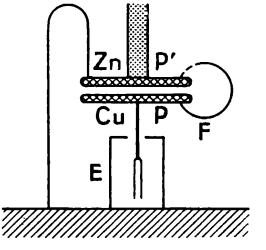


FIG. 20-9. — Expérience de VOLTA.

—o— On utilise un électroscope condensateur (par. 3-15). L'un des plateaux P du condensateur (*fig. 20-9*) est relié aux feuilles, l'autre P′ à la cage de l'électroscope E; P est (par exemple) en cuivre et P′ en zinc. P et P′ sont d'abord très voisins l'un de l'autre, sans toutefois se toucher métalliquement : on peut, à cet effet, recouvrir l'un d'eux d'une mince couche de vernis isolant. mais nous supposerons que l'espace séparant P et P′ est l'air. On les réunit un instant par un fil de cuivre F (tenu par l'intermédiaire d'un isolant) que l'on supprime ensuite. En soulevant le plateau supérieur P′, on constate que les feuilles de E divergent; leur charge, dont on sait déterminer le signe (par.1-5-c), est négative; elle serait positive si P était en zinc et P′ en cuivre.

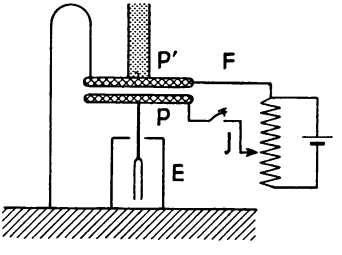


FIG. 20-10. — Mesure de $V_p - V_{p'}$ (méthode d'opposition).

Insérons, dans le pont F qui unit temporairement les deux plateaux, une tension supplémentaire connue (obtenue à l'aide d'un potentiomètre, voir *figure 20-10*) qu'on règle par tâtonnements de

façon que, lorsqu'on soulève le plateau P, après avoir ouvert l'interrupteur J, l'électroscope E ne dévie pas. Cette tension s'oppose alors exactement à V_v, dont on peut ainsi déterminer expérimentalement la valeur. Les résultats s'accordent avec le calcul par la formule [20,5], dans la limite (très large) des incertitudes expérimentales.

20-4. — Contacts à semi-conducteurs : effet redresseur.

a) Soit un contact entre deux semi-conducteurs, respectivement de types ***p*** et ***n*** : c'est ce qu'on appelle une jonction ***p*** — ***n*** (*fig. 20-11 a*). Le passage d'un courant I dans le sens ***p*** ⟶ ***n*** est facile, car le type ***n*** est capable de fournir des électrons pénétrant dans ***p***, et le type ***p*** capable de fournir des trous pénétrant dans ***n*** (*fig. 20-11 b*). Les électrons venus de ***n*** se recombinent avec les trous de ***p*** (et inversement), mais ces recombinaisons ne sont pas instantanées, et la pénétration des porteurs de charges au-delà de la surface de contact Σ, qui atteint des dixièmes de mm et parfois des mm, rend la région entourant Σ bonne conductrice.

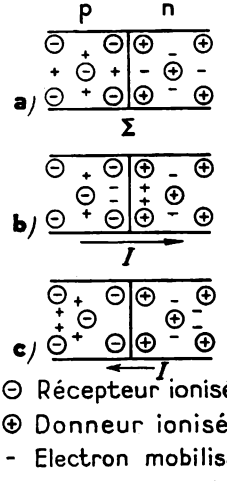


FIG. 20-11. — Contact entre semi-conducteurs ***p*** et ***n***.

Au contraire, on ne peut faire passer de ***n*** vers ***p*** qu'un courant beaucoup plus faible, en raison du très petit nombre d'électrons mobilisables dans ***p***, et de trous dans ***n***. De plus, l'application d'un champ électrique de sens ***n*** ⟶ ***p*** écarte à la fois de Σ les électrons de ***n*** et les trous de ***p***; il reste par suite au voisinage de Σ une couche double correspondant à une chute de potentiel notable (*fig. 20-11 c*) dans le sens du champ appliqué : il y a donc au voisinage de Σ une résistance élevée.

Le sens ***p*** ⟶ ***n*** est dit *direct*, et ***n*** ⟶ ***p*** est dit *inverse*. Des contacts de ce genre ont sur un courant alternatif un effet *redresseur* sur lequel nous reviendrons au tome VII.

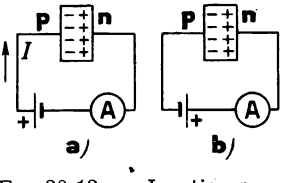


FIG. 20-12. — Jonction ***p-n*** : *a*) conductrice; *b*) bloquée.

b) Les *diodes à cristaux*, ainsi nommées par comparaison avec les diodes à vide (par. 16-2) comportent deux groupes, dits respectivement à jonction et à pointe.

On peut réaliser une *diode à jonction* en incorporant, dans un monocristal mince de germanium pur (par exemple) une impureté trivalente telle que l'indium à travers une des faces, et une impureté pentavalente telle que l'antimoine à partir de l'autre face.

—o— Si l'on relie une telle jonction ***p*** — ***n*** aux pôles d'un générateur de courant continu (*fig. 20-12*) d'une f.é.m. de quelques volts, avec interposition d'un milliampèremètre, on constate que le courant peut traverser le semi-conducteur de ***p*** vers ***n*** (sens direct) et qu'il est pratiquement nul dans le sens ***n*** — ***p*** (sens inverse).

Dans ce dernier cas, la diode est dite *bloquée*.

Les *diodes à pointes* comportent (*fig. 20-13*) à l'intérieur d'un tube scellé, une pastille semi-conductrice S entre une pointe E et un support métallique E′; le cristal est en silicium avec traces de bore par exemple (type ***p***) ou en germanium (type ***p*** ou ***n***). La pointe en tungstène ou en platine étant extrêmement fine, la surface de contact correspondante est de l'ordre de 0,01 mm². Le sens direct va de S vers E pour un semi-conducteur ***p***, de E vers S pour un semi-conducteur ***n***.

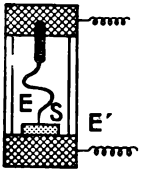


FIG. 20-13. Diode à pointe.

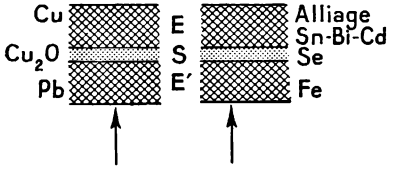


FIG. 20-14. — Redresseurs à plaques; les flèches indiquent le sens de passage du courant.

c) Signalons, d'autre part, l'existence (très antérieure à celle des diodes à cristaux) de *redresseurs à plaques*, qui comportent une couche mince semi-conductrice S, placée entre une électrode métallique E, formant avec S le contact redresseur et une contre-électrode E′ de métal différent (de façon à créer une dissymétrie). La *figure 20-14* en représente les deux types actuellement les plus répandus.

20-5. — Transistrons[1].

On appelle ainsi des dispositifs à semi-conducteurs, dont certaines propriétés sont comparables à celles des triodes (par. 16-10).

a) Un *transistron à jonction* comporte une région très mince (épaisseur de l'ordre du dixième de mm) de type ***p*** (ou ***n***) qu'on appelle la *base*, et qui est réunie au sol, entre deux régions N_1 N_2 de type ***n*** (ou ***p***). Dans le cas d'un transistron ***n-p-n***, que représente schématiquement la *figure 20-15*, l'électrode E, dite émetteur, reliée au semi-conducteur N_1, est portée par le générateur G_1 à un potentiel légèrement négatif (—1 à 2 V) de sorte qu'un courant I_E passe aisément de B à N_1 (sens direct). L'électrode C, dite collecteur, reliée au semi-conducteur N_2, est portée à un potentiel positif de plusieurs dizaines de volts au moyen de la batterie G_2. Il ne passerait de C en B (sens inverse) qu'un courant I_C négligeable, si le courant B ⟶ E n'existait pas. Mais si B a une épaisseur faible devant le trajet moyen que peuvent y effectuer les électrons venant de N_1, où ils ont été « injectés » par E, un grand nombre d'entre eux parviennent en N_2, où ils participent au passage du courant (d'où le nom de *collecteur* donné à C).

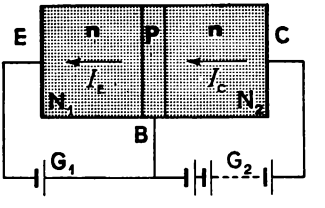


FIG. 20-15. — Transistron à jonction ***n-p-n***.

Un accroissement ΔI_E de I_E provoque donc une augmentation ΔI_C de I_C; l'« amplification » en intensité $\dfrac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$ est inférieure à l'unité, car des électrons se

1. Nom recommandé par le Comité électrotechnique français; on dit souvent *transistors*.

sont recombinés en B avec des trous. Mais comme la résistance de la portion de circuit CB est, à cause du contact N_2B, beaucoup plus grande (par. 20-5-a) que celle de BE, l'amplification en tension est importante; elle peut atteindre 100.

b) La *figure 20-16* représente un *transistron à pointes*, comportant une mince lame de germanium type ***n*** (par exemple) appliquée sur une base en laiton B, et sur laquelle s'appuient deux pointes de tungstène très voisines (distance de l'ordre du vingtième de mm). L'ensemble équivaut encore à deux diodes susceptibles de réagir l'une sur l'autre : l'une des pointes C est portée à un potentiel V_C négatif (des dizaines de volts) par rapport à la base et la diode correspondante est bloquée, sauf si l'autre pointe E est portée à un faible potentiel V_E positif. Dans ce dernier cas, l'émetteur E produit dans le semi-conducteur une « injection de trous », dont la diffusion abaisse la barrière de potentiel voisine de C, permettant ainsi le passage d'un courant I_C de B vers le collecteur C. Avec un semi-conducteur du type ***p***, on devrait inverser la polarité des sources.

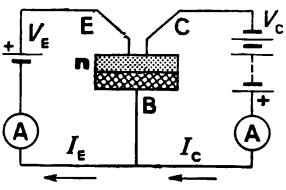


FIG. 20-16. — Transistron à pointes.

L'emploi des transistrons, qui présentent l'intérêt d'un faible encombrement (de l'ordre du cm^3) et d'une très longue durée d'utilisation (des dizaines de milliers d'heures) se répand de plus en plus (voir tome VII).

B. *ÉLECTROLYTES*

20-6. — Contacts métal-électrolyte.

a) VOLTA lui-même a montré que la loi qu'il avait découverte, relative aux chaînes métalliques isothermes, ne s'applique pas lorsque la chaîne comporte un ou plusieurs électrolytes.

La pile[1] de VOLTA (1795) comporte un bain d'acide sulfurique étendu L (*fig. 20-17*), dans lequel plongent une lame de cuivre Cu et une lame de zinc Zn. Les pôles positif P et négatif N sont respectivement reliés à Cu et Zn par deux fils d'un même métal quelconque A (cuivre, par exemple). Lorsqu'aucun courant ne traverse la pile, la d. d. p. entre ces pôles, qui peut se mesurer à l'aide d'un électromètre ou par la méthode d'opposition (par. 7-7), a pour valeur $V_P - V_N = 0{,}9$ V.

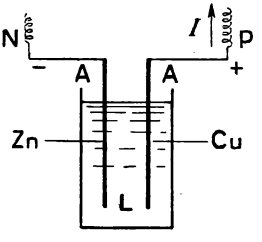


FIG. 20-17. — Pile de VOLTA.

Chacun des conducteurs A, Zn, L, Cu, A est à un potentiel uniforme; en adoptant pour les diverses différences de potentiel de contact des symboles analogues à ceux du paragraphe 20-1, on a :

$$V_P - V_N = A/Zn + Zn/L + L/Cu + Cu/A.$$

1. Les piles seront étudiées, en tant que générateurs, au chapitre 21. Au sujet du nom qui leur est donné, voir par. 21-6.

Mais, d'après [20,4], la température étant supposée uniforme,

$$Cu/A + A/Zn = Cu/Zn$$

D'où :

[20,6] $$V_P - V_N = Zn/L + L/Cu + Cu/Zn,$$

quel que soit le métal A. On notera que le dernier terme (environ 3 mV) est pratiquement négligeable par rapport à $V_P - V_N$.

Si l'on réunit P à N, à l'extérieur de la pile, par une série de conducteurs, le circuit étant traversé par un courant d'intensité I, $V_P - V_N$ varie, non seulement parce qu'il existe dans la pile une chute ohmique RI (R étant sa résistance intérieure), mais encore parce que Zn/L et L/Cu varient, du fait d'une polarisation (par. 18-4) qui modifie la nature des conducteurs en contact. Nous y reviendrons au par. 21-6.

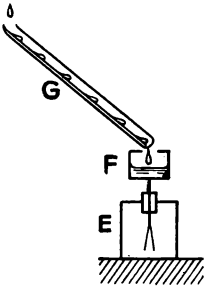


FIG. 20-18. — Gouttes d'eau chargées positivement par contact avec la paraffine.

b) Les expériences suivantes montrent que la notion de couche double peut s'étendre à l'étude des phénomènes électriques à la surface de séparation de deux milieux quelconques[1].

—o— Des acides gras, RCO_2H, fondus sur de l'eau bouillante, puis solidifiés par refroidissement, forment une plaque isolante à la surface de l'eau (tome II, par. 19-2). On peut constater, à l'aide d'un électroscope, que la face solidifiée au contact de l'eau est chargée négativement. Les groupes CO_2H orientés vers l'eau (voir tome II, fig. 19-4) s'ionisent et les ions H^+ se dissolvent, laissant les anions $R\,CO_2^-$ dans la couche solide.

—o— Une variante de l'expérience précédente consiste à faire couler de l'eau goutte à goutte le long d'un canal hémicylindrique G (*fig. 20-18*) garni de paraffine. Les gouttes reçues en F dans un cylindre de FARADAY chargent positivement l'électroscope E.

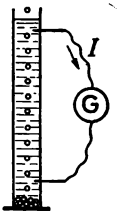


FIG. 20-19. — Billes de verre électrisées négativement au contact de l'eau.

—o— Dans une éprouvette (*fig. 20-19*) pleine d'eau distillée et dans laquelle sont fixées deux électrodes de platine E reliées à un galvanomètre très sensible G, on laisse tomber des billes de verre. Il se produit un courant dans le sens indiqué, les billes transportant des charges négatives. Le phénomène est dû à l'ionisation superficielle (négative) des silicates formant le verre (qui libère dans l'eau des cations Na^+).

c) Pour évaluer les différences de potentiel de contact telles que Zn/L, admettons[2] qu'un métal M placé dans une solution électrolytique (ou dans un solvant ionisant), s'y dissout toujours en donnant des ions M^+. Soit c_m la

1. Signalons encore qu'on peut observer des phénomènes d'électrisation lors du clivage du mica, de la rupture des cristaux de sucre (qui produit une lueur dans l'obscurité), etc...
2. Ce n'est pas là une vue de l'esprit : des moyens suffisamment sensibles permettent de trouver des traces de métal dissous.

concentration des ions dans le métal, c'est-à-dire leur nombre par unité de volume; soit c_+ leur concentration en solution. Raisonnant comme au par. 19-8, on a d'après le principe de BOLTZMANN :

$$c_+ = c_m \exp\left(-\frac{W}{RT}\right).$$

W représente la diminution d'énergie potentielle d'un ion en solution par rapport à celle d'un ion du métal. Cette énergie est, pour une part W_0, de nature électrostatique, le métal demeurant chargé négativement par le départ des ions positifs; pour une autre part W_1, elle peut provenir de forces moléculaires dépendant de l'état de la surface. On a :

$$[20,7] \qquad c = c_m \exp\left(-\frac{W_0 + W_1}{RT}\right) = C_m \exp\left(-\frac{W_0}{RT}\right),$$

en posant :

$$C_m = c_m \exp\left(-\frac{W_1}{RT}\right);$$

C_m est une constante caractéristique du métal.

Des lois de l'électrolyse (par. 18-3) il résulte que lorsqu'un équivalent kilogramme du métal de valence v, passe à l'état d'ions en solution, en subissant une chute de potentiel $-M/L$, l'énergie électrique mise en jeu est :

$$W_0 = -(M/L).\mathfrak{F}ve = -(M/L)\,v\mathfrak{Q},$$

$\mathfrak{Q}$ étant le nombre de FARADAY; d'où l'expression de la f.é.m. au contact métal-solution.

$$[20,8] \qquad M/L = \frac{RT}{v\mathfrak{Q}} \ln \frac{C_m}{c_+}.$$

Elle peut s'écrire encore :

$$[20,9] \qquad M/L = C - \frac{RT}{v\mathfrak{Q}} \ln c_+$$

en désignant par C une constante. Nous verrons au par. 20-9 comment on peut soumettre cette relation au contrôle de l'expérience. Comme dans un métal au contact du vide, la couche double est diffuse; elle est ici de nature ionique.

20-7. — Électrodes réversibles.

On appelle ainsi (ou encore *électrodes impolarisables*) des associations métal-électrolyte dans lesquelles le passage du courant dans un sens ou dans l'autre ne produit pas de modifications qualitatives.

a) Une électrode métallique, plongeant dans une solution d'un sel du même métal (exemple Cu/SO_4Cu), constitue une électrode réversible par rapport au cation. Le passage du courant vers la solution produit du sulfate de cuivre; le passage vers le métal dépose du cuivre. Seule varie quantitativement la concentration de la solution, et cette variation est infiniment faible s'il passe une quantité d'électricité infiniment petite. D'après la formule [20,9], la différence de potentiel de contact reste constante.

b) L'expérience montre que la formule [20,9] s'applique également à l'équilibre entre l'hydrogène moléculaire H_2 et les ions H^+ contenus dans les solutions acides. Pour réaliser une *électrode à hydrogène*, on envoie un courant d'hydrogène gazeux (*fig. 20-20*) dans la solution. Une électrode E en platine platiné (c'est-à-dire recouvert de platine très divisé par dépôt électrolytique) plonge en partie dans la solution, en partie dans le gaz (qui s'échappe par la fermeture hydraulique F) et assure à son contact l'existence de l'équilibre

$$[20,10] \qquad \frac{1}{2}H_2 \rightleftarrows H^+ + e^-,$$

e^- désignant un électron.

Le siphon S permet d'établir la liaison avec une autre électrode.

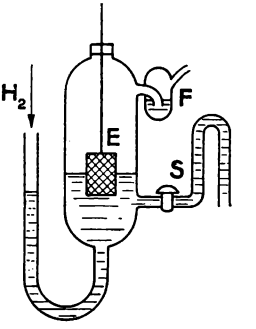


FIG. 20-20. — Électrode à hydrogène.

c) Un métal recouvert d'un sel peu soluble, baignant dans une solution d'un sel de même anion, constitue une électrode réversible par rapport à l'anion (appelée parfois électrode réversible de deuxième espèce). Exemple : Hg/HgCl/KCl (*fig. 20-21*); le calomel HgCl peu soluble est dissous à saturation dans la solution de KCl et l'excès solide recouvre le mercure. Le passage du courant vers la solution amène des ions Cl^- sur le mercure et forme HgCl qui se dépose. Le passage vers le métal dépose du mercure.

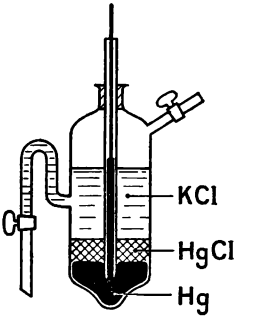


FIG. 20-21. — Électrode au calomel.

d) Les électrodes impolarisables réalisent les conditions de réversibilité électrique au sens défini en Thermodynamique (tome II, par. 6-6). On peut considérer que le passage des ions M^+ depuis la solution jusque dans le réseau du métal solide correspond à des changements de phase dans les mélanges, étudiés au chapitre 18 du tome II. De même, l'équilibre [20,10] obéit à la loi d'action des masses et (tome II, par. 17-3) la variation d'enthalpie libre à température et à pression constante a pour expression :

$$-\Delta G = RT \ln \frac{\sqrt{c_{H_2}}}{c_{H^+}}.$$

A cette variation correspond dans l'électrode l'énergie électrique :

$$+\Delta G = V\mathcal{Q}$$

d'où

$$[20,10\ bis] \qquad V = \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln \frac{\sqrt{c_{H_2}}}{c_{H^+}}.$$

De plus, si la pression de l'hydrogène gazeux est constante, c_{H_2} l'est aussi et on a :

$$V = C - \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln c_{H^+},$$

où C est une constante.

20-8. — Détermination des activités ioniques.

En réalité, les solutions d'électrolytes ne sont pas des solutions parfaites, ainsi qu'on l'a vu au par. 18-13 et, dans les relations thermodynamiques précédentes, les activités a des ions en solution doivent remplacer les concentrations c. La formule [20,9] doit s'écrire, par exemple :

$$[20,11] \qquad V = C - \frac{RT}{v\,\mathcal{Q}} \ln a_+.$$

Soit alors à mesurer l'activité des ions H^+ dans une solution d'acide chlorhydrique de concentration c. On constitue une pile dont l'électrolyte unique est la solution donnée et dont les électrodes sont réversibles, l'une par rapport aux ions H^+, l'autre aux ions Cl^-. On représente cette pile par le symbole :

$$\underset{+}{Pt\,(H_2)} \,|\, \text{solution HCl} \,|\, \underset{-}{HgCl} \,|\, Hg.$$

La d.d.p. V en circuit ouvert (c'est-à-dire la f.é.m. de l'ensemble) est la somme des d.d.p. de contact anodique et cathodique, soit, d'après [20,11] :

$$H/L \quad V_1 = C_1 - \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln a_+$$

$$L/Hg \quad V_2 = C_2 - \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln a_-$$

On a donc :

$$V = V_1 + V_2 = V_0 - \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln (a_+ . a_-),$$

en posant $C_1 + C_2 = V_0$. D'après la définition du coefficient d'activité moyen de l'électrolyte (par. 18-13), on a :

$$[20,12] \qquad V = V_0 - \frac{2RT}{\mathcal{Q}} \ln \delta c,$$

ou encore :

$$\frac{2RT}{\mathcal{Q}} \ln \delta = V_0 - \left(V + \frac{2RT}{\mathcal{Q}} \ln c \right).$$

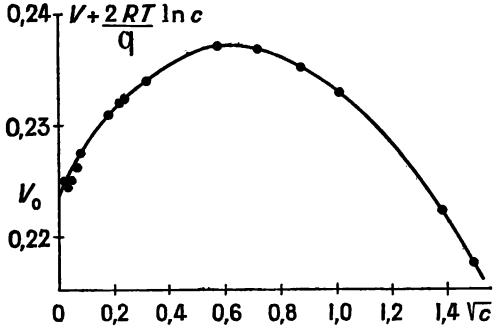


FIG. 20-22. — Courbe pour la discussion de la relation [20,12].

Pour une dilution infinie, $\delta = 1$. Le premier membre de la relation [20,12] s'annule. Si l'on porte les valeurs de la quantité entre parenthèses en fonction de $\sqrt{c}$, on obtient la courbe qu'indique la *figure 20-22*, dont l'extrapolation pour $c = 0$ donne V_0. La mesure de V permet de calculer la valeur du coefficient d'activité δ correspondant à diverses valeurs de c. Le tableau 20-1 compare les valeurs de δ ainsi obtenues à celles que fournit la mesure cryoscopique (par. 18-12) et celle de la tension de vapeur (par. 18-13).

TABLEAU 20-1.

Coefficient d'activité ionique moyen des solutions de HCl.

c en kilomoles par m³. . .	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	0,5	1	2	4	5	6	8	10
δ f.é.m.	0,96	0,90	0,79	0,75	0,81	1,01	1,84	2,5	3,4	6,3	10,6
δ cryoscopie	0,965	0,92	0,81	0,76	0,82	1,06	—	—	—	—	—
δ vapeur*	—	—	—	—	—	—	(1,84)	2,5	3,4	6,3	11,2

* Pour obtenir ces nombres, on a admis que la valeur de δ pour $c = 4$ était identique à celle que donne la mesure de la f.é.m. ce qui permet de calculer la constante k' dans la formule [18,21] et les valeurs de δ pour d'autres concentrations.

On voit que δ atteint en solution concentrée des valeurs bien supérieures à l'unité. Le coefficient d'activité δ ne se confond donc nullement avec le degré de dissociation α de la théorie d'OSTWALD (par. 18-11) dont la valeur maximum est égale à 1.

20-9. — Potentiels normaux.

a) On appelle *potentiel normal* d'un métal la différence de potentiel qui existe entre ce métal et une solution d'un de ses sels dans laquelle les cations ont une activité égale à l'unité.

D'après [20,11], on peut écrire :

$$V = V_0 - \frac{RT}{2} \ln a_+ ;$$

V_0 est le potentiel normal, le second membre s'annulant pour $a_+ = 1$.

Comme la mesure de différence de potentiel porte nécessairement sur une pile dont le métal forme une seule des électrodes, on peut seulement connaître à une constante additive près les potentiels normaux. Par convention, on prend pour électrode de référence l'*électrode normale à hydrogène*, électrode à hydrogène (par. 20-7) où la pression d'hydrogène est de 1 atmosphère et où la solution acide a une activité unité en ions H^+. D'après les nombres du tableau 20-1, on voit que $\delta = 1$ pour une solution de HCl de concentration $c = 1{,}8$ kilomole/m³.

Pour l'hydrogène, la formule [20,10 bis] devient :

$$V = V_0 - \frac{RT}{2} \ln \frac{c_{H^+}}{\sqrt{c_{H_2}}} ;$$

la convention faite revient à poser $V_0 = 0$ dans ce cas.

La mesure de la f.é.m. de la pile :

$$+ \ H_2 | HCl \ c = 0{,}1 \ | Hg \ Cl \ | Hg \ -$$

donne, à 25 °C, $V = 0{,}3989$ volts. La formule [20,12] s'écrit alors :

$$V_0 = V + \frac{2.8{,}31.10^3.298}{9{,}65.10^7} .2{,}3 \log \delta c = V + 0{,}1183 \log \delta c.$$

Comme $\delta = 0{,}814$ (tableau 20-1), $V_0 = 0{,}3989 - 0{,}1289 = 0{,}2700$ volt représente le potentiel normal de l'*électrode au calomel* (par. 20-7).

$$Hg \ | HgCl \ | Cl^-$$

On aboutit, de proche en proche, aux valeurs données dans le tableau 20-2. Les signes sont + ou —, selon que le métal est le pôle + ou — de la pile formée en l'associant à l'électrode normale à l'hydrogène.

TABLEAU 20-2.

Potentiels normaux de divers métaux à 25 °C, en volts.

Li/Li^+	— 2,958	Cd/Cd^{++}	— 0,398
Na/Na^+	— 2,712	Cu/Cu^{++}	+ 0,345
Zn/Zn^{++}	— 0,758	$Hg/HgCl/Cl^-$	+ 0,2700
Fe/Fe^{++}	— 0,441	Ag/Ag^+	+ 0,799

Si l'on constitue une pile avec deux des métaux précédents et les solutions correspondantes d'activité unité, le pôle négatif est formé par le premier des deux métaux du tableau. Mais dans ces piles à deux électrolytes, il faut tenir compte des différences de potentiel au contact entre solutions.

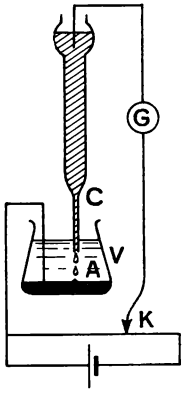


FIG. 20-23. Appareil d'analyse électrolytique.

b) *Analyse électrolytique. Polarographie.* — L'*analyse électrolytique* a pour but de séparer les ions — principalement les cations — contenus dans une solution, en s'appuyant sur les différences de leurs potentiels de dépôt. Pour que la décharge des ions se produise sur une cathode dont la surface soit toujours semblable à elle-même, on utilise une électrode à gouttes de mercure : une colonne de mercure s'écoule par un capillaire C (fig. *20-23*) dans la solution à étudier. L'anode est formée par une couche de mercure ou par une électrode au calomel réunie au vase V par un siphon. On augmente progressivement la d.d.p. V entre A et C au moyen d'un dispositif potentiométrique à contact K mobile. On mesure le courant I à l'aide du galvanomètre G. Ces deux opérations sont le plus souvent automatiques et l'appareil est appelé *polarographe*. Les courbes $I = f(V)$ dont la figure *20-24* donne un exemple, présentent des points d'inflexion à tangente verticale caractéristiques du dépôt de chaque métal.

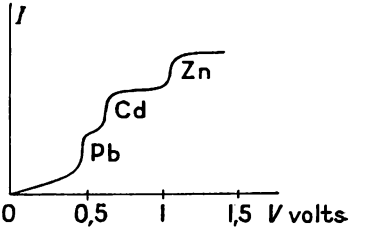


FIG. 20-24. — Exemple de résultat d'une analyse électrolytique.

20-10. — Différence de potentiel au contact de deux solutions d'électrolytes.

a) Nous examinerons d'abord le cas où l'on met en contact deux solutions du même électrolyte à des concentrations différentes c_1 et c_2, par exemple en profitant de leurs différences de masse volumique pour les superposer

(*fig. 20-23*). Il se produit alors une diffusion (tome II, par. 18-3) qui tend à égaliser les concentrations. Mais les vitesses u_+ et u_- des deux ions de l'électrolyte ne sont pas les mêmes : la concentration des ions les plus rapides, les anions par exemple, tend à être plus grande dans la solution diluée. A cette séparation de charges de signes contraires s'opposent les attractions électrostatiques; toutefois le front de diffusion contient un excès des ions les plus rapides suivis des ions de signe opposé, formant ainsi une couche double et donnant lieu à une différence de potentiel V de contact. Pour calculer V, raisonnons sur un électrolyte binaire dont les ions ont la valence v. Imaginons qu'en introduisant deux électrodes, l'une dans la solution supérieure, l'autre dans la solution inférieure, on fasse passer une quantité d'électricité $v\mathfrak{F}\,dn$ ($\mathfrak{F}$ étant le faraday et dn le nombre d'équivalents-kilogrammes transportés sous une différence de potentiel à peine supérieure à V, dans le sens indiqué sur la *figure 20-25*). L'énergie électrique dépensée est $V\mathfrak{F}v\,dn$. On sait (par. 18-9) qu'un nombre d'équivalents kg de l'anion A^- égal à $\dfrac{k_-}{k_+ + k_-}\,dn$ a traversé la surface de séparation des solutions de haut en bas, tandis qu'un nombre $\dfrac{k^+}{k_+ + k_-}\,dn$ d'équivalents kg du cation C^+ l'a traversée de bas en haut. La concentration en ions des deux solutions a donc été modifiée. Dans le déplacement des cations, il a fallu fournir du travail contre la pression osmotique de la solution la plus concentrée (tome II, par. 18-14). En raisonnant comme pour la compression isotherme d'un gaz parfait (tome II, par. 6-10) et en admettant que la loi de VAN'T HOFF est applicable (tome II, par. 18-5) — c'est-à-dire que l'activité se confond avec la concentration — on trouve pour ce travail :

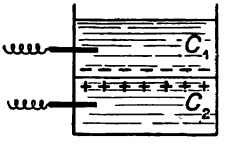


FIG. 20-25. — Contact entre solutions d'un même électrolyte à concentrations différentes.

$$d\mathcal{C}_+ = \frac{k^+}{k_+ + k_-}\,dnRT\ln\frac{c_2}{c_1}.$$

Le déplacement des anions vers la solution la plus diluée fournit au contraire un travail osmotique :

$$d\mathcal{C}_- = \frac{k_-}{k_+ + k_-}\,dnRT\ln\frac{c_2}{c_1}.$$

Au total, le travail absorbé est :

$$d\mathcal{C} = d\mathcal{C}_+ - d\mathcal{C}_- = \frac{k_+ - k_-}{k_+ + k_-}\,dnRT\ln\frac{c_2}{c_1}.$$

L'équivalence entre ce travail et l'énergie électrique donne enfin l'expression de la f.é.m. de contact cherchée

[20,13] $$V = \frac{RT}{\mathfrak{F}v}\,\frac{k_+ - k_-}{k_+ + k_-}\ln\frac{c_2}{c_1}.$$

Le signe de V dépend de celui de $k_+ - k_-$. En général (tableau 18-3) les mobilités sont peu différentes et les f.é.m. ainsi calculées sont très faibles. Par exemple, pour NaCl, $\frac{k_-}{k_+ + k_-} \simeq 0{,}4$ et $\frac{k_+}{k_+ + k_-} \simeq 0{,}6$; à 20 °C, on a :

$$V \simeq 0{,}0116 \log \frac{c_2}{c_1} \text{ volts.}$$

Si $c_2 = 10\, c_1$, $V = 0{,}0116$ volt.

Lorsque les solutions en contact contiennent deux électrolytes différents, le calcul de V est plus compliqué; on trouve encore des valeurs très faibles.

20-11. — Piles de concentration.

Elles sont formées de deux électrodes du même métal placées dans deux solutions d'un sel de ce métal, à des concentrations différentes. Aux contacts métal-solution, on a les f.é.m. :

$$\frac{RT}{z\mathcal{D}} \ln \frac{C_m}{c_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{RT}{z\mathcal{D}} \ln \frac{C_m}{c_2}.$$

Au contact des deux solutions, la formule [20,13] s'applique. Au total, la f.é.m. de la pile a pour expression :

$$[20{,}14] \quad V = \frac{RT}{\upsilon\mathcal{D}}\left[\ln \frac{C_m}{c_1} + \frac{k_+ - k_-}{k_+ + k_-} \ln \frac{c_2}{c_1} - \ln \frac{C_m}{c_2}\right] = \frac{RT}{\upsilon\mathcal{D}} \frac{2k_+}{k_+ + k_-} \ln \frac{c_2}{c_1}.$$

Par exemple, la pile :

$$\mathrm{Ag} \mid \mathrm{AgNO_3},\ c_1 = 0{,}1 \mid \mathrm{AgNO_3},\ c_2 = 0{,}01 \mid \mathrm{Ag}$$

a son électrode positive dans la solution la plus concentrée. Durant son fonctionnement, les ions Ag^+ se déposent sur cette électrode, tandis que les ions NO_3^- vont à l'autre électrode reformer $AgNO_3$: les concentrations tendent donc à s'égaliser. La formule [20,14] donne à 20 °C, $V = 0{,}057$ V; la mesure, 0,055 V.

20-12. — Mesure de la concentration des ions H^+. Le pH.

a) L'activité des ions H^+ dans les solutions aqueuses joue un rôle important en chimie et en biologie. L'eau est partiellement dissociée en ions suivant la formule :

$$H_2O \rightleftarrows H^+ + OH^-.$$

Cette dissociation rend compte, en particulier, de la très faible conductivité propre à l'eau pure. L'application de la loi d'action des masses donne, à température constante :

$$\frac{c_+ \cdot c_-}{c_{H_2O}} = \text{constante}$$

et comme, la dissociation étant très faible, c_{H_2O} peut être regardée comme constante, on a :

$$c_+ \cdot c_- = K.$$

La constante K a une valeur voisine de 10^{-14} vers 25 °C. Pour l'eau pure, on a donc :

[20,15] $$c_+ = c_- = 10^{-7}.$$

Si l'on dissout un acide dans l'eau, c_+ augmente et c_- diminue, de façon que leur produit demeure constant.

b) On mesure en principe la concentration des ions H_+ en formant avec la solution à étudier et une solution acide de concentration connue c^0_{H+} une pile dont les deux électrodes sont des électrodes à hydrogène. Les formules du par. 20-11 sont alors applicables; si l'on néglige la f.é.m. au contact des deux solutions, on a :

$$V_1 = \frac{RT}{2} \ln \frac{c^0_{H+}}{c_{H+}}.$$

Si la solution de référence est normale, $c^0_{H+} = 1$, et l'on a simplement :

[20,15 bis] $$V_1 = \frac{RT}{2} \ln \frac{1}{c_{H+}} = \frac{RT}{0{,}434\,2} \log \frac{1}{c_{H+}}.$$

La quantité $\log \frac{1}{c_{H+}}$ s'introduit naturellement dans le résultat de la mesure. On l'appelle *exposant d'hydrogène* ou simplement *pH* de la solution :

$$pH = \log \frac{1}{c_{H+}}.$$

D'après [20,15], le *pH* de l'eau pure à la température ordinaire est voisin de 7. Les solutions de *pH* inférieur à 7 sont acides; celles dont le *pH* est supérieur à 7 sont basiques. On remarquera que le *pH* décroît lorsque l'acidité croît pour une solution contenant un ion kg d'hydrogène par m^3, $pH = 1$.

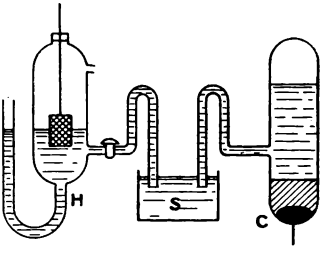


FIG. 20-26. — Mesure du *pH* d'une solution.

En pratique, il est plus commode de mesurer la f.é.m. d'une pile constituée par une électrode d'hydrogène plongeant dans la solution étudiée S (*fig. 20-26*) et une électrode au calomel C (par. 20-7 c) dont l'électrolyte est une solution de KCl, saturé par exemple. Le potentiel de cette électrode par rapport à l'électrode normale d'hydrogène est + 0,2492 volt à 20 °C. La f.é.m. V de la pile ainsi constituée est reliée à celle que donne la formule [20,15 bis] par la relation :

$$V = 0{,}2492 + V_1 = 0{,}2492 + \frac{RT}{0{,}434\,2} \log \frac{1}{c_{H+}},$$

d'où, à 20 °C :

[20,16] $$pH = \frac{V - 0{,}2492}{0{,}0578}.$$

On mesure V par la méthode d'opposition. D'autres électrodes plus simples que la lame de platine platiné peuvent être utilisées (électrode à la quinhydrone); nous nous bornons à l'indiquer. D'autres méthodes peuvent être utilisées à la mesure du pH; elles ne concernent plus l'Électricité.

N. B. — La formule [20,16] a un sens tant que la concentration est très voisine de l'activité. Cela est vrai pour les solutions acides ou basiques pures de pH compris entre 1 et 12 (cf. tableau 20-1, par exemple), que l'on rencontre le plus souvent en pratique. Mais si la solution contient en outre des sels à concentration notable, la concentration et l'activité des ions H^+ sont très différentes et la formule [20,16] n'est plus valable.

20-13. — Différence de potentiel au contact d'une membrane semi-perméable.

a) Nous avons déjà indiqué au par. 18-4 du tome II quelques propriétés des membranes semi-perméables. Supposons qu'un composé ionique, par exemple un sel de sodium d'un acide organique de poids moléculaire très élevé, de formule NaR, soit dissous dans l'eau et que la solution (1) (*fig. 20-27*) soit séparée d'une solution (2) de chlorure de sodium NaCl par une membrane M perméable aux ions Na^+ et Cl^-, mais imperméable aux ions volumineux R^-. Le chlorure de sodium va diffuser en (1) à travers la membrane et un équilibre s'établira, dans lequel la solution (1) contiendra des ions R^-, Cl^- et Na^+, la solution (2) des ions Cl^- et Na^+ seulement. Soient c_{1Na} c_{1Cl}, c_{2Na}, c_{2Cl}, les concentrations en atomes kg par m^3 des ions capables de diffuser. A l'équilibre, la variation d'enthalpie libre produite par le passage isotherme et réversible de dn atomes kg de NaCl de (2) en (1) est nulle. Or cette variation a pour expression :

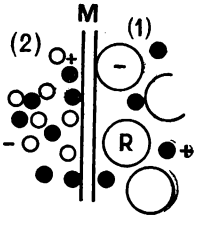


FIG. 20-27. — Différence de potentiel au contact d'une membrane semi-perméable M.

$$\mathrm{d}n\, RT \ln \frac{c_{2Na}}{c_{1Na}} + \mathrm{d}n\, RT \ln \frac{c_{2Cl}}{c_{1Cl}} = 0,$$

d'où l'on tire l'équation d'équilibre, dite *équilibre de* DONNAN :

$$c_{1Na} \cdot c_{1Cl} = c_{2Na} \cdot c_{2Cl}.$$

Le produit des concentrations des ions capables de diffuser est le même des deux côtés de la membrane. Puisque les ions Na^+ proviennent des sels NaCl et NaR à la fois, on a :

$$c_{1Na} > c_{2Na},$$

d'où

$$c_{1Cl} < c_{2Cl}.$$

Un raisonnement analogue à celui du par. 20-11 montre alors qu'entre les deux solutions existe une différence de potentiel :

[20,17] $$V = \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln \frac{c_{2Na}}{c_{1Na}} = \frac{RT}{\mathcal{Q}} \ln \frac{c_{1Cl}}{c_{2Cl}}.$$

Cette différence de potentiel est généralement de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3} volts.

b) Les différences de potentiel au contact des solutions de concentrations différentes et des membranes semi-perméables, pour faibles qu'elles soient, ont une certaine importance en physiologie : elles peuvent seules intervenir dans le mécanisme — d'ailleurs encore obscur — de la production de courants (électrogénèse) chez les êtres vivants, où il n'existe pas de conducteurs métalliques.

20-14. — Phénomènes électrocinétiques.

a) Dispersons dans un liquide un corps insoluble en poudre très fine colloïdale (tome II, par. 19-4), de façon à avoir une surface de contact très étendue. Le mouvement relatif de ces particules par rapport au liquide donne naissance à quatre phénomènes électriques, en rapports étroits entre eux (appelés parfois *phénomènes électrocinétiques*). Ce sont : la f.é.m. de sédimentation, la f.é.m. de filtration, l'osmose électrique, l'électrophorèse. Tous quatre obligent à admettre que les particules portent une charge superficielle, compensée par celle d'ions avoisinants dans la solution. Ces charges ont une origine différente suivant que l'on a affaire à une suspension de colloïdes moléculaires ou de colloïdes micellaires (tome II, par. 19-6). Dans le premier cas, il s'agit d'un électrolyte colloïdal : la particule est un très gros ion; dans le second, on admet qu'elle peut fixer à sa surface, par adsorption, des ions existant dans la solution.

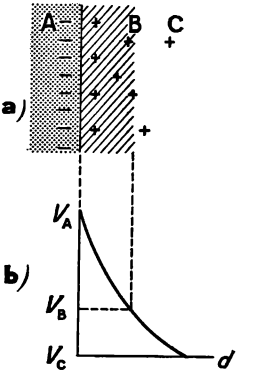


FIG. 20-28. — Couche double au contact d'un solide et d'un fluide en déplacement relatif.

b) Au contact d'un solide et d'un fluide — par exemple d'une particule colloïdale et de la solution qui l'entoure — les phénomènes sont plus compliqués. Dans tous les cas, l'agitation thermique tend à disperser les charges du fluide qui contribuent à la couche double et dont la répartition au voisinage de la paroi solide rappelle celle de l'atmosphère ionique autour d'un ion (par. 18-11). La couche double est, ici encore, diffuse (*fig. 20-28 a*). De plus, lorsque le solide et le fluide sont en déplacement relatif, une couche de fluide demeure adhérente à la paroi solide (tome I, par. 22-7) avec une partie des charges; on a figuré schématiquement cette couche en grisé sur la *figure 20-26 a*. La différence de potentiel qui se manifeste dans les phénomènes étudiés ci-dessous n'est donc pas $V_A - V_B$ (*fig. 20-28 b*) mais $V_C - V_B = \zeta$. On appelle ζ le *potentiel électrocinétique*

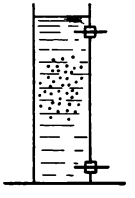


FIG. 20-29. F. é. m. de sédimentation.

c) *F.é.m. de sédimentation.* — C'est l'expérience de la *figure 20-19* faite avec un nuage de particules solides au lieu de billes de verre (*fig. 20-29*). Le phénomène a été peu étudié.

d) *F.é.m. de filtration.* — Réciproquement, forçons de l'eau ou une solution d'électrolyte à s'écouler à travers une paroi poreuse P (*fig. 20-30*) : on constate, dans le galvanomètre G monté en dérivation, un courant électrique tant que dure le courant liquide.

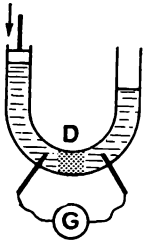


FIG. 20-30.
F. é. m. de filtration.

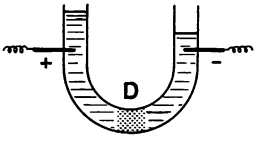


FIG. 20-31.
Osmose électrique.

e) *Osmose électrique.* — Établissons une différence de potentiel entre les surfaces de l'eau contenue dans un étroit tube en U (*fig. 20-31*) au fond duquel on a formé un diaphragme poreux D, par exemple en tassant de la laine de verre. On constate que les deux surfaces du liquide, d'abord dans le même plan, se dénivellent, l'ascension se faisant vers le pôle négatif. Les ions Na^+, libérés par le verre (par. 20-6) entraînent avec eux l'eau d'hydratation (par. 18-10).

f) *Électrophorèse.* — Si les particules sont libres de se déplacer dans une solution, l'établissement d'une différence de potentiel, comme dans une expérience d'électrolyse (*fig. 20-32*), provoque leur déplacement vers l'une ou l'autre électrode. Leur mobilité, que l'on peut déterminer par des expériences directes, est du même ordre que celle des ions.

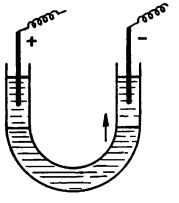


FIG. 20-32.
Électrophorèse.

—o— On utilise le tube de la *figure 18-15* en remplissant la partie inférieure d'une solution colloïdale d'hydroxyde ferrique (tome II, par. 19-6). par exemple, et la partie supérieure d'une solution de chlorure ferrique, On reconnaît après plusieurs minutes de passage du courant, un déplacement du niveau de la solution colloïdale vers la cathode.

De tous ces phénomènes, seule l'électrophorèse a des utilisations pratiques. Appliquée à des suspensions de carbonate de baryum ou de strontium dans l'alcool, elle sert à recouvrir les filaments métalliques des triodes (par. 16-9); dans du latex, elle peut servir à former des revêtements de caoutchouc sur des métaux. Elle a reçu des applications importantes en biologie, pour la séparation des protéines.

20-15. — Phénomènes électrocapillaires.

a) L'existence d'une différence de potentiel entre deux phases fluides non miscibles modifie leur tension interfaciale (tome I, par. 18-7).

—o— On fait écouler un fin jet d'eau hors d'un réservoir de verre placé sur un support isolant. Si l'on porte l'eau à un potentiel élevé au moyen d'un générateur électrostatique, le jet se résout en gouttelettes, ce qui indique que sa tension superficielle a varié.

—o— Dans un verre de montre (*fig. 20-33*), plaçons de l'eau légèrement acidulée par SO_4H_2 et une grosse goutte G de mercure; deux fils de platine, placés de part et d'autre, l'un F_1 au contact du mercure, l'autre F_2 plus loin, amènent le courant. La tension superficielle A du mercure est modifiée et la goutte G se gonfle, en cessant de toucher F_1; A reprend alors sa valeur initiale, la goutte revient au contact de F_1 et ainsi de suite.

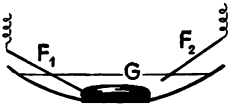


FIG. 20-33.
La variation de tension superficielle produit des vibrations de la goutte de mercure.

b) L'étude du phénomène a été faite presque uniquement sur la surface eau-mercure. Les variations de la tension superficielle A sont mesurées par celles de l'ascension dans le tube capillaire C (*fig. 20-34*). On les suit à l'aide du microscope M. La partie inférieure du capillaire plonge dans de l'eau acidulée. On établit entre les deux liquides une différence de potentiel ΔV variable à l'aide du potentiomètre P. A mesure que le mercure est rendu plus négatif, la tension superficielle croît, passe par un maximum (pour $\Delta V \simeq 1$ V, l'augmentation relative correspondante $\frac{\Delta A}{A}$ étant de l'ordre de 50 %) puis décroît (*fig. 20-35*).

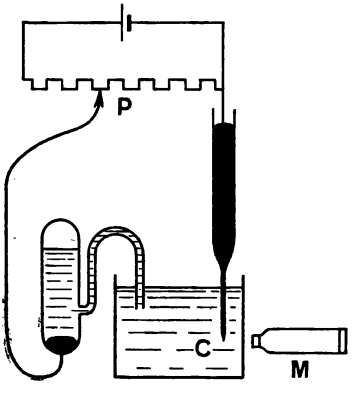


FIG. 20-34. — Étude de l'électrocapillarité.

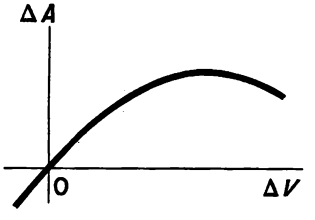


FIG. 20-35. — Variations de la tension superficielle A du mercure en fonction de son potentiel.

Cette variation s'explique qualitativement comme il suit. Lorsque la surface du mercure porte des charges d'un même signe (d'ailleurs quelconque), la répulsion électrostatique agit en sens inverse de la tension superficielle, qui tend à réduire la surface. La tension interfaciale apparente est donc diminuée. Elle passe par un maximum lorsque la différence de potentiel mercure-eau s'annule avant de s'inverser.

c) On peut traiter quantitativement la question par un calcul analogue à celui du tome II, par. 19-10, en considérant, à température et à pression constantes, l'enthalpie libre G du mercure comme fonction de sa surface s et de sa charge q :

$$dG = A\,ds + V\,dq$$

Les relations thermodynamiques générales donnent :

$$\left(\frac{\partial q}{\partial s}\right)_v = -\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_s .$$

Si C est la capacité de la couche double par unité de surface, on a

$$\sigma = \frac{dq}{ds} = CV \qquad \text{d'où :} \qquad \frac{\partial A}{\partial V} = -CV$$

Si C est regardée comme constante, l'intégration de cette équation donne :

$$A_0 - A = \frac{C}{2} V^2$$

d'où l'allure parabolique de la courbe de la *figure 20-35*. Elle n'est vérifiée qu'approximativement par l'expérience ; en particulier le maximum ne correspond pas toujours à $V = 0$.

d) Sur les bases précédentes, LIPPMANN a construit un électromètre capillaire, dont la *figure 20-36* représente un modèle courant. On pointe le niveau I de l'intersurface mercure-eau acidulée à l'aide d'un microscope. L'appareil

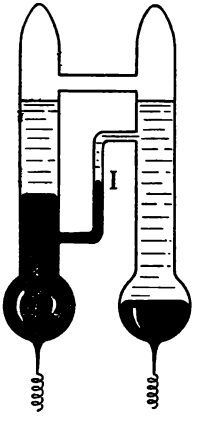


FIG. 20-36. — Électromètre électrocapillaire.

est surtout commode comme *appareil de zéro* ; on peut le rendre très sensible, et il permet de constater l'égalité de deux f.é.m. opposées dans le circuit de l'instrument avec une précision du dix-millième de volt. Il faut d'ailleurs une quantité d'électricité relativement grande pour polariser le ménisque, ce qui limite parfois son emploi.

CHAPITRE 21

GÉNÉRATEURS ÉLECTRIQUES DIVERS

21-1. — Généralités.

Nous examinerons ci-après le principe et les conditions d'emploi des principaux types de générateurs de courants continus, à l'exception des générateurs à induction (par. 12-7), qui seront étudiés au chap. 22, en même temps que les moteurs électriques.

Tout générateur transforme en énergie électrique une autre forme d'énergie : mécanique, chimique, thermique, rayonnante... La force électromotrice U (par. 6-6) varie en général avec la vitesse de rotation, la constitution chimique ou la concentration des corps en présence, leur température, et parfois avec l'intensité du courant débité; on peut cependant, dans beaucoup de cas, indiquer sa valeur « normale ».

Rappelons qu'un générateur est également caractérisé par sa résistance intérieure R_i (par. 7-5), par l'intensité maximum qu'il peut débiter, et par suite par sa puissance maximum, ainsi que par son rendement (par. 7-10), ce dernier étant habituellement variable avec l'intensité.

Nous considérerons successivement les générateurs électrostatiques, électrochimiques, thermoélectriques, photoélectriques. Ceux des trois derniers groupes sont souvent appelés *piles*; ce nom convient plutôt à un ensemble d'éléments en série (voir par. 21-6), mais on l'applique aussi à un élément isolé.

A. — *MACHINES ÉLECTROSTATIQUES*

Ces machines sont spécialement destinées à l'obtention de tensions élevées (dizaines ou centaines de milliers de volts) nécessaires pour certaines expériences d'Électrostatique ou de Physique nucléaire. Leur débit est le plus souvent inférieur au milliampère. D'autres dispositifs permettant d'obtenir de telles tensions à partir de courants alternatifs redressés seront étudiés aux tomes VII et VIII.

21-2. — Machines à frottement.

a) Les expériences d'électrisation par frottement, décrites au début de cet ouvrage (par. 1-1), s'expliquent par l'existence de couches doubles au contact de deux corps qui se séparent en emportant des charges opposées.

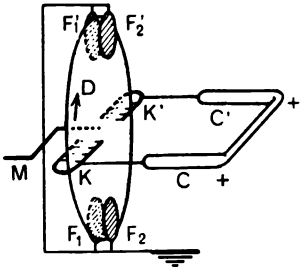


FIG. 21-1. — Principe d'une machine de RAMSDEN.

Dans la machine de RAMSDEN (*fig. 21-1*), un disque de verre D, mis en rotation par une manivelle M, se charge (positivement) en frottant sur des coussins métallisés F_1 F_2 F'_1 F'_2. Il passe ensuite entre des peignes métalliques K K′ en fer à cheval, grâce auxquels sa charge est transportée sur les collecteurs isolés C C′; ce dispositif équivaut en effet à un cylindre de FARADAY (par. 3-11), muni de pointes à l'intérieur : quand un porteur de charges (positives, par exemple) conducteur ou isolant est introduit dans un tel cylindre, les charges négatives qui apparaissent par influence sur les pointes s'écoulent sous forme d'aigrettes, et viennent neutraliser les charges du porteur, pendant que les charges positives créées simultanément par influence s'accumulent sur la surface externe du cylindre de FARADAY.

b) La charge des collecteurs n'augmente pas indéfiniment, même si l'on ne fait pas débiter la machine; ils ne sont en effet jamais parfaitement isolés, et, d'autre part, les phénomènes de décharge à travers l'air ionisé, décrits au par. 17-15, interviennent dès que le champ au voisinage des conducteurs atteint (dans l'air, à la pression atmosphérique) environ 3.10^6V/m.

Par exemple, sur un conducteur sphérique de rayon R, très éloigné de tout autre, au voisinage duquel le champ est $\frac{V}{R}$ (par. 2-16), le potentiel ne peut dépasser 3.10^6 R volts (R étant évalué en mètres).

Une limitation analogue intervient dans toutes les machines dont nous allons parler.

—o— Les machines anciennes comportent souvent deux pôles reliés (*fig. 21-4*) à deux sphères P P′ qu'on peut approcher plus ou moins l'une de l'autre : une étincelle éclate entre elles (sauf écartement excessif), après un temps de fonctionnement de la machine d'autant plus court qu'elles sont plus rapprochés.

21-3. — Machines à influence.

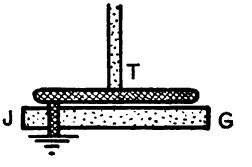


FIG. 21-2. Électrophore.

a) Les machines du type précédent ont été abandonnées, en particulier à cause du gaspillage d'énergie transformée en chaleur par le frottement. L'*électrophore* comporte (*fig. 21-2*) un « gâteau isolant » (résine, paraffine) G, sur lequel on peut poser un « transporteur » qui est un plateau métallique T tenu par un manche isolant. G ayant été électrisé par frottement et portant des charges, négatives par exemple, dont une partie ont pénétré en profondeur, le plateau voisin T se charge par influence; si

on le met au sol (par exemple par contact avec une touche métallique J fixée elle-même à G), il ne conserve que ses charges positives.

On peut transporter celles-ci sur un cylindre de FARADAY, et recommencer cette opération un grand nombre de fois, sans avoir à recharger G; l'énergie électrique ainsi rendue disponible provient du travail qu'on a dû fournir contre les forces électrostatiques pour déplacer le plateau T.

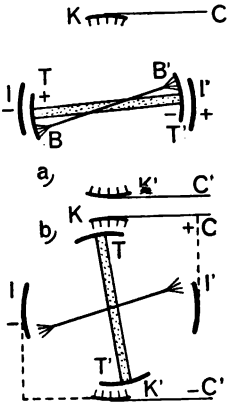


FIG. 21-3. — Principe d'une machine à influence.

b) Certaines machines à influence dérivent directement du dispositif précédent : les diverses régions périphériques d'un plateau *transporteur* en rotation passent successivement devant des inducteurs I, qui les chargent par influence, puis dans des peignes en fer à cheval K reliés à des collecteurs C. Il est avantageux de disposer symétriquement par rapport à l'axe deux inducteurs I I′ chargés de signes opposés (*fig. 21-3*), et de relier métalliquement (par une tige munie de balais BB′) les transporteurs TT′ pendant qu'ils sont en face de I et I′. T prend alors, dans le cas de la *figure 21-3-a*, une charge positive qu'il cède ultérieurement au collecteur C, et T′ une charge négative qu'il va céder à C′ (*fig. 21-3-b*). Pendant la demi-période suivante, les rôles de T et T′ sont inversés.

Si les charges de I et de I′ sont constantes, la machine est dite *à addition*, chaque tour de rotation tendant à apporter sur les collecteurs une charge supplémentaire toujours la même. Mais si l'on relie métalliquement I avec C′ et I′ avec C (comme indiqué en traits interrompus sur la figure), les charges des inducteurs augmentent en même temps que celles des collecteurs, qui varient alors (tant que les pertes n'interviennent pas) de quantités croissantes à chacun des tours successifs (machines dites à *multiplication*).

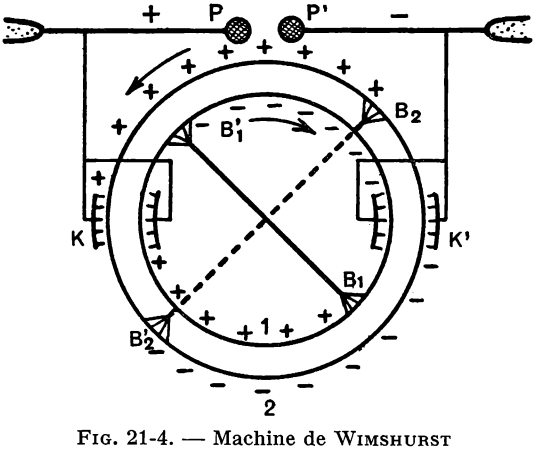


FIG. 21-4. — Machine de WIMSHURST (très schématique).

c) La machine de WIMSHURST, qu'on trouve dans beaucoup de laboratoires, comprend deux plateaux isolants (verre, ébonite), qu'on fait tourner en sens inverses autour d'un axe commun. Ils sont recouverts extérieurement de bandes d'étain équidistantes dirigées radialement (l'expérience montre que la machine peut fonctionner même si ces bandes sont supprimées; supposons toutefois qu'elles existent).

Pour rendre plus claire la *figure 21-4*, les deux plateaux y sont représentés par deux cylindres de révolution coaxiaux 1 et 2, sur lesquels les bandes d'étain seraient collées suivant des génératrices équidistantes. Ces bandes jouent à la fois le rôle des inducteurs I et des transporteurs T de la *figure 21-3*. Les conducteurs à balais B_1 B_1' et B_2 B_2' assurent en temps utile la liaison métallique entre bandes d'étain diamétralement opposées. Les pôles PP' sont reliés aux peignes en fer à cheval K et K'. On voit sur la figure comment les charges séparées par influence dans B_1 B_1' et B_2 B_2' sont entraînées vers les collecteurs.

La machine s'amorce d'elle-même, *si les plateaux et les supports ne sont pas humides*, grâce à des charges provenant d'un fonctionnement antérieur, ou du frottement des balais. Au besoin, après l'avoir bien desséchée, on la réamorce en en approchant un bâton qu'on a chargé par frottement.

La tension disponible atteint, par exemple, 10^5 V, et le courant débité 10^{-4} A; on voit que la puissance électrique est très faible (10 W), alors que celle dépensée est considérablement plus grande.

d) Un rendement très supérieur (pouvant dépasser 70 %) est atteint dans certaines machines modernes, résultant des recherches de FELICI.

Les transporteurs y sont des lames métalliques épaisses, dont le profil est choisi de façon que le champ soit constant à leur surface. La densité d'énergie qu'il est possible d'emmagasiner est accrue en opérant dans un gaz comprimé sous une pression de 30 atmosphères.

21-4. — Machines de VAN de GRAAFF.

a) Ce sont des machines à influence pouvant fournir des tensions de l'ordre des mégavolts, et des débits de quelques milliampères.

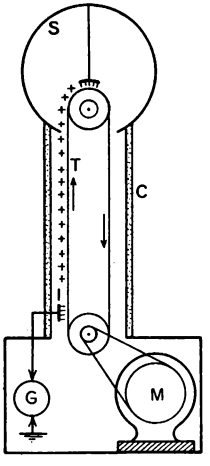


FIG. 21-5. — Machine de VAN DE GRAAFF (principe).

Le transporteur T (*fig. 21-5*) est une courroie isolante qu'entraîne un moteur M. L'inducteur I, en forme de peigne, porté par un générateur auxiliaire G à un potentiel de l'ordre de 10^4V, ionise le gaz par le champ intense qu'il crée et repousse les ions positifs (par exemple) qui vont se fixer sur le transporteur. La courroie se déplace dans une colonne isolante creuse C, qui supporte un conducteur sphérique S creux, fonctionnant comme un cylindre de FARADAY à pointes intérieures. On augmente le potentiel disruptif en enfermant l'ensemble dans une enveloppe étanche contenant un gaz sous pression. On est parvenu ainsi à des potentiels de 10^7 V, avec des sphères de 9 m de diamètre.

On peut bien entendu jumeler deux générateurs de VAN DE GRAAFF, dont les sphères (suffisamment éloignées l'une de l'autre) sont portées à des potentiels opposés.

Signalons encore le dispositif de PAUTHENIER, analogue au précédent, la courroie étant remplacée par des poussières chargées d'ions et entraînées par un courant gazeux très rapide.

b) Les machines les plus récentes (1950) de FELICI et GARTNER comportent, comme celle de VAN DE GRAAFF, un transporteur isolant, mais qui est un cylindre rigide T (*fig. 21-6*), tournant à l'intérieur d'un autre cylindre isolant (stator S) dont il n'est séparé que par un intervalle de quelques dixièmes de millimètre. Cette très petite distance permet (par. 17-18) d'éviter des décharges qui pourraient intervenir entre T et S.

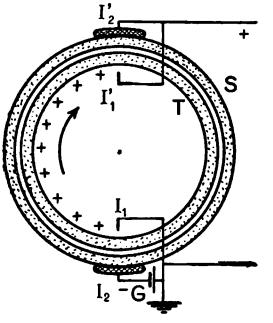


FIG. 21-6. — Machine de FELICI-GARTNER.

Deux conducteurs en forme de lame I_1 I'_1 sont disposés à l'intérieur et à proximité du rotor T, aux extrémités d'un plan diamétral, vis-à-vis de deux électrodes larges I_2 I'_2 appliquées sur le stator. Un générateur auxiliaire G établit entre I_1 et I_2, une tension de quelques dizaines de kilovolts, et la face interne de T transporte les ions positifs émis par I_1 jusqu'en I'_1, où ils sont captés.

On peut montrer que la face externe contribue également au transport, dans un sens favorable, d'ions existant entre T et S. Un modèle dont les dimensions sont de l'ordre de 20 cm de long et 15 de diamètre (pour le rotor) permet d'atteindre une tension de 2.10^5 V et un débit de 2,5 mA, soit une puissance de 500 W, avec un rendement de 90 %.

B. — *GÉNÉRATEURS ÉLECTROCHIMIQUES*

Dans cette catégorie rentrent les piles hydroélectriques et les accumulateurs. Les forces électromotrices sont en général de l'ordre de 1 à 2 volts par élément, mais on peut grouper ceux-ci en série, pour constituer des « batteries » de moyenne ou haute tension. Les accumulateurs ont actuellement encore d'importantes applications; les piles, qui ont rendu de grands services au début de l'étude des courants (de 1800 à 1880 environ) n'ont plus que des usages très limités depuis qu'on sait réaliser des génératrices à induction moins encombrantes (à puissance égale), et dont le rendement est bien meilleur. Nous limiterons leur étude à quelques points essentiels.

21-5. — Piles hydroélectriques.

a) Une pile hydroélectrique (on dit simplement une *pile*) comprend deux électrodes métalliques, réunies par une ou plusieurs solutions d'électrolytes dans l'eau; les électrodes sont reliées au piles par deux fils d'un même métal, tel que cuivre ou platine.

Pour qu'il existe une f.é.m., il est évidemment nécessaire que la pile présente une dissymétrie. On a vu que tel est le cas de la pile de VOLTA (par. 20-5). Dans la pile de GROVE (*fig. 21-7*), deux électrodes de platine plongent dans une solution L d'acide sulfurique, mais sont maintenues en contact l'une

avec une atmosphère d'hydrogène, l'autre avec une atmosphère d'oxygène; c'est cette dernière électrode qui est au potentiel le plus élevé et la f.é.m. est 1,1 V; cette pile ne peut débiter que de très faibles intensités, ou bien ne peut fonctionner qu'un temps très court (par. 21-10).

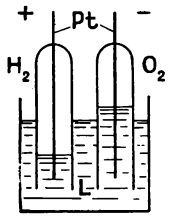


FIG. 21-7. Pile de GROVE.

Dans les piles de concentration (par. 20-11), la dissymétrie tient à l'électrolyte lui-même, mais la f.é.m. est très petite : 0,06 V, par exemple, pour une pile formée de deux électrodes d'argent plongeant respectivement dans des solutions de $AgNO_3$, de concentrations 0,1 et 0,01 équivalent kg par m^3.

b) Lorsqu'on fait débiter une pile de ce type, le passage du courant tend à uniformiser la concentration, et c'est l'énergie de dilution qui se retrouve sous forme électrique (en dehors des faibles échanges de chaleur avec le milieu ambiant, pouvant correspondre à un effet PELTIER). Dans toutes les autres piles, une réaction chimique intervient, et c'est principalement l'énergie qu'elle libère qui apparaît sous forme électrique (voir par. 21-9).

Le *tableau 21-1* indique les principaux types de pile ayant eu ou ayant encore un certain intérêt pratique.

TABLEAU 21-1.

Caractéristiques de diverses piles.

Désignation	U[1](V)	Électrode positive	Dépolarisant	Électrolyte	Électrode négative
BUNSEN . .	1,9	C	HNO_3	H_2SO_4	Zn (amalgamé)
GRENET . . (bichromate)	2,0	C	$K_2Cr_2O_7$	H_2SO_4	—
LECLANCHÉ.	1,5	C	MnO_2	NH_4Cl	—
RUBEN. . .	1,4	Hg	HgO	$Zn(OK)_2$	—
FÉRY. . . .	1,2	C	air	NH_4Cl	—
DANIELL . .	1,1	Cu		$CuSO_4$ | $ZnSO_4$	—
WESTON . .	1,0185	Pt — Hg		Hg_2SO_4 | $CdSO_4$	Cd (amalgamé) — Pt

1. Ordre de grandeur (U varie avec la concentration des électrolytes et la température).

21-6. — Pile de VOLTA. Polarisation.

a) La pile de VOLTA, qu'on représente par le schéma :

$$+\ Cu\,|\,H_2SO_4\,|\,Zn\ —,$$

en plaçant un trait vertical aux contacts, a l'avantage d'une grande simplicité; on peut la constituer d'une lame de cuivre et d'une lame de zinc, séparées par une rondelle de papier buvard imprégnée de H_2SO_4 étendu, et *empiler* un grand nombre de tels éléments (*fig. 21-8*) pour en former une batterie (d'où le nom de *pile*).

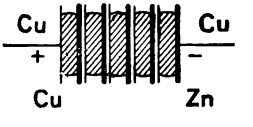


FIG. 21-8. — Pile de 5 éléments VOLTA.

Quand on réunit les bornes par un circuit extérieur (*fig. 21-9*), dans lequel la pile débite un courant I, ce dernier se ferme à l'intérieur en décomposant l'électrolyte H_2SO_4, dont l'hydrogène apparaît sur l'électrode *positive* Cu (celle par où sort le courant), tandis que le radical SO_4 attaque l'électrode Zn pour former du sulfate de zinc.

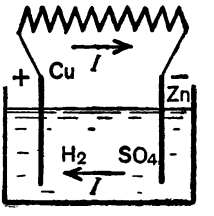


FIG. 21-9. — Électrolyse à l'intérieur d'une pile de VOLTA.

—o— Si l'on projette l'image d'une cuve plate de verre, dans laquelle on a mis de l'eau acidulée par H_2SO_4 et où plongent une lame de cuivre et une lame de zinc amalgamé, quand on réunit celles-ci par un fil conducteur, on voit des bulles d'hydrogène se former sur le cuivre. Lorsque le courant a circulé pendant un certain temps, si l'on fait une prise d'essai du liquide et qu'on lui ajoute très lentement une solution de potasse, on voit se former un précipité blanc d'oxyde de zinc, manifestant la présence de $ZnSO_4$ dissous.

La transformation chimique qui se produit dans la pile se traduit donc par la réaction :

[21,1] $$H_2SO_4 + Zn \longrightarrow ZnSO_4 + H_2.$$

Remarques. — 1° La formule [21,1] permet de comprendre pourquoi les générateurs électrochimiques peuvent fournir des quantités d'électricité beaucoup plus grandes que les générateurs électrostatiques. En se dissolvant, un atome-kg de zinc (65 kg) libère deux électrons par atome, soit $2 \times 9{,}65.10^7$ coulombs. Reliée à l'un des pôles d'une machine électrostatique donnant 10^5 volts, une sphère de zinc de 65 kg, dont le rayon serait égal à 13 cm, prendrait une charge $Q = CV$, soit, d'après [3,9] :

$$Q = \frac{1}{9.10^9} \times 0{,}13 \times 10^5 \simeq 1{,}45.10^{-6}\ \text{C}.$$

2° Le zinc ordinaire est attaqué par l'eau acidulée (ou par l'électrolyte des autres piles à électrode négative en zinc), parce qu'il contient des impuretés, telles que le plomb, qui forment avec lui et avec la solution de minuscules piles en circuit fermé. Il faudrait donc employer du zinc très pur, mais on évite aussi cette attaque en se servant de zinc amalgamé, qu'on obtient en plongeant le métal du commerce, préalablement bien décapé, dans du mercure ou dans une solution d'un sel de mercure.

3° Le fonctionnement de la pile de VOLTA n'est pas réversible : si, en reliant ses pôles à ceux d'un générateur de force électromotrice supérieure, on fait traverser la pile par un courant allant du cuivre au zinc, la réaction qui se produit est :

$$H_2SO_4 + .Cu \longrightarrow CuSO_4 + H_2,$$

et non pas l'inverse de [21,1].

b) Les modifications résultant du passage du courant entraînent une diminution de la f.é.m. de la pile : on dit que celle-ci se *polarise*.

—o— Une pile de VOLTA P débite sur la résistance R (*fig. 21-10*) quand l'interrupteur I est fermé : en ouvrant I et fermant J, on détermine de temps en temps sa f.é.m. à l'aide d'un voltmètre V. On peut tracer ainsi sa *courbe de décharge*, en portant en abscisses les temps t et en ordonnées les valeurs de la f.é.m. U.

FIG. 21-10. Détermination de la courbe de décharge d'une pile.

Quand la pile fournit un courant appréciable, sa f.é.m., qui est d'abord voisine de 1 volt, diminue par suite de la polarisation, d'autant plus vite que le courant est plus intense. Quand la pile reste au repos pendant quelque temps, sa f.é.m. U remonte (en raison d'une « dépolarisation spontanée », cf par 21-10-a); mais U retombe dès qu'on demande de nouveau un courant à la pile (*fig. 21-11*).

La solution de sulfate de zinc qui, dans la pile, entoure l'électrode de zinc ne change pas beaucoup la f.é.m., malgré la modification de l'électrolyte résultant de sa formation. C'est l'hydrogène qui polarise l'électrode de cuivre et diminue la f.é.m., en même temps qu'il augmente la résistance intérieure.

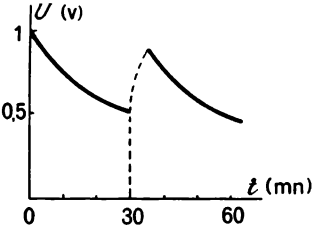


FIG. 21-11. — Exemple de courbes de décharge d'une pile de VOLTA.

—o— Si l'on retire l'électrode de cuivre de la pile polarisée et si on la frotte avec du papier de verre, en la remettant en place, on retrouve à peu près la f.é.m. primitive de la pile non polarisée.

Il en est de même si l'on chauffe fortement cette électrode dans la flamme d'un brûleur.

La polarisation rend pratiquement inutilisables les piles où elle se produit. Mais on peut l'éviter, ou tout au moins la réduire, soit par l'emploi d'un dépolarisant, soit par celui d'électrodes impolarisables.

21-7. — Piles à dépolarisant.

Le dépolarisant est un agent chimique susceptible, en oxydant l'hydrogène, d'éviter son apparition sur l'électrode positive. Sans insister sur les piles de BUNSEN et de GRENET (tableau 21-1), qu'on a cessé d'employer, nous indiquerons les deux procédés suivants :

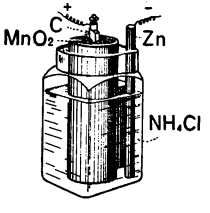


FIG. 21-12. — Pile de LECLANCHÉ.

a) *Dépolarisant solide.* — 1° Dans la *pile de* LECLANCHÉ (*fig. 21-12*), le dépolarisant est du bioxyde de manganèse MnO_2, qui entoure l'électrode positive en charbon; l'électrolyte est une solution de chlorure d'ammonium NH_4Cl. L'électrode négative est, comme dans la plupart des piles, en zinc. La f.é.m. est voisine de 1,5 V.

L'électrolyse entraîne dans le sens du courant les ions NH_4^+, dont la neutralisation donne $NH_3 + H$. L'ammoniac se dissout, et l'hydrogène est brûlé par le bioxyde, suivant la réaction :

$$2\,MnO_2 + H_2 \longrightarrow Mn_2O_3 + H_2O$$

Le chlore libéré sur l'électrode d'entrée (négative) forme du chlorure de zinc $ZnCl_2$ qui se dissout.

La protection de l'électrode positive n'est pas immédiate : la pile se polarise un peu quand elle travaille; mais elle convient bien pour un usage intermittent, car elle se dépolarise dans les intervalles de repos.

Les *piles sèches*, qu'on emploie, notamment, dans les lampes de poche (souvent par batteries de trois), sont des piles de LECLANCHÉ dans lesquelles on a immobilisé l'électrolyte en lui ajoutant de la gélose; on coule le mélange à chaud et il devient solide en se refroidissant. Le zinc forme un cylindre creux, dans l'axe duquel se trouve l'électrode de charbon, entourée d'un aggloméré de bioxyde de manganèse et de graphite (*fig. 21-13*).

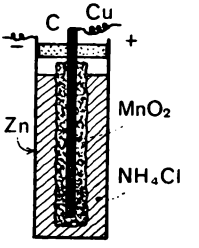


FIG. 21-13.
Pile sèche.

2° La *pile de* RUBEN est formée par la chaîne :

$$+ \text{Hg} \mid \text{HgO} \mid \text{solution de } Zn(OK)_2 \mid \text{Zn} \; -.$$

Le dépolarisant est l'oxyde de mercure. Le zincate de potassium $Zn(OK)_2$ est régénéré par des réactions secondaires et la réaction de décharge peut s'écrire :

$$Zn + H_2O + HgO \longrightarrow Zn(OH)_2 + Hg.$$

La f.é.m. est 1,36 V.

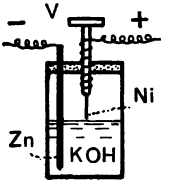


FIG. 21-14.
Dépolarisation par l'air.

b) *Dépolarisation par l'air atmosphérique.* — L'oxygène de l'air, amené au contact du pôle positif de la pile, constitue le dépolarisant le plus économique.

—o— On plonge dans une solution de potasse une électrode de zinc et une électrode formée par un fil de nickel, dont on peut régler à l'aide d'une vis V (*fig. 21-14*) la pénétration dans la solution. Lorsque ce fil est entièrement immergé, la f.é.m. ne dépasse pas 0,5 V (nickel +); si on le sort dans l'air, de façon que son extrémité seule affleure à la surface, la f.é.m. remonte brusquement vers 1,25 V. Le remplacement du nickel par du fer montre que la nature du métal n'a que peu d'influence sur le phénomène.

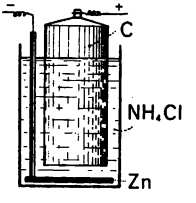


FIG. 21-15.
Pile de FERY.

La *pile de* FERY utilise la chaîne :

$$- \text{Zn} \mid \text{solution de } NH_4Cl \mid \text{C} \; +.$$

L'électrode de zinc est placée horizontalement au fond de la solution (*fig. 21-15*). L'anode est un bloc de charbon *poreux*; la f.é.m. est de 1,5 V. La réaction de décharge est analogue à celle de la pile de LECLANCHÉ :

$$Zn + 2\,NH_4Cl + 1/2\,O_2 \longrightarrow ZnCl_2 + 2\,NH_3 + H_2O.$$

21-8. — Piles à deux liquides.

a) Nous avons vu (par. 20-7) qu'une électrode plongée dans une solution d'un sel de son propre métal est impolarisable. Pour créer une dissymétrie autre que celle des piles de concentration (dont nous savons que la f.é.m. est très faible), on doit faire appel à deux métaux, et par suite à deux liquides. On prend deux sels d'un même acide, pour que le courant ne modifie pas la nature des électrolytes. Ceux-ci sont souvent séparés par une cloison poreuse, ce qui a d'ailleurs l'inconvénient d'augmenter sensiblement la résistance intérieure.

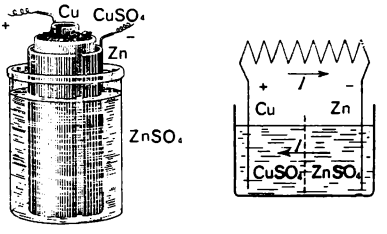


FIG. 21-16. — Pile de DANIELL.

b) Dans la *pile de* DANIELL, une électrode de cuivre baigne dans une solution de sulfate de cuivre en contact avec une solution de sulfate de zinc où plonge une électrode de zinc (*fig. 21-16*); le pôle positif est du côté du cuivre, et la f.é.m. reste voisine de 1,1 V (à la température ordinaire) tant que l'intensité reste modérée.

Quand cette pile débite, le courant va, à l'intérieur, du zinc au cuivre; lors de la décomposition simultanée de $CuSO_4$ et de $ZnSO_4$, le cuivre libéré se dépose sur l'électrode de cuivre, le zinc libéré se fixe sur le radical SO_4 du sulfate de cuivre, et celui du sulfate de zinc attaque l'électrode de zinc. Les transformations chimiques correspondent en définitive à la réaction :

[21,2] $\quad CuSO_4 + Zn \longrightarrow ZnSO_4 + Cu.$

Pour maintenir saturée la solution de $CuSO_4$, on y place un excès de cristaux de ce sel.

Ici, un courant de sens inverse dans la pile (résultant de la présence d'une f.é.m. convenable dans le circuit extérieur) produirait la réaction inverse.

c) La *pile de* WESTON, dont la *figure 21-17* donne le schéma, constitue actuellement le meilleur des étalons de force électromotrice, pouvu qu'on ne la fasse presque pas débiter, ce que permet justement la méthode d'opposition (par. 7-7). Le cuivre et le zinc de la pile de DANIELL y sont respectivement remplacés par du mercure et du cadmium (amalgamé). La force électromotrice, voisine de 1,0183 V à 20 °C, varie très peu avec la température.

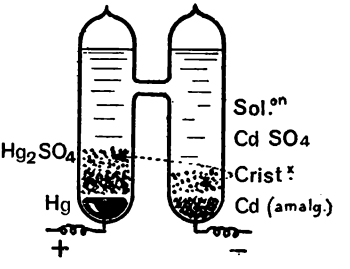


FIG. 21-17. — Pile de WESTON.

21-9. — Notions sur la théorie thermodynamique des piles.

Il est intéressant d'appliquer les principes de la Thermodynamique aux transformations et échanges d'énergie lors du fonctionnement d'une pile, ce qui est possible sans chercher à savoir par quel mécanisme la f.é.m. est produite ni où elle est localisée.

Nous nous limiterons au cas d'une pile où les transformations peuvent être considérées comme *réversibles*; tous les phénomènes qui s'y produisent changent de sens en même temps que le courant, sauf l'effet JOULE : mais on peut rendre celui-ci négligeable en utilisant un courant d'intensité infiniment petite, car il est proportionnel au carré de l'intensité, tandis que les réactions qui se produisent dans le générateur dépendent de la première puissance de I. Ainsi, on peut imaginer la pile associée à une dynamo, à laquelle on impose une vitesse qui produit une force contre-électromotrice très voisine de la f.é.m. U de la pile; en modifiant légèrement cette vitesse, dans un sens ou dans l'autre, on peut déterminer le passage d'un courant infiniment petit dans le sens que l'on veut.

La pile est à la pression atmosphérique, pratiquement constante, et nous supposerons en outre que sa température T (°K) est maintenue constante. Dans ces conditions, l'énergie électrique UQ, qu'elle fournit, quand elle est traversée par une quantité d'électricité Q, est égale à la diminution de son enthalpie libre G (voir tome II, par. 6-11), soit $-\Delta G_T$.

Cette dernière est elle même liée à la diminution $-\Delta H_T$ de l'enthalpie H par la relation de GIBBS-HELMOLTZ (tome II, formule [15,22]) :

$$\Delta G_T = \Delta H_T + T\frac{\partial(\Delta G_T)}{\partial T}.$$

On a par suite :

$$-UQ = \Delta H_T - T\frac{\partial(U.Q)}{\partial T},$$

ou :

[21,3] $$-\frac{\Delta H_T}{Q} = U - T\frac{\partial U}{\partial T}.$$

La diminution d'enthalpie $-\Delta H_T$ est (tome II, par. 5-13) égale à l'énergie que dégagerait, sous forme de chaleur, la réaction qui se produit dans la pile, si aucune énergie électrique n'était mise en jeu.

—o— Si l'on trempe dans une solution de sulfate de cuivre un bâton de zinc, il se recouvre aussitôt d'un dépôt rouge de cuivre, et l'on peut montrer qu'en même temps du zinc est transformé en sulfate de zinc. La réaction :

$$Zn + CuSO_4 \longrightarrow Cu + Zn\,SO_4$$

est la même que dans une pile de DANIELL. Elle se produit ici spontanément, donc avec un dégagement de chaleur équivalent à $-\Delta H_T$, qu'on peut mesurer en opérant dans un calorimètre. On trouve 210.10^6 joule par kilomole transformée.

Cette transformation correspond, dans la pile de DANIELL, au passage de 2 coulombs, 2 étant le nombre de FARADAY.

D'où : $$-\frac{\Delta H_T}{2} = \frac{210.10^6}{2 \times 96{,}510^6} \simeq 1{,}09 \text{ V}.$$

valeur très voisine de la f.é.m. U. Cela tient à ce que, pour cette pile,

$$\frac{\partial U}{\partial T} \simeq 33.10^{-6}\text{V/dg},$$

d'où, à 20 °C :

$$T\frac{\partial U}{\partial T} \simeq 10^{-2}\text{ V}.$$

Ce terme n'est pas toujours aussi faible que dans le cas précédent, où les incertitudes expérimentales limitent la vérification de la formule [21,3].

C'est ainsi que, dans la pile :

$$+ \text{Ag}|\,\text{Ag Cl}\,|\,\text{Zn Cl}^2|\,\text{Zn} —,$$

où se produit la réaction :

$$2\,\text{AgCl} + \text{Zn} \longrightarrow \text{ZnCl}_2 + 2\text{Ag},$$

on trouve :

$$-\frac{\Delta H_T}{2} = 1{,}147\text{ V} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial U}{\partial T} = -\,0{,}41\ 10^{-3}\text{ V/dg},$$

d'où, à 20 °C :

$$-\frac{\Delta H_T}{2} + T\frac{\partial U}{\partial T} = 1{,}147 - 0{,}112 = 1{,}035\text{ V},$$

en bon accord avec la valeur expérimentale de U.

En général, $\frac{\partial U}{\partial T}$ est positif (mais petit), et l'énergie électrique fournie par la pile est légèrement supérieure à l'énergie chimique consommée : la différence correspond à une chaleur empruntée au milieu par effet PELTIER.

21-10. — Principe des accumulateurs électriques.

a) L'énergie électrique fournie par les piles est onéreuse, en raison du prix du zinc transformé. Dans les accumulateurs électriques, on cherche à emmagasiner une énergie électrique provenant habituellement de sources plus avantageuses, en la transformant durant la charge, par des réactions d'électrolyse convenablement choisies, en énergie chimique que l'on pourra de nouveau transformer en énergie électrique au moment voulu durant la décharge, comme dans une pile.

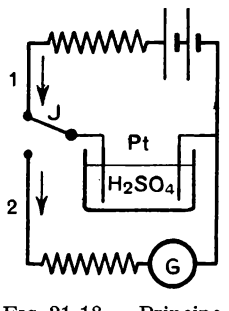


FIG. 21-18. — Principe des accumulateurs.

Tout dispositif d'électrolyse à électrodes polarisables peut servir d'accumulateur.

—o— Électrolysons, entre deux électrodes en platine, par exemple, une solution d'acide sulfurique; quand le courant est passé pendant quelques minutes, relions la cuve à électrolyse à un galvanomètre G (*fig. 21-18*), en faisant passer l'interrupteur J de la position 1 à la position 2 : le galvanomètre dévie, montrant que la cuve est transformée en un générateur dont la f.é.m. est opposée à celle de la source qui produisait l'électrolyse. Nous avons réalisé ainsi un *accumulateur* que nous avons d'abord chargé, puis déchargé.

Avant le passage du courant, les deux lames de platine étaient au même potentiel; il y avait bien une différence de potentiel entre chacune d'elles et le liquide, mais la somme de ces différences de potentiel était nulle par symétrie. L'arrivée des ions sur les électrodes, pendant l'électrolyse, modifie la surface des métaux (en les polarisant) et détruit la symétrie; la somme des deux différences de potentiel correspond à une force contre-électromotrice pendant la charge, et devient une f.é.m. pendant la décharge.

L'hydrogène s'étant dégagé au pôle négatif et l'oxygène au pôle positif durant l'électrolyse, on voit que l'accumulateur ainsi réalisé est analogue à la pile de GROVE (par. 21-5). Lorsqu'on le fait débiter, de l'hydrogène est libéré au pôle positif et de l'oxygène au pôle négatif, ce qui *dépolarise* les électrodes.

Si l'on abandonne celles-ci à elles-mêmes après les avoir polarisées, la f.é.m. s'affaiblit peu à peu et finit par disparaître : il y a *dépolarisation spontanée*, parce que les gaz qui avaient altéré la surface des électrodes disparaissent lentement par diffusion dans le liquide.

b) On appelle *capacité*[1] *d'un accumulateur* la *quantité* d'électricité qu'il peut débiter pendant sa décharge dans des conditions normales d'emploi. Elle est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à la surface des électrodes ou (ce qui revient au même pour des accumulateurs du même type) au poids total. Aussi, en pratique, indique-t-on la capacité par kilogramme. On l'exprime ordinairement en ampères-heure plutôt qu'en coulombs (1 A.h = 3 600 C).

Le *rendement en quantité* est le rapport de la quantité d'électricité fournie pendant la décharge à celle absorbée pendant la charge. Le *rendement en énergie* est le rapport des énergies correspondantes. Il est sensiblement inférieur au rendement en quantité, parce que la tension aux bornes de l'accumulateur est moindre pendant la décharge que pendant la charge.

Parmi les diverses combinaisons d'électrodes et d'électrolytes que l'on a essayées pour réaliser des accumulateurs, celles dont les capacités, les rendements et les prix de revient se trouvent les plus favorables sont les suivantes : plomb-acide sulfurique-plomb; nickel-potasse-fer (ou cadmium); argent-zincate de potassium-zinc. Nous les étudierons ci-après.

c) Les usages des accumulateurs sont très nombreux. Voici les principaux :

1° *Batteries fixes.* — Éclairage des installations privées, en l'absence du secteur. Batteries d'usines permettant de satisfaire aux augmentations temporaires de débit (pointes), de doubler par exemple la puissance d'une usine hydraulique. Batterie des centrales de tramways et de chemins de fer. Batteries de secours d'un réseau, de sous-stations du métro, de théâtres, banques, etc...

2° *Batteries transportables.* — Traction par chemin de fer; tracteurs d'usines, sous-marins. Traction légère; automobiles. Éclairage des trains.

3° *Petits éléments.* — Démarrage des automobiles. Standards téléphoniques. Aviation. Radiotélégraphie (récepteurs portatifs), etc.

1. Ne pas confondre avec la capacité C d'un conducteur ou d'un condensateur, qui s'évalue en farads (chap. 3).

21-11. — Accumulateurs au plomb.

a) Avant d'avoir servi, un accumulateur au plomb comprend deux électrodes de plomb, toujours oxydées à la surface, plongeant dans une solution d'acide sulfurique à 20 %. Pendant la charge (*fig. 21-19*), l'hydrogène va réduire l'oxyde de l'une des électrodes, qui sera l'électrode négative de l'accumulateur, tandis que l'oxygène donne, sur l'autre électrode, du peroxyde de plomb PbO_2; la première électrode devient grise, ce qui est la couleur du plomb réduit, et la seconde devient brune.

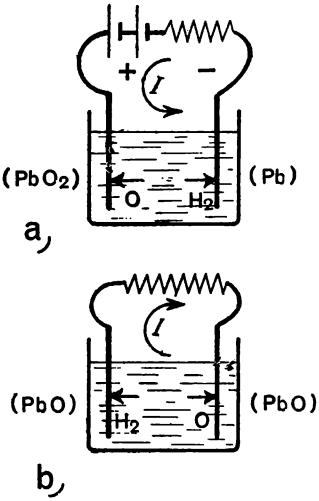


FIG. 21-19. — Accumulateur au plomb : *a*) fin de charge; *b*) fin de décharge.

Pendant la décharge, l'hydrogène va, au contraire, réduire le peroxyde de plomb de la plaque positive, tandis que l'oxygène oxyde l'électrode négative. Des deux côtés, il se fait du protoxyde PbO qui, en présence de H_2SO_4, donne du sulfate $PbSO_4$, et la solution s'appauvrit en H_2SO_4 pendant la décharge; sa densité diminue. A la charge suivante, le sulfate $PbSO_4$ redonne PbO_2 d'un côté et du plomb de l'autre; SO_4H_2 revient dans le liquide, dont la densité remonte. On écrit :

$$Pb + 2\,H_2SO_4 + PbO_2 \rightleftharpoons PbSO_4 + 2\,H_2O + PbSO_4,$$

cette réaction se faisant de gauche à droite pendant la décharge, et de droite à gauche pendant la charge.

Cette théorie, dite de la *double sulfatation*, est certainement imparfaite, et les réactions doivent être plus compliquées, mais elle rend approximativement compte des faits expérimentaux.

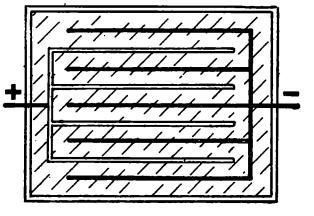


FIG. 21-20. — Accumulateur au plomb : schéma de la disposition des électrodes.

b) En pratique, l'accumulateur (*fig. 21-20*) comprend un grand nombre de plaques positives réunies ensemble et de plaques négatives, également réunies ensemble; on laisse entre les plaques un intervalle très étroit, de quelques millimètres (de façon à limiter la résistance intérieure), en évitant juste qu'elles puissent se toucher.

On introduit à l'avance dans les électrodes, dont chacune est constituée par une grille en plomb antimonié, des couches actives, faites d'une pâte qui contient principalement du minium Pb_3O_4, pour les plaques positives, et de la litharge PbO, pour les plaques négatives. On évite ainsi d'avoir à « former » l'accumulateur, c'est-à-dire à augmenter progressivement sa capacité par de nombreuses charges et décharges successives, comme cela était nécessaire pour les premiers accumulateurs au plomb (PLANTÉ, 1859) dont les lames n'étaient pas oxydées à l'avance.

La résistance intérieure, due surtout aux couches actives des plaques (quand leur distance est faible), est de l'ordre de 0,1 ohm par décimètre carré de plaque positive; elle augmente un peu pendant la charge, pour diminuer de nouveau pendant la décharge.

c) 1° Au début de la charge, la f.é.m. de polarisation, qui était de 1,8 V par exemple, croît rapidement jusqu'à 2,1 V, puis lentement à 2,2 et enfin monte de nouveau très vite à 2,5 V environ (*fig. 21-21-a*). La charge est alors terminée; des bulles gazeuses se dégagent dans le liquide, lui donnent un aspect laiteux et peuvent même produire un véritable bouillonnement. Si l'accumulateur chargé est laissé au repos, sa f.é.m. tombe progressivement à 2,1 V, puis ne décroît plus qu'avec une extrême lenteur.

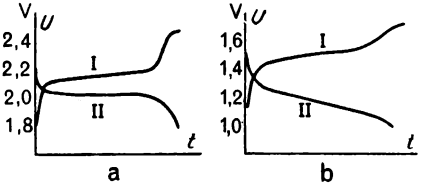


FIG. 21-21. — Exemples de courbes de charge (I) et décharge (II) d'accumulateurs : *a*) au plomb; *b*) au nickel.

2° Pendant la décharge, la f.é.m. descend assez vite à 2 V, puis très lentement à 1,9; ensuite, elle baisse très vite. Il faut arrêter la décharge à 1,8 V et ne pas laisser longtemps la batterie déchargée, pour éviter qu'il se forme sur les plaques une croûte d'un sulfate blanc, qui augmente énormément la résistance, diminue la capacité, et ne disparaît que très difficilement.

d) La capacité est, selon les modèles, de 10 à 20 ampères-heures par kg de plomb, pour un régime de décharge assez lent (10 heures au moins, ce qui limite l'intensité à 1 A par kg de plomb, par exemple). Mais certaines batteries peuvent supporter, au prix d'une réduction de capacité, une intensité beaucoup plus grande (démarrage des automobiles).

Le rendement en quantité peut atteindre 90 %, le rendement en énergie étant inférieur au précédent (de 80 à 85 %).

21-12. — Accumulateurs au nickel.

a) L'accumulateur alcalin, appelé *accumulateur fer-nickel*, est plus robuste que l'accumulateur au plomb et plus facile à entretenir, mais il coûte plus cher et ne présente pas l'avantage d'une f.é.m. presque constante pendant la décharge.

Son électrode positive est un oxyde supérieur de nickel, Ni_2O_3 ou NiO_2, mélangé avec du nickel en poudre, le tout placé dans des tubes en acier nickelé perforés; l'électrode négative est constituée par de l'oxyde de fer, formant des briquettes placées dans des cuvettes en acier nickelé perforées. L'électrolyte est une solution de potasse à 20 %. Le bac, en tôle ondulée nickelée, est hermétiquement fermé pour empêcher que le gaz carbonique de l'air puisse réagir sur la potasse; une petite soupape permet la sortie des gaz formés dans l'accumulateur.

Pendant la décharge, l'oxyde de nickel est réduit et le fer oxydé; l'inverse se produit pendant la charge. On peut admettre les réactions suivantes :

$$Fe + Ni_2O_3 + 3\,H_2O \underset{\text{charge}}{\overset{\text{décharge}}{\rightleftharpoons}} Fe(OH)_2 + 2\,Ni(OH)_2.$$

La potasse étant régénérée, la densité de la solution est invariable.

La *figure 21-21-b* montre les variations de la f.é.m. pendant la charge et la décharge. La résistance interne est plus élevée que celle de l'accumulateur au plomb. La capacité est de l'ordre de 10 à 12 ampères heures par kg. Le rendement en quantité ne dépasse pas 80% environ et le rendement en énergie 60%.

On utilise de préférence aujourd'hui des accumulateurs analogues où le fer est remplacé par du cadmium, ce qui assure une plus longue durée de fonctionnement.

21-13. — Accumulateurs à l'argent.

Leur électrode positive est un mélange d'argent et de peroxyde d'argent, l'électrode négative est en zinc; l'électrolyte est une solution saturée de zincate de potassium $Zn(OK)_2$, qui est régénéré.

Pendant la décharge, l'oxyde d'argent est réduit et le zinc est oxydé, suivant l'équation :

$$AgO + Zn + H_2O \underset{\text{charge}}{\overset{\text{décharge}}{\rightleftharpoons}} Ag + Zn(OH)_2.$$

Les électrodes en poudre sont contenues dans des sacs de cellophane.

Cet accumulateur est beaucoup plus léger que les autres (capacité par kg : 3 à 5 fois celle de l'accumulateur au plomb). Le rendement en quantité atteint 98 % et le rendement en énergie 85 %.

C. — *GÉNÉRATEURS THERMOÉLECTRIQUES ET PHOTOVOLTAÏQUES*

21-14. — F.é.m. de température (effet Thomson). Loi de Magnus.

a) Lorsqu'un conducteur homogène, parcouru par un courant, n'est pas à température uniforme, il est le siège d'échanges de chaleur avec l'extérieur (en général très petits) s'ajoutant à l'effet Joule, et constituant ce qu'on appelle l'effet Thomson.

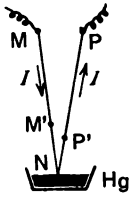


Fig. 21-22. — Mise en évidence de l'effet Thomson.

Cet effet change de signe lorsque le courant change de sens.

—o— Un fil de platine, formé de deux brins presque verticaux de même longueur MN, NP (*fig. 21-22*) est refroidi à sa partie inférieure N par le contact d'un bain de mercure. Le passage d'un courant convenable le porte à l'incandescence : on constate que la limite inférieure de la partie incandescente est située plus bas du côté où le courant monte (en P') que du côté où il descend (en M'), ce qui indique qu'il y a plus de chaleur dégagée en P', où la température va croissant dans le sens du courant, qu'en M' où c'est l'opposé.

Soient J et K deux points du conducteur très voisins (*fig. 21-23*), de températures θ et $\theta + d\theta$; soit dR la résistance de JK. On peut montrer que la puissance transformée en chaleur dans JK, lors du passage d'un courant d'intensité I, est de la forme :

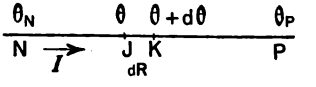


FIG. 21-23. — F. é. m. de température $\int \tau\, d\theta$.

$$[21,4] \qquad d\mathcal{E} = I^2\, dR - \tau I\, d\theta,$$

I étant évalué positivement dans le sens JK. Le « coefficient de THOMSON » τ ainsi défini est positif ou négatif, selon les métaux; l'expérience précédente indique qu'il est négatif pour le platine; il varie avec la température θ.

La relation [21,4] montre que la chute de potentiel infiniment petite entre J et K est :

$$V_J - V_K = I\, dR - \tau\, d\theta.$$

Entre les extrémités N et P d'un fil de résistance R, on a, par suite, l'accroissement de potentiel :

$$V_P - V_N = \int_{\theta_N}^{\theta_P} \tau\, d\theta - RI.$$

L'intégrale est la *f.é.m. de température* de N en P. Lorsque I est nul, elle représente aussi la différence de potentiel $V_P - V_N$: si τ est positif, c'est le point le plus chaud qui est au potentiel le plus élevé.

On comparera utilement les relations qui précèdent avec celles relatives à l'effet PELTIER (par. 20-1).

b) Soit dx la distance JK; au gradient de température $\dfrac{d\theta}{dx}$ correspond un gradient de f.é.m., ou champ électromoteur $\tau \dfrac{d\theta}{dx}$.

Le coefficient de THOMSON τ est de l'ordre des microvolts par degré; il vaut, par exemple, à la température ordinaire, 2,2 μV/dg pour le cuivre, — 8,4 pour le fer.

Sa détermination est plus difficile que celle du coefficient de PELTIER, car ici la nature du phénomène empêche de mesurer la chaleur dégagée en se servant d'un calorimètre, où la température est uniforme. On doit procéder à des évaluations indirectes, à partir d'expériences analogues à celle décrite ci-dessus, ou encore à partir des résultats de l'étude des thermocouples (par. 21-15-c).

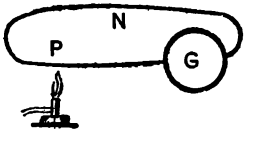


FIG. 21-24. — Vérification de la loi de MAGNUS.

c) Lorsqu'un circuit est formé d'un métal unique (homogène), il n'est le siège d'aucun courant, même si la température n'y est pas partout la même (loi de MAGNUS).

—o— On le vérifie en reliant aux bornes d'un galvanomètre (dont l'enroulement est en cuivre) un fil de cuivre recuit (*fig. 21-24*) : on peut chauffer ce fil fortement en un point quelconque — en évitant naturellement de trop approcher la flamme du galvanomètre — sans que ce dernier dévie.

La loi de MAGNUS découle de l'expression de la f.é.m. de température : si l'on parcourt le circuit, dans un même sens, de N en P et de P en N, les f.é.m. de température de ces deux portions de circuit sont égales et opposées.

21-15. — Thermocouples.

a) On appelle couple thermoélectrique, ou *thermocouple*, un ensemble de deux métaux en série A et B, que nous supposerons d'abord constituer un circuit fermé (*fig. 21-25*). Soient θ_1 et θ_2 les températures de leurs points de jonction S_1 et S_2 qu'on appelle *soudures* (même si A et B sont simplement serrés l'un contre l'autre). L'expérience (SEEBECK, 1826) montre qu'un tel circuit est en général le siège d'un courant.

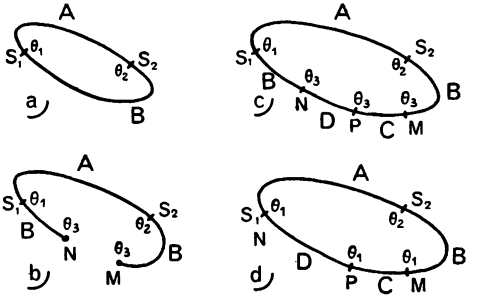


FIG. 21-25. — Thermocouple : *a*) circuit fermé; *b*) circuit ouvert; *c*) métaux intermédiaires; *d*) suppression de l'une des deux parties du métal B.

—o— Un fil de fer est disposé entre deux fils de cuivre et les extrémités de cette chaîne sont réunies aux bornes d'un galvanomètre (*fig. 21-26-a*). Si la température est uniforme, il ne passe aucun courant (loi de VOLTA); si l'on chauffe la soudure S_1, le galvanomètre indique un courant qui va du cuivre au fer à travers la soudure chaude (*fig. 21-26-b*).

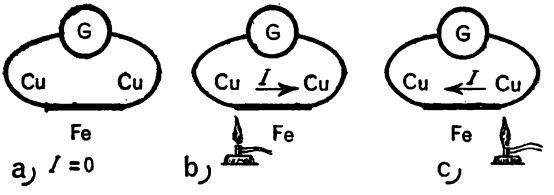


FIG. 21-26. — Production d'un courant par un couple CuFe.

—o— Si l'on ramène S_1 à la température ordinaire et si l'on chauffe maintenant la soudure S_2, le courant change de sens (*fig. 21-26-c*).

b) Les f.é.m. des thermocouples métalliques sont toujours petites : de l'ordre des microvolts par degré d'écart de température entre les soudures; l'une des plus grandes, celle du couple bismuth-antimoine, n'atteint que 0,006 V quand la soudure froide est à 0 °C et la soudure chaude à 100 °C. Mais le circuit peut avoir une résistance très faible, et par suite être parcouru par un courant de plusieurs dizaines d'ampères, pour des différences de température de quelques centaines de degrés. Ces courants sont décelables par le champ magnétique qu'ils créent.

—o— Deux barres, l'une de cuivre, l'autre d'antimoine, sont disposées (*fig. 21-27*) de façon à former un cadre, à l'intérieur duquel se trouve une aiguille aimantée qui peut tourner autour d'un axe vertical. Dès que l'on chauffe l'une des soudures, l'aiguille, d'abord parallèle au cadre, si celui-ci est orienté vers le nord magnétique, dévie fortement.

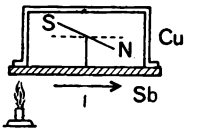


FIG. 21-27. Thermocouple Cu-Sb.

—o— Une tige de cuivre AA′ d'un centimètre de diamètre est soudée à une barre de constantan B (*fig. 21-28-a*). On plonge dans l'eau une extrémité de la tige, afin de maintenir froide la soudure S_1, tandis qu'on place l'autre extrémité dans la flamme d'un bec BUNSEN pour échauffer la soudure S_2. On dispose le conducteur dans un canal pratiqué entre deux plaques de fer P_1 et P_2 qui s'adaptent exactement l'une sur l'autre (*fig. 21-28-b*). Le champ dû au courant aimante le fer et l'électro-aimant à une seule spire ainsi constitué porte aisément un poids de 5 kg.

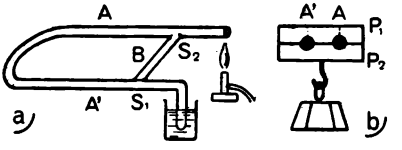


FIG. 21-28. — Électro-aimant thermoélectrique.

c) Désignons par $f(\theta)$ la f.é.m. de PELTIER $A/B = V_B - V_A$ entre les métaux A et B, à la température θ, et par φ_A l'intégrale $\int \tau \, d\theta$ du coefficient de THOMSON pour le métal A; la f.é.m. de température de S_1 et S_2, le long de A, est $\varphi_A(\theta_2) - \varphi_A(\theta_1)$. Soit φ_B l'intégrale analogue relative au métal B.

La f.é.m. du thermocouple, *comptée positivement dans le sens allant de A vers B à travers la soudure à* θ_2^0, est :

$$U = \varphi_A(\theta_2) - \varphi_A(\theta_1) + f(\theta_2) + \varphi_B(\theta_1) - \varphi_B(\theta_2) - f(\theta_1).$$

En posant :

[21,5] $$F = f + \varphi_A - \varphi_B,$$

on peut écrire :

[21,6] $$U = F(\theta_2) - F(\theta_1).$$

Le courant débité, compté positivement dans le même sens que U, est :

$$I = U/R,$$

R étant la résistance totale du circuit.

d) Si l'on ouvre en un point quelconque du métal A ou du métal B la chaîne fermée d'un thermocouple, et *si les deux extrémités*, soient M et N, *sont à la même température* (*fig. 21-25-b*), il existe entre elles la différence de potentiel U calculée ci-dessus.

Si l'on intercale entre M et N un ou plusieurs métaux C, D,..., la force électromotrice totale reste la même, *pourvu que les soudures intermédiaires aient*

toutes même température, soit θ_3 (*fig. 21-25-c*). Cette propriété, connue sous le nom de *loi des métaux intermédiaires,* résulte immédiatement des lois de VOLTA et de MAGNUS. Elle permet d'une part de réaliser les contacts par de véritables soudures, faites à l'aide d'un métal auxiliaire (et de leur donner ainsi une résistance faible et constante), d'autre part d'introduire dans le circuit du thermocouple, moyennant la précaution indiquée ci-dessus, des appareils convenables pour la mesure de U ou de I (potentiomètres, galvanomètres...).

—o— On peut vérifier la loi de MAGNUS (par. 21-14-c), dans le cas d'un fil de métal homogène quelconque, par l'expérience de la *figure 21-24* (en utilisant un galvanomètre G dont l'enroulement est en cuivre), pourvu que la région chauffée P soit assez éloignée des bornes de G.

—o— Si l'on opère ainsi sur un fil de laiton, tant qu'on ne déplace pas la flamme, le galvanomètre reste au zéro; mais il dévie, soit dans un sens, soit dans l'autre, quand on chauffe l'une ou l'autre des régions immédiatement voisines de celle précédemment chauffée. C'est que cette dernière s'est trouvée recuite, et que, dans la seconde partie de l'expérience, elle forme un thermocouple avec le laiton non recuit.

La *figure 21-25-d* correspond au cas particulier où N est en S_1, ce qui permet de supprimer l'une des parties du métal B, mais oblige à confondre θ_3 avec θ_1.

e) Soient trois thermocouples, formés respectivement des métaux A-B, C-B et C-A, leurs soudures étant maintenues aux mêmes températures θ_1 et θ_2. Avec des notations analogues aux précédentes, on peut écrire :

$$F(A, B) = A/B + \varphi_A - \varphi_B$$
$$F(C, B) = C/B + \varphi_C - \varphi_B$$
$$F(C, A) = C/A + \varphi_C - \varphi_A.$$

D'où, comme (par. 20-3) :

$$A/B = A/C + C/B = C/B - C/A,$$
$$F(A, B) = F(C,B) - F(C,A),$$

et par suite :

[21,7] $$U(A,B) = U(C, B) - U(C, A) = U(A,C) - U(B, C).$$

Cette formule exprime ce qu'on appelle la *loi des métaux successifs.* Elle permet, si l'on connaît les f.é.m. des couples des divers métaux avec un même métal de référence C, d'en déduire par différence la f.é.m. d'un couple quelconque de ces métaux. On choisit habituellement le plomb comme métal de référence.

La relation [21,7] montre qu'on peut classer les métaux dans un ordre tel que si l'on construit un couple avec deux d'entre eux, le courant va *du premier au second à travers la soudure la plus chaude.* On trouve ainsi, au voisinage des températures ordinaires, la suite :

Bi, Ni, Pt, Cu, Hg, Pb, Sn, Au, Ag, Zn, Fe, Sb.

21-16. — Variations de la f.é.m. d'un thermocouple en fonction des températures.

a) Considérons un même thermocouple, dont les soudures S_1 S_2 sont portées respectivement aux températures θ_1 et θ_2, puis θ_0 et θ_2, puis θ_0 et θ_1. Les f.é.m. correspondantes sont, d'après [21,6] :

$$U_{\theta_1}^{\theta_2} = F(\theta_2) - F(\theta_1),$$
$$U_{\theta_0}^{\theta_2} = F(\theta_2) - F(\theta_0),$$
$$U_{\theta_0}^{\theta_1} = F(\theta_1) - F(\theta_0).$$

D'où :

[21,8] $U_{\theta_1}^{\theta_2} = U_{\theta_0}^{\theta_2} - U_{\theta_0}^{\theta_1}$ (loi dite des *températures successives*).

Il suffit donc, ayant choisi arbitrairement θ_0, de connaître U_0^{θ} en fonction de θ pour pouvoir calculer la f.é.m. du couple entre deux températures quelconques.

b) La dérivée $p = \dfrac{dU}{d\theta}$ est appelée *pouvoir thermoélectrique* du couple. On peut, dans d'assez nombreux cas, la considérer, avec une approximation suffisante, comme une fonction linéaire de θ :

$$p = a + b\,\theta,$$

c'est-à-dire que la f.é.m. (qui s'annule pour $\theta = \theta_0$) est de la forme :

[21,9] $$U = a(\theta - \theta_0) + \frac{b}{2}(\theta^2 - \theta_0^2).$$

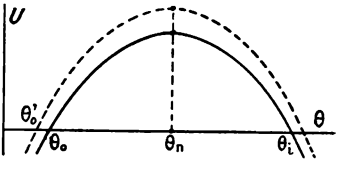


FIG. 21-29. — F.é.m. thermoélectrique à variation parabolique (cas où a est > 0 et $b < 0$).

La courbe représentative $U = f(\theta)$ est alors voisine d'une parabole (*fig. 21-29*). U est maximum (en valeur absolue) pour $p = 0$, donc à la température (dite du *point neutre*) $\theta_n = -\dfrac{a}{b}$. Elle change de signe pour la température (dite d'*inversion*) θ_i, telle que

$$0 = a + \frac{b}{2}(\theta_i + \theta_0),$$

d'où :

$$\theta_i = -\frac{2a}{b} - \theta_0.$$

—o— Si l'on chauffe progressivement l'une des soudures d'un couple fer-cuivre (*fig. 21-26*), on voit le spot du galvanomètre s'écarter d'abord rapidement de son point de départ, puis se ralentir, s'arrêter (point neutre) et revenir en arrière; il finit par repasser par sa position d'équilibre (point d'inversion) et dévie ensuite de l'autre côté.

Si l'on cesse de chauffer, les mêmes phénomènes se reproduisent dans l'ordre inverse pendant le refroidissement.

Si l'on donne à la soudure qui était maintenue à θ_0 une autre température constante θ'_0, cela ne modifie pas le point neutre : la parabole garde le même axe de symétrie, mais subit une translation parallèle à l'axe des U, ce qui est conforme à la loi des températures successives, qui s'écrit ici :

$$U^{\theta}_{\theta'_0} = U^{\theta}_{\theta_0} + U^{\theta_0}_{\theta'_0}$$

Si le domaine d'emploi d'un thermocouple est assez éloigné du point neutre la parabole y est voisine de sa tangente, et la relation entre U et θ est approximativement linéaire.

c) Le *tableau 21-2* donne les valeurs des coefficients a et b pour les couples formés par divers métaux avec le plomb. La présence d'impuretés peut les faire varier notablement.

Ce tableau permet, par exemple, de calculer les coefficients a et b de la f.é.m.

$$U(\text{Fe, Cu}) = U(\text{Fe, Pb}) - U(\text{Cu, Pb}).$$
$$a = -16{,}7 - (-2{,}7) = -14\,\mu\text{V/dg}$$
$$b = 0{,}030 - (-0{,}008) = 0{,}038\,\mu\text{V/dg}^2$$

D'où, pour $\theta_0 = 15^{\circ}\text{C}$ et $\theta = 16\ ^{\circ}\text{C}$,

$$U = -14 + (0{,}019 \times 31) = -13{,}4\,\text{V}$$

Les formules ci-dessus donnent pour la température du point neutre, $\theta_n = -\dfrac{a}{b} = 370\ ^{\circ}\text{C}$ et pour celle du point d'inversion : $\theta_i \simeq 725\ ^{\circ}\text{C}$.

Mais ces valeurs calculées sont très incertaines, b n'étant connu que grossièrement.

TABLEAU 21-2

Coefficients du pouvoir thermoélectrique.
$p(\text{X, Pb}) = a + b\theta$

Métal ou alliage X	a (V.dg^{-1})	b (V.dg^{-2})
Bismuth	$75.\ 10^{-6}$	$-3{,}2\ 10^{-8}$
Constantan	38 —	— 8,9 —
Nickel	19 —	+ 3,0 —
Platine	3,0 —	+ 3,2 —
Cuivre	— 2,7 —	— 0,78 —
Or	— 2,9 —	— 0,93 —
Fer	— 16,7 —	+ 3,0 —
Antimoine	— 35 —	— 14 —

21-17. — Usages des thermocouples.

a) La petitesse des f. é. m. des thermocouples conduit souvent à en associer un certain nombre en série, pour constituer des *thermopiles* (*fig. 21-30*). Toutes les soudures de rang impair, par exemple, sont maintenues à la température

ordinaire θ_0, tandis que celles du rang pair sont chauffées (ou refroidies) à θ. Un avantage d'une telle pile est d'avoir une résistance intérieure très faible.

C'est l'énergie thermique fournie aux soudures chaudes qui est transformée en énergie électrique, contrairement à ce qui se produit dans l'effet JOULE. Mais une petite partie seulement de cette énergie thermique est transformée; le reste passe des soudures chaudes aux soudures froides par conduction thermique et est restitué, toujours sous forme de chaleur, par les soudures froides, qu'il est nécessaire de refroidir pour maintenir leur température constante. Le rendement est très mauvais : le centième au plus de la chaleur dépensée par la source chaude est transformé en énergie électrique. On comprend que, dans ces conditions, ces piles n'aient pas, jusqu'ici, été utilisées industriellement comme générateurs.

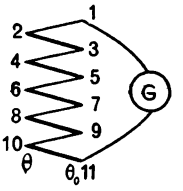


FIG. 21-30. Thermopile.

b) Si dans un circuit métallique thermoélectrique, on veut réduire la résistance par l'emploi de conducteurs courts et à large section, on augmente en même temps la conduction de chaleur. Comme d'ailleurs la conductivité thermique λ d'un métal est sensiblement proportionnelle à sa conductivité électrique γ (loi de WIEDEMANN, par. 19-2), le choix des composantes du couple est surtout conditionné par la recherche d'un pouvoir thermoélectrique p élevé.

Dans les semi-conducteurs, p et γ dépendent beaucoup de la concentration des porteurs de courant, alors que ce sont surtout les atomes du réseau qui déterminent λ. On peut trouver des rapports γ/λ bien plus grands que dans le cas des métaux, associés à des forces électromotrices plus élevées (des centaines de microvolts par degré). Aussi envisage-t-on d'employer pratiquement des thermocouples au silicium, par exemple, comme transformateurs d'énergie.

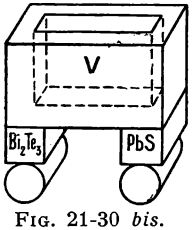


FIG. 21-30 *bis*. Réfrigérateur à effet PELTIER.

c) Inversement, il est possible, en introduisant des semi-conducteurs dans le dispositif de la figure 20-1, de réaliser des *réfrigérateurs à effet* PELTIER.

—o— La *figure 21-30 bis* représente un ensemble cuivre-tellurure de bismuth ***p***, sulfure de plomb ***n***, dans lequel le passage d'un courant de dix ampères produit en un quart d'heure la congélation de quelques cm^3 d'eau placés en V initialement à la température ordinaire (les dimensions des éléments constitutifs sont de l'ordre du centimètre).

d) Un thermocouple ou une thermopile peut constituer un thermomètre commode. Il suffit de mesurer sa f.é.m., ce qui peut se faire avec précision par la méthode d'opposition, ou plus simplement à l'aide d'un microvoltmètre pour en déduire, après étalonnage, quand la température de l'une des soudures ou des rangées de soudures est connue, celle de l'autre.

Dans les pyromètres thermoélectriques (*fig. 21-31*), un couple unique : cuivre-constantan, ou fer-constantan, ou chromel-alumel, ou platine-platine

rhodié... (voir tome II, par. 3-11 et 3-15), permet de mesurer une température élevée, comme celle d'un four, avec une approximation de quelques degrés (quelques dixièmes de degré si l'on maintient bien constante la température θ_0, ce qu'on peut faire en entourant de glace fondante les soudures des raccords entre le couple et l'appareil de mesure).

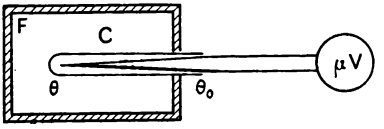


FIG. 21-31. — Pyromètre thermoélectrique. F, four; C, canne protectrice.

On emploie des piles à nombreuses soudures pour mesurer de très petites différences de température au voisinage de la température ordinaire; ces piles permettent d'étudier les radiations lumineuses tout le long de l'échelle des longueurs d'ondes. Elles ont servi à faire l'étude du corps noir, à déterminer la constante de la loi de STEFAN; elles interviennent dans la plupart des pyromètres à rayonnement total (cf. tome II, chap. 20).

Le *microradiomètre*, qui a servi aux mêmes usages, comprend un galvanomètre à cadre mobile G, dont le cadre est formé d'une spire, faite de deux métaux soudés; on fait tomber la radiation que l'on étudie sur l'une des soudures, tandis que l'autre est protégée, et l'on mesure la déviation du cadre (*fig. 21-32*).

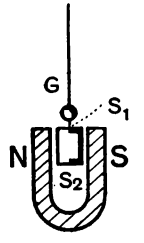


FIG. 21-32. Microradiomètre à thermocouples.

e) Dans certains galvanomètres et ampèremètres thermiques, on mesure à l'aide d'un couple thermoélectrique l'élévation de température d'un conducteur parcouru par le courant dont on veut déterminer l'intensité. Ces appareils, sur lesquels nous reviendrons au tome VII, présentent l'avantage, commun à tous les appareils thermiques, d'être insensibles aux champs magnétiques extérieurs et de pouvoir servir pour les courants alternatifs.

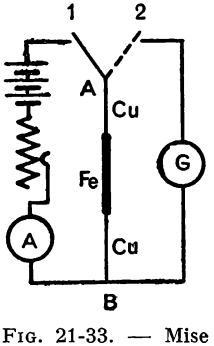


FIG. 21-33. — Mise en évidence de l'effet PELTIER.

f) Signalons enfin qu'il est possible, grâce au courant débité par un thermocouple, de mettre en évidence l'effet PELTIER autrement que par des mesures calorimétriques (cf. par. 20-1).

—o— Une tige de fer est soudée à deux tiges de cuivre (*fig. 21-33*); chaque tige a 10 cm de long et 6 à 7 mm de diamètre. Les extrémités A et B de l'ensemble de ces tiges peuvent être reliées par un commutateur soit à une source de courant continu, avec interposition d'un rhéostat convenable (position 1), soit aux bornes d'un galvanomètre sensible, mais peu résistant (position 2). On fait passer dans les tiges un courant de l'ordre de 15 ampères pendant une minute environ, puis on relie A et B au galvanomètre : celui-ci dévie parce que l'une des soudures s'était échauffée plus que l'autre.

Si l'on recommence l'expérience en faisant passer les 15 ampères en sens contraire, le galvanomètre dévie aussi dans l'autre sens.

21-18. — Application de la thermodynamique aux thermocouples.

Un couple thermoélectrique est une machine thermique, qui fournit de l'énergie électrique en échangeant de la chaleur avec une source chaude à la température absolue T_2 et une source froide à la température absolue T_1. L'application du second principe de la thermodynamique à une telle machine ne conduit à des égalités que lorsque son fonctionnement est réversible (tome II, par. 7-2). Dans un circuit thermoélectrique, les échanges de chaleur ne sont, en toute rigueur, jamais réversibles, car le flux de chaleur dû au gradient de température (tome II, par. 4-12) et l'effet JOULE sont des phénomènes irréversibles. Mais si les fils conducteurs sont longs et fins, le flux de chaleur est faible, l'intensité du courant est également faible, l'effet JOULE devient négligeable devant les effets PELTIER et THOMSON, et nous pouvons alors appliquer le principe de CARNOT.

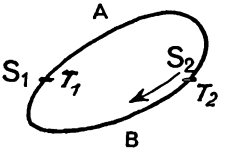


FIG. 21-34. — Application de la thermodynamique à un thermocouple.

Parcourons le circuit de la *figure 21-34* dans le sens de la flèche et écrivons que la variation totale d'entropie pendant l'unité de temps est nulle. Soient ϖ_1 et ϖ_2 les coefficients d'effet PELTIER en S_1 et S_2, la convention de signe étant celle du par. 20-1 : les augmentations d'entropie aux soudures sont $-\frac{\varpi_2 I}{T_2}$ et $\frac{\varpi_1 I}{T_1}$.

Le long des deux conducteurs, elles ont pour valeurs : $-\int_1^2 \tau_A I \frac{dT}{T}$ et $\int_2 \tau_B I \frac{dT}{T}$.

D'où, en supprimant le facteur commun I :

$$\frac{\varpi_1}{T_1} - \frac{\varpi_2}{T_2} - \int_1 \frac{\tau_A}{T} dT + \int_1^2 \frac{\tau_B}{T} dT = 0.$$

Si la différence $T_2 - T_1 = dT$ est infiniment petite, la relation précédente devient :

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{\varpi}{T}\right) + \frac{\tau_A - \tau_B}{T} = 0$$

ou : [21,9]
$$-\frac{\varpi}{T} + \frac{d\varpi}{dT} + \tau_A - \tau_B = 0.$$

Le principe de conservation de l'énergie donne une seconde relation : la puissance électrique UI, fournie par la f.é.m. thermoélectrique globale U doit être égale aux puissances fournies par les f.é.m. de PELTIER et de THOMSON, soit, en supprimant le facteur commun I :

$$U = \varpi_2 - \varpi_1 + \int_1^2 (\tau_A - \tau_B)\, dT,$$

ce qui n'est autre chose que la relation [21,6].

D'où :

[21,10]
$$\frac{dU}{dT} = \frac{d\varpi}{dT} + \tau_A - \tau_B.$$

En comparant les relations [21,9] et [21,10], on obtient :

[21,11] $$\varpi = T\frac{dU}{dT},$$

(ce qui montre que le coefficient de PELTIER est égal au produit du pouvoir thermoélectrique par la température absolue) et

[21,12] $$\tau_B - \tau_A = T\frac{d^2U}{dT^2} + \frac{dU}{dT} - \frac{dU}{dT} = T\frac{d^2U}{dT^2}.$$

21-19. — Photopiles.

a) Une transformation d'énergie rayonnante en énergie électrique peut intervenir indirectement, par l'intermédiaire de l'échauffement d'une thermopile (au silicium, par exemple; cf. par. 21-17-a). On appelle *générateurs photovoltaïques* des dispositifs réalisant directement cette transformation; ils sont le siège d'une f.é.m. lorsqu'un éclairement convenable tombe sur la surface de séparation de deux milieux différents, dont l'un au moins est un conducteur ionique ou un semi-conducteur.

b) On réserve quelquefois le nom de piles photovoltaïques à des dispositifs métal-électrolyte-métal symétriques, donc sans f.é.m. dans l'obscurité, mais capables de débiter un courant quand l'une des électrodes est éclairée. C'est le cas, par exemple, de lames d'or dans une solution d'acide chlorhydrique. La sensibilité aux très faibles éclairements est parfois grande, mais la fidélité souvent médiocre.

c) On utilise plus souvent des couples comprenant un semi-conducteur en contact avec un autre solide (métal ou semi-conducteur). On a vu (par. 19-17) que des électrons d'un semi-conducteur pouvaient être amenés dans la bande de conduction par l'action de la lumière, laissant en même temps un trou dans la bande de valence. Le champ électrique existant à la jonction entre les deux solides (par. 20-4) peut agir sur les porteurs de charges ainsi libérés; il en résulte une d.d.p. et par suite un courant, si les solides sont réunis par un conducteur extérieur.

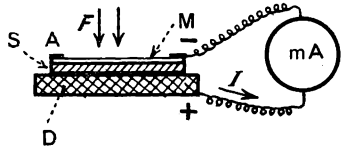


FIG. 21-35. — Couple photoélectrique.

Un *couple photoélectrique*, appelé souvent aussi *photopile* (ou *cellule à couche d'arrêt*) peut être constitué par un disque métallique D (*fig. 21-35*) de quelques centimètres de diamètre (formant l'un des pôles), recouvert d'une couche d'un semi-conducteur S, sur laquelle est un dépôt métallique M (platine ou or) assez mince pour rester transparent; un anneau métallique A en contact avec ce dépôt forme le second pôle. Une fenêtre de verre (ou une couche de vernis) et un boîtier isolant étanche, avec les passages de courant voulus, protègent l'appareil contre l'humidité.

Dans les premières photopiles, le semi-conducteur était de l'oxyde cuivreux formé sur une lame de cuivre; dans les plus répandues actuellement, c'est une couche de sélénium gris (par. 19-17), parfois de sulfure de thallium ou de sulfure de plomb, déposée sur du fer.

—o— En reliant les pôles de l'appareil à un milliampèremètre, on constate que dans l'obscurité il ne passe aucun courant. En éclairant S à travers M, on observe un courant qui croît avec le flux lumineux. Le métal M forme en général le pôle négatif. (C'était l'inverse dans certaines cellules à oxyde cuivreux.)

Si la résistance R de l'appareil de mesure est faible et si le flux éclairant F reste lui-même assez petit, l'intensité I du courant varie à peu près proportionnellement au flux lumineux.

Le rapport I/F, qui dépend, comme dans tout phénomène photoélectrique, de la composition spectrale de la lumière, est, par exemple, de l'ordre de 500 μ A/lm pour la lumière des lampes au tungstène à atmosphère gazeuse.

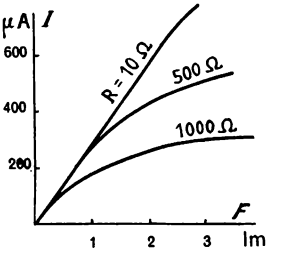


FIG. 21-36. — Exemple de variation du courant d'une photopile avec l'éclairement, selon la résistance extérieure.

A partir d'une certaine valeur de F, d'autant plus faible que R est plus grand, I augmente de moins en moins vite en fonction de F (*fig. 21-36*).

On peut comparer la photopile à un condensateur qui serait chargé en permanence par l'effet photoélectrique, les électrons se partageant entre le circuit extérieur, de résistance R, et une résistance intérieure R_i, qui diminue quand F augmente et peut être de l'ordre des milliers d'ohms; plus R et F sont grands et plus faible est la fraction du courant qui passe dans le milliampèremètre.

On ne peut, par suite, associer utilement la photopile à un amplificateur à triodes (par. 16-11), dont le circuit de grille devrait comporter une résistance de l'ordre du mégohm en série avec la photopile. Celle-ci ne convient donc pas à la mesure des très faibles éclairements.

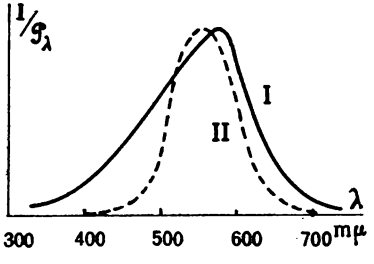


FIG. 21-37. — Exemple de courbe de sensibilité spectrale d'une photopile au sélénium (I) comparée à celle de l'œil (II) rapportée au même maximum.

Les photopiles, simples, légères, robustes, n'exigeant pas de générateur auxiliaire et plus sensibles que les cellules photoémissives, sont très utilisées en photométrie courante, notamment dans les posemètres photographiques. Leur sensibilité spectrale, assez voisine de celle de l'œil (*fig. 21-37*), peut lui être pratiquement comparable, si l'on interpose des filtres colorés bien choisis. Mais leur fidélité n'est pas toujours assurée, et des précautions sont à prendre si l'on recherche une grande précision (Voir tome V).

c) On a réalisé récemment des photopiles dans lesquelles la région où sont libérés les électrons est une jonction silicium ***p***-silicium ***n*** (par. 20-5); leur rendement, très supérieur à celui des précédentes (il peut déjà atteindre 10 %), pourrait rendre possible la transformation directe d'énergie solaire en énergie électrique, si leur prix de fabrication, actuellement très élevé, était suffisamment abaissé.

CHAPITRE 22

DYNAMOS GÉNÉRATRICES ET MOTRICES

22-1. — Principe des magnétos et des dynamos. Réversibilité.

a) Le principe du fonctionnement des générateurs de courant électrique fondés sur l'induction électromagnétique se rattache à l'expérience du cerceau de DELEZENNE (par. 12-1). Considérons (*fig. 22-1*) un circuit MN formé d'une spire plane tournant dans le sens de la flèche f autour d'un axe x'x, dans un champ d'induction magnétique uniforme B normal à x'x. Dans la position figurée, le flux à travers le contour de la spire est nul; il croît, créant d'après la loi fondamentale de l'induction, une f.é.m. de sens indiqué par la flèche f'. Après une rotation de π, le même raisonnement montre que le pôle M devient négatif. On recueille donc entre M et N une f.é.m. U qui change de sens à chaque demi-tour.

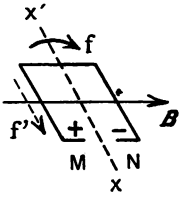


FIG. 22-1. — Principe d'un générateur à induction.

Pour obtenir une f.é.m. toujours de même sens, on utilise un artifice mécanique, le *commutateur*. Les points M et N sont soudés à deux demi-bagues de métal (*fig. 22-2*) sur lesquelles le contact électrique est obtenu par frottement de deux conducteurs fixes, les *balais* P et Q. Ceux-ci sont diamétralement opposés et placés de façon que l'échange des demi-bagues en contact avec un balai donné se produise lorsque U change de signe en s'annulant. Mais la f.é.m. ainsi produite n'est pas constante; elle varie en gros comme le montre la courbe a de la *figure 22-3*, si la rotation de la spire est uniforme. Si l'on associe deux spires identiques, dont les plans sont perpendiculaires entre eux, chacune d'elles donne une courbe $U = f(t)$ analogue à la précédente, mais les maxima de l'une coïncident avec les minima de l'autre (courbes a et b) : la f.é.m. résultante est moins ondulée. En associant de nombreuses spires faisant entre elles des angles égaux, on conçoit qu'on puisse arriver à produire une f.é.m. presque constante (courbe c).

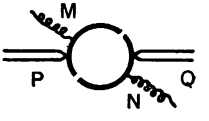


FIG. 22-2. Commutateur.

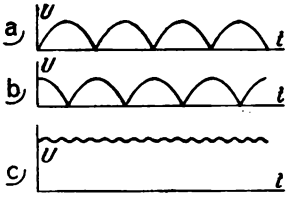


FIG. 22-3. — Obtention d'une f. é. m. quasi constante.

b) Les machines à courant continu, que nous allons étudier sans entrer dans les détails techniques, ont comme organes essentiels : un *inducteur*, ou stator (fixe), un *induit* ou rotor, comportant un bobinage mobile autour d'un axe, dans le champ de l'inducteur, et un *collecteur* à touches et balais permettant d'établir les connexions convenables entre l'induit et un circuit extérieur d'utilisation ou d'alimentation.

Si l'on met l'induit en rotation (à la main ou, le plus souvent, à l'aide d'un moteur), la machine peut (ainsi qu'on l'a vu en ***a***) fonctionner comme *génératrice de courant*. Si l'on fait passer le courant d'un générateur extérieur dans le bobinage du rotor, au lieu d'agir mécaniquement sur lui, il est soumis à des forces électromagnétiques qui le mettent en mouvement, et la machine peut fonctionner comme *moteur électrique*. Pour que le couple agissant sur une spire ne soit pas inversé chaque fois qu'elle a fait un demi-tour, il faut que le courant qui la traverse change de sens périodiquement : l'intervention du collecteur permet d'alimenter le moteur par un courant de sens constant.

Les machines à induction sont donc, en principe, *réversibles* (bien qu'il puisse y avoir lieu de les modifier quelque peu pour passer de l'emploi comme générateur à l'emploi comme moteur). Cela a déjà été indiqué à propos de la roue de BARLOW (par 9-4 et 12-7); mais celle-ci n'a qu'un intérêt de principe, son rendement et sa puissance étant toujours très faibles.

c) L'inducteur est un aimant permanent dans les *magnétos*, qui ne peuvent mettre en jeu qu'une faible puissance, et n'ont que de rares applications. C'est un électro-aimant dans les *dynamos*, dont l'invention par GRAMME (1871), a permis le développement de l'Électricité industrielle.

Les magnétos sont assimilables à des dynamos dont le flux inducteur est déterminé une fois pour toutes : leur fonctionnement est donc un cas particulier de celui des dynamos, que nous allons étudier.

DYNAMOS GÉNÉRATRICES

22-2. — Description. Anneau GRAMME.

a) La *figure 22-4* représente schématiquement une dynamo *bipolaire*, dans laquelle le système inducteur comprend une carcasse C en acier doux coulé, munie de deux pièces polaires N et S, et de deux enroulements de fils de cuivre (bobines d'*excitation*) E_1 E_2 en série; leurs noyaux (en fer) ainsi que les pièces polaires, sont rapportés et vissés sur la carcasse, après que les bobines elles-mêmes ont été mises en place. Le rotor R est formé d'une armature en fer doux, portant l'enroulement induit en fil de cuivre. Il tourne autour de l'axe A, entre les pièces polaires, dont il est séparé par un entrefer aussi étroit (quelques mm) que le permettent les risques de frottement et le laminage de l'air entre rotor et stator.

Les lignes d'induction, fermées sur elles-mêmes, sont représentées en pointillé sur la *figure 22-4*; elles forment deux groupes symétriques par rapport au

plan passant par l'axe A et par le milieu des pièces polaires. Si Φ est le flux total qui traverse l'armature de l'induit, et si celle-ci a la forme d'un cylindre creux, il passe un flux d'induction $\Phi/2$ à la partie supérieure et $\Phi/2$ à la partie inférieure. Dans l'entrefer, les lignes d'induction sont très sensiblement normales à la surface de l'armature de l'induit. Comme il y a des lignes d'induction qui s'échappent dans l'air sans traverser l'armature, le flux total dans les noyaux des bobines d'excitation est $v\Phi$, v étant le coefficient de perte de flux (par. 15-11), qui est de l'ordre de 1,2 à 1,3.

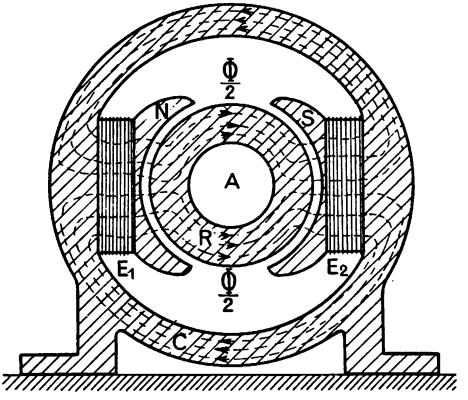


FIG. 22-4. — Coupe schématique d'une dynamo bipolaire (bobinage induit non représenté).

b) Dans l'induit de GRAMME, l'armature présente à peu près la forme d'un anneau, ressemblant à un tore; le fil de cuivre, après être passé sur la surface extérieure, passe à l'intérieur de l'anneau et forme un ensemble de spires en série, recouvrant complètement la surface extérieure et la surface intérieure de l'armature.

L'enroulement est partagé en un certain nombre de bobines ayant toutes le même nombre de spires (*fig. 22-5*); les points de raccord sont réunis à des lames de cuivre ou de bronze phosphoreux, isolées les unes des autres et formant, avec les cales isolantes qui les séparent, un cylindre qui enveloppe l'axe du rotor à l'une de ses extrémités; ce cylindre K constitue le *collecteur*. Sur la surface du collecteur s'appuient, en deux points diamétralement opposés, des balais P et Q destinés à recueillir le courant. Ils sont formés de fils ou de lames minces de cuivre, ou de petits blocs d'un charbon spécial. Il y a souvent un certain nombre de ces charbons alignés le long d'une génératrice du collecteur, constituant une ligne de balais; on augmente ainsi la surface de contact.

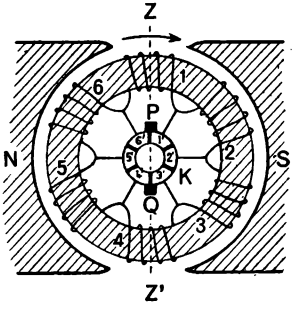


FIG. 22-5. — Schéma d'un anneau GRAMME; le nombre des bobines, égal à celui des touches du collecteur K, est en réalité très supérieur à 6. Z'Z : ligne neutre.

Quand l'induit tourne, toutes les spires situées à gauche d'une certaine « ligne neutre » Z'Z, sensiblement perpendiculaire à la ligne des pôles de l'inducteur, sont le siège de f.é.m. d'induction de même sens, tandis que toutes les spires situées à droite de cette ligne sont également le siège de f.é.m. de même sens entre elles, mais de sens contraire aux précédentes. Le sens de la f.é.m. change, dans chaque spire, quand elle rencontre la ligne neutre, car alors le flux qui la traverse passe par un maximum ou un minimum (en valeur algébrique).

Si les touches du collecteur sont symétriquement placées par rapport aux bobines qu'elles réunissent, c'est dans le plan passant par l'axe et la ligne neutre qu'on dispose les balais reliés au circuit extérieur P X Q; les deux moitiés de l'enroulement sont ainsi associées en parallèle (*fig. 22-6*). La f.é.m. de la dynamo est égale à la somme des f.é.m. induites au même instant dans chaque moitié de l'enroulement. La résistance r de l'induit est la moitié de celle de chacun des demi-bobinages disposés en parallèle, donc le quart de celle du bobinage total.

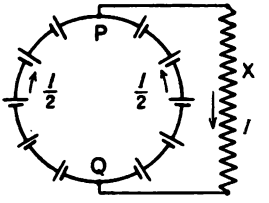


FIG. 22-6. — Association en parallèle des deux moitiés de l'enroulement.

Pendant que l'induit tourne, un balai est successivement en contact avec une touche et avec deux touches du collecteur : dans ce dernier cas, une bobine est en court-circuit et sa f.é.m. est supprimée de la somme. Mais cela se produit quand cette bobine, se trouvant au voisinage de la ligne neutre, est le siège d'une f.é.m. très petite, qu'on peut regarder comme négligeable quand le nombre des bobines est grand. La f.é.m. de la dynamo est pratiquement constante, pour une vitesse donnée.

22-3. — Induit en tambour.

Les parties d'un enroulement en anneau placées sur la face de l'armature voisine de l'axe, ne coupant aucune ligne d'induction, ne sont le siège d'aucune f.é.m; dans la plupart des dynamos, on diminue la quantité de cuivre nécessaire en utilisant l'enroulement en tambour. L'armature a alors la forme d'un cylindre en tôles de fer au silicium (par. 15-8), creux ou plein, feuilleté pour éviter les courants de FOUCAULT; suivant les génératrices sont creusées des gouttières équidistantes, dans lesquelles sont placés les « conducteurs utiles » (*fig. 22-7*); le collecteur est identique à celui de l'enroulement en anneau. Le fil d'induit (qui peut être une barre dans certains cas) est logé dans les gouttières de l'armature et enroulé d'une manière continue, de façon à former encore un circuit fermé sur lui-même. L'armature cylindrique est allongée, de façon que les conducteurs utiles constituent la plus grande part de l'enroulement : les parties normales à l'axe sont des « conducteurs morts ».

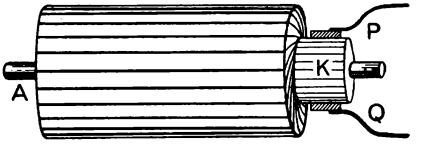


FIG. 22-7. — Induit pour enroulement en tambour, avec son collecteur K.

Prenons comme exemple un tambour à 18 encoches, avec 18 touches au collecteur (*fig. 22-8*). Supposons que nous fassions l'enroulement en partant de la touche 5′ du collecteur, situé en avant; allons de 5′ à l'encoche 1 : le fil est placé dans cette encoche d'avant en arrière, puis revient, par la partie représentée en traits ponctués, jusqu'à l'encoche 10 où il va d'arrière en avant. On a ainsi formé une spire dont les deux longs côtés sont appliqués sur deux génératrices diamétralement opposées de l'armature. L'extrémité de cette spire est reliée à la touche 6′ du collecteur; on repart de cette touche 6′ pour

enrouler une spire dans les encoches 2 et 11; son extrémité est reliée à la touche 7′, et ainsi de suite. Il y a, d'ailleurs, de nombreuses variantes dans la façon de placer les spires successives.

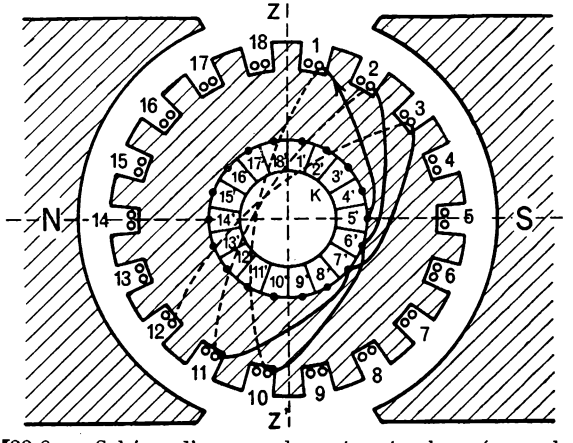


FIG. 22-8. — Schéma d'un enroulement en tambour (vu en bout).

En réalité, on forme chaque fois plusieurs spires dans les deux mêmes encoches diamétralement opposées, avant d'aller à la touche suivante du collecteur; l'ensemble de ces spires forme une bobine; les deux extrémités d'une bobine sont reliées à deux touches voisines du collecteur.

Il est facile de voir que toutes les encoches sont garnies (1 à 18, *fig. 22-9*), alors que la moitié seulement des touches du collecteur (5′ à 14′) a été utilisée; on continue l'enroulement en plaçant une seconde couche dans les mêmes

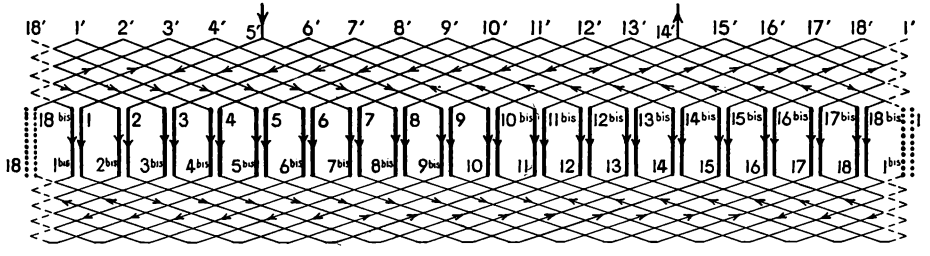


FIG. 22-9. — Schéma d'un enroulement en tambour (développé).

encoches (conducteurs 16 *bis* à 18 *bis* et 1 *bis* à 9 *bis*), de sorte qu'il y a, dans chaque encoche, deux paquets de conducteurs appartenant à deux bobines différentes. On peut aussi juxtaposer dans des encoches différentes, au lieu de les superposer, ces deux paquets de conducteurs.

Pour pouvoir loger plus facilement sur les deux bases du cylindre de l'armature les côtés normaux à l'axe des bobines, on réunit les extrémités d'une bobine à deux touches voisines du collecteur qui se trouvent à 90° de la ligne des encoches contenant les longs côtés de la bobine. Ainsi, la bobine dont les longs côtés sont placés dans les encoches 1 et 10 est reliée aux touches 5′ et 6′.

Quand l'induit tourne, la f.é.m. dont une bobine telle que 1-10 est le siège garde le même sens pendant qu'elle fait un demi-tour, dans lequel elle part de la ligne neutre pour y revenir, c'est-à-dire pendant que la touche 6′ est au-dessus de l'horizontale. Pendant le demi-tour suivant, sa f.é.m. garde aussi le même sens, mais c'est le sens contraire au précédent.

L'ensemble des bobines est donc constamment partagé en deux groupes égaux ayant des f.é.m. égales et opposées : celles dont les touches du collecteur sont au-dessous de la ligne des pôles, perpendiculaire à la ligne neutre, et celles dont les touches du collecteur sont au-dessus de la ligne des pôles. En plaçant les balais P et Q *sur la ligne des pôles*, on mettra encore ces deux groupes de bobines en parallèle par rapport au circuit extérieur.

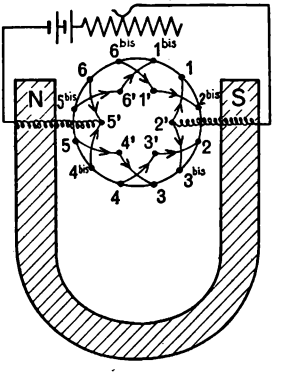


FIG. 22-10. — Petite magnéto de démonstration, avec induit en tambour.

Remarque. — Le nombre total N des « conducteurs utiles » (36 dans le cas de la *figure 22-8*) est nécessairement multiple de 4, puisque celui des bobines (qui ont chacune un nombre pair de fils utiles) est égal à celui des touches du collecteur, qui doit lui-même être pair.

—o— On peut construire simplement un induit en tambour sur un bouchon de liège cylindrique. Marquons sur sa surface latérale douze génératrices équidistantes, que nous numérotons comme l'indique la *figure 22-10.* Six épingles, 1′, 2′, ... 6′, fixées sur une base du bouchon constituent le collecteur. Bobinons du fil de cuivre, de façon à former le circuit fermé 1-4-3′-2-5-4′-3-6-5′-4*bis*-1*bis*-6′-5*bis*-2*bis*-1′-6*bis*-3*bis*-2′-1. Ajoutons une aiguille à tricoter comme axe et deux balais formés de deux lames de clinquant, et envoyons dans l'appareil le courant fourni par un accumulateur. Placé entre les pôles d'un aimant en fer à cheval, dont la ligne des pôles est confondue avec celle des balais, cet induit en tambour se met à tourner : il est plus commode de le faire fonctionner comme moteur que comme générateur.

22-4. — Calcul de la force électromotrice.

a) Considérons un enroulement en tambour. Soit Φ le flux d'induction qui traverse le fer de l'induit, N le nombre total des conducteurs, logés dans les encoches, qui recouvrent la surface latérale de l'armature, enfin f le nombre de tours par unité de temps. Suivons une spire qui effectue un demi-tour, son plan, parti de la ligne neutre, revenant sur la ligne neutre; sa f.é.m., nulle au début et à la fin, a, pour ce demi-tour, une valeur moyenne u. Le temps correspondant est $\frac{1}{2f}$; le flux coupé par chaque côté long de la spire est Φ, donc 2Φ pour les deux côtés. Par suite :

$$u = \frac{2\Phi}{1/2f} = 4f\Phi.$$

A chaque instant, la f.é.m. de la dynamo est la somme des f.é.m. des spires ayant leurs touches du collecteur d'un même côté de la ligne des pôles; ces spires sont réparties régulièrement et la moyenne à un instant donné de leurs f.é.m. est encore u. Il y a $N/2$ spires en tout, donc $N/4$ dont les f.é.m. s'ajoutent à chaque instant; la f.é.m. de la dynamo est donc : $U = \frac{N}{4}u$, ou :

[22,1] $$U = Nf\Phi.$$

La même formule s'applique à un enroulement en anneau, N étant le nombre des spires, c'est-à-dire encore le nombre total de conducteurs qui recouvrent la surface extérieure de l'armature : le nombre de conducteurs actifs, sièges de f.é.m. d'induction, étant le même, la f.é.m. est aussi la même.

Exemple. — Soit : $N = 1\,000$, $f = 25$ t/s, $\Phi = 4.10^{-3}$ weber; la formule donne $U = 100$ volts.

b) *Conséquences.* — 1° Pour une excitation donnée des inducteurs, donc pour une valeur donnée de Φ, la f.é.m. est proportionnelle à la vitesse.

—o— Excitons les inducteurs de façon indépendante, à l'aide d'une batterie d'accumulateurs; un rhéostat permet de régler l'intensité du courant d'excitation. Un moteur entraîne la dynamo et lui donne une vitesse variable à volonté; c'est lui-même un moteur électrique. Si l'on fait varier la vitesse en laissant le courant d'excitation constant, on constate que la f.é.m. U (mesurée à l'aide d'un voltmètre) est proportionnelle à f.

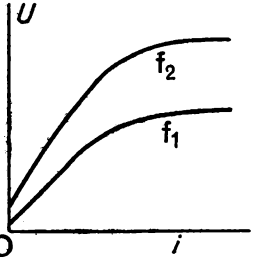


FIG. 22-11. — Caractéristiques $U = f(i)$ à circuit ouvert, à vitesse constante f_1 ou $f_2 > f_1$.

2° Pour une vitesse donnée, la f.é.m. est proportionnelle au flux d'induction Φ.

—o— Faisons maintenant tourner la dynamo avec une vitesse constante et donnons des valeurs croissantes à l'intensité i du courant d'excitation; mesurons chaque fois U, et traçons la courbe $U = f(i)$.

Cette courbe est appelée la *caractéristique à circuit ouvert* de la dynamo; sa forme est (*fig. 22-11*) exactement celle d'une courbe d'aimantation, car ses ordonnées sont proportionnelles à celles de la courbe qui représente Φ en fonction de i.

c) *N. B.* — 1° On sait que Φ ne s'annule pas en même temps que i : le magnétisme rémanent (par. 15-6) joue un rôle sur lequel nous reviendrons.

D'autre part, lorsque l'aimantation de l'inducteur approche de la saturation, il devient désavantageux d'augmenter encore i, ce qui correspond à une puissance croissante dépensée par effet JOULE, sans augmentation sensible de Φ. La théorie des circuits magnétiques (par. 15-11), bien qu'approximative, est appliquée au calcul des dynamos : elle conduit à raccourcir au mieux l'entrefer ainsi qu'on l'a indiqué, pour réduire la réluctance, et à limiter B à 1 à 2 Wb/m².

2° A la valeur moyenne de U, donnée par la formule [22,1], se superposent des fluctuations dont la période est le temps que mettent à se substituer l'une à l'autre deux bobines successives de l'induit. Ces fluctuations sont, sauf cas spéciaux, pratiquement négligeables. Il est plus facile de les réduire, en augmentant le nombre des bobines, sur les induits à anneau (qui sont par suite encore utilisés dans certains cas) que sur ceux à tambour, où l'enchevêtrement de trop nombreux conducteurs de liaisons entre encoches deviendrait inacceptable.

22-5. — Commutation. Calage des balais.

a) Considérons (*fig. 22-12*) une bobine A au moment où, passant sur la ligne neutre, elle est mise en court-circuit par le balai P. La figure est faite dans le cas d'un enroulement en anneau, parce qu'elle est alors plus simple.

Le courant I fourni par la machine est partagé en deux moitiés $I/2$ qui passent l'une par le fil ab, l'autre par a'b'; l'induit avançant dans le sens de la flèche, la touche b' quitte le balai fixe P et le courant qui passait dans a'b' est interrompu; en même temps, le courant $I/2$ doit passer par la bobine A, qui n'était parcourue par aucun courant pendant sa mise en court-circuit, puisque, sur la ligne neutre, elle n'était le siège d'aucune f.é.m. d'induction. La self-induction de A s'oppose à l'établissement du courant $I/2$ et celui-ci continue à passer de la touche b' au balai P par une étincelle de rupture.

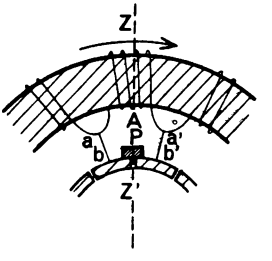


FIG. 22-12. — Commutation sur la ligne neutre.

Pour supprimer ces étincelles, qui useraient rapidement le collecteur, on décale les balais *en avant* (dans le sens du mouvement), de sorte que la bobine A se trouve plus loin que la ligne neutre, au moment où elle est mise en court-circuit. Dans ces conditions, elle est le siège d'une certaine f.é.m., et celle-ci produit dans la bobine en court-circuit un courant dont le sens est tel qu'il se retranche de $I/2$ du côté où la touche du collecteur va quitter le balai. Si ce courant est suffisant, donc si la f.é.m. de commutation réalisée dans la bobine A est suffisante, ce courant annule pratiquement le courant $I/2$ et il n'y a plus d'étincelle de rupture. On augmente la f.é.m. de commutation en augmentant le décalage des balais.

Si l'on décalait les balais en arrière, le courant produit par la f.é.m. dont la bobine A serait le siège s'ajouterait au courant $I/2$ au moment de la rupture, ce qui augmenterait l'importance de l'étincelle.

b) Le décalage entraîne une diminution de la f.é.m. à vide U de la dynamo, puisque les spires comprises entre la ligne neutre et la ligne des balais se trouvent disposées en série avec leurs symétriques par rapport à la ligne neutre (et non en parallèle), de telle sorte que leurs f.é.m. se neutralisent. Comme ces f.é.m. sont faibles (les spires étant voisines de la position où le flux est maximum), la diminution de U n'est pas très marquée. Mais lorsque la dynamo débite, le décalage des balais entraîne un effet supplémentaire (réaction d'induit, par. 22-7) qui peut être plus gênant.

c) C'est pour éviter l'étincelle sans trop décaler les balais, qu'on prend souvent ceux-ci en charbon, leur résistance de contact avec les touches du collecteur étant 10 fois plus grande, par exemple, que celle d'un balai métallique; le courant, qui était d'abord $I/2$, diminue alors progressivement à mesure que la surface de contact du balai avec la touche b′ diminue. Si la vitesse n'est pas trop grande et si la self-induction de la bobine A est assez petite, le courant est déjà presque nul dans a′b′ au moment de la rupture : l'étincelle est très diminuée. Grâce à l'usage des balais en charbon et à l'utilisation d'un collecteur à nombreuses touches, ce qui augmente le nombre des bobines et diminue la self de chacune, on peut souvent, en pratique, avoir une bonne commutation en laissant la mise en court-circuit se faire sur la ligne neutre.

Mais si la vitesse est trop grande, ou si l'on emploie des balais métalliques (dynamos à f.é.m. faible et à grand débit), il faut changer le calage des balais.

22-6. — Déplacement de la ligne neutre.

Quand la dynamo débite un courant, la ligne neutre s'incline elle-même dans le sens du mouvement, à cause de l'aimantation de l'armature par le courant qui parcourt les bobines de l'induit, aimantation secondaire qui vient se superposer à l'aimantation principale de l'armature par les inducteurs.

Cette aimantation secondaire, si elle était seule, donnerait des lignes d'induction traversant les spires de l'enroulement, que nous supposons en anneau, et se fermant dans les pièces polaires comme l'indique la *figure 22-13-a*. Sur la ligne des pôles, ces lignes d'induction sont perpendiculaires à cette ligne; le flux correspondant est appelé *flux transversal.*

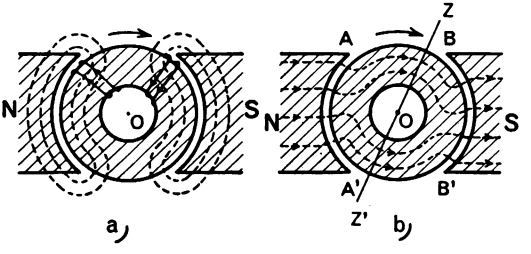


FIG. 22-13. — *a*) Flux transversal dû au courant dans l'induit; *b*) Déplacement correspondant de la ligne neutre.

L'aimantation secondaire renforce l'aimantation principale dans certaines régions et l'affaiblit ailleurs; au total, les lignes d'induction de l'aimantation résultante sont tordues et viennent se resserrer sur la nouvelle ligne neutre Z′Z (*fig. 22-13-b*) : c'est là que l'aimantation est maximum. Le flux est augmenté dans les cornes de sortie A et B′ des pièces polaires, diminué dans les cornes d'entrée B et A′.

Ce déplacement de la ligne neutre conduirait à augmenter encore le décalage des balais dans le sens du mouvement. On diminue beaucoup l'inclinaison de la ligne neutre en saturant, par les inducteurs, le fer de l'induit; dans ces conditions, la perméabilité du fer est très faible, l'aimantation varie très peu quand, la machine débitant un courant, les ampère-tours produits par les spires de l'induit interviennent à leur tour. Cette saturation du fer a aussi pour effet d'améliorer la commutation parce que, la perméabilité du fer étant diminuée, il en est de même du coefficient de self-induction des bobines.

Mais pour les dynamos à grandes vitesses, comme celles qui sont entraînées par des turbines à vapeur, on ne peut plus utiliser cet artifice; il faut, au contraire, éviter la saturation, qui augmenterait d'une façon inacceptable les pertes d'énergie dues à l'hystérésis.

22-7. — Réaction d'induit.

a) L'expérience montre que, lorsque l'induit débite un courant I, la tension V aux bornes est inférieure à $U - r\,I$, r étant la résistance intérieure et U la différence de potentiel à vide (pour des valeurs supposées les mêmes de Φ et f). La différence $(U - r\,I) - V$, qui augmente avec I et avec le décalage des balais, est appelée *réaction d'induit.*

—o— On constate son existence en traçant la « caractéristique en charge » (ou « caractéristique externe ») $V = f(I)$ d'une dynamo à excitation indépendante (*fig. 22-14*).

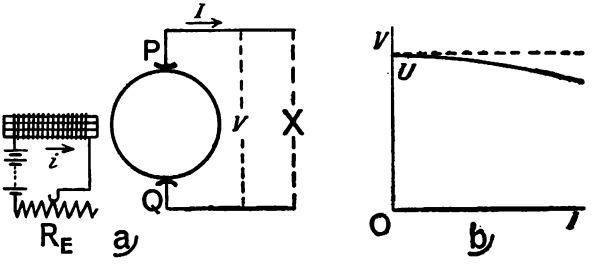


FIG. 22-14. — Dynamo à excitation indépendante : *a*) schéma de montage; *b*) caractéristique en charge.

La réaction d'induit peut être due, pour une part, à ce que le flux transversal provoque, dans les régions où il s'ajoute au flux principal, la saturation du fer de l'induit; sa perméabilité diminue, ce qui entraîne une réduction du flux inducteur.

Un *flux antagoniste*, affaiblissant encore le flux inducteur, résulte d'autre part du décalage des balais. Supposons en effet que la ligne sur laquelle se fait la commutation soit PQ; traçons la ligne P'Q', symétrique (*fig. 22-15*) de la précédente par rapport à la ligne neutre. Le sens du courant est le même dans toutes les spires de l'induit situées de chaque côté de PQ et change quand on traverse cette ligne.

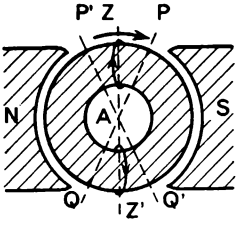


FIG. 22-15.
Flux antagoniste.

Les spires contenues dans les angles PAQ' et P'AQ ne produisent, par symétrie, aucun effet favorable ni nuisible; mais celles qui sont contenues dans les angles PAP' et QAQ' tendent toutes à aimanter l'induit en sens inverse des inducteurs; elles fournissent des ampère-tours antagonistes.

b) Dans les machines à grande vitesse, où la réaction d'induit serait notable, on la compense et on assure une bonne commutation sans décalage des balais, en ajoutant des dispositifs qui produisent dans l'induit un flux de

sens contraire à celui que produit le courant débité. 1° On peut ajouter (*fig. 22-16-a*) des pôles auxiliaires ns, dits *pôles de commutation*, placés sur la ligne perpendiculaire à la ligne des pôles des inducteurs; ils sont excités par des spires peu nombreuses parcourues par le courant I débité par la dynamo; le fer de ces pôles est loin d'être saturé, de sorte que leur action est à peu près proportionnelle à I, comme celle de l'induit lui-même, également non saturé.

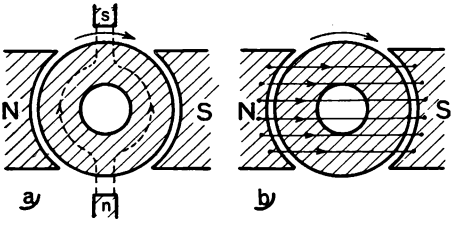


FIG. 22-16. — *a*) Pôles de commutation; *b*) Enroulement de compensation.

2° Pour une compensation plus complète, on emploie un *enroulement de compensation* (*fig. 22-16-b*), dont les spires, logées dans des encoches creusées dans les pièces polaires, entourent l'induit et ont leur plan parallèle à la ligne des pôles. Elles sont parcourues par le courant I que débite la dynamo. C'est le dispositif employé dans les machines à grande f.é.m. et à grande vitesse.

22-8. — Excitation indépendante et autoexcitation.

a) La *figure 22-14-a* représente schématiquement l'alimentation, par une source séparée, des inducteurs d'une dynamo : nous avons vu comment varient sa force électromotrice U, en circuit ouvert, en fonction du courant d'excitation i, à vitesse constante (*fig. 22-11*), et sa tension aux bornes, en fonction du courant débité I, à vitesse et excitation constantes (*fig. 22-14-b*).

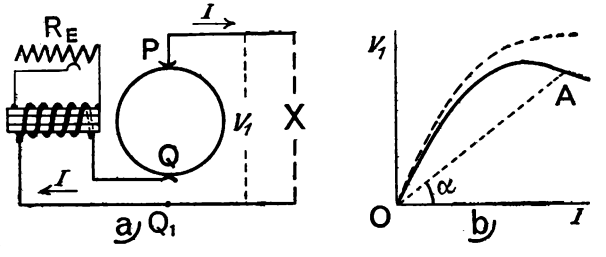


FIG. 22-17. — Génératrice-série : *a*) schéma de montage; *b*) caractéristique.

—o— Si l'on ferme la dynamo sur des lampes de plus en plus nombreuses, toutes en parallèle, on constate que l'éclat des filaments ne diminue que lentement, ce qui prouve que U lui-même diminue peu quand I augmente beaucoup.

Ce genre d'excitation n'est utilisé qu'exceptionnellement, lorsqu'on recherche une grande régularité de débit.

b) *Autoexcitation.* — Presque toujours, c'est le courant fourni par la machine elle-même qui sert, en tout ou en partie, à exciter les inducteurs. L'aimantation rémanente qui subsiste dans ceux-ci produit, au début, un courant induit

très faible; si les connexions sont restées les mêmes que lors du dernier fonctionnement de la machine, ce courant renforce l'action des inducteurs, lesquels réagissent à leur tour sur l'induit, etc. La machine *s'amorce* et atteint rapidement sa puissance normale.

Au cas où, par suite d'une inversion de connexions ou de sens de rotation, le courant initial neutraliserait le magnétisme rémanent, il est facile de réamorcer la dynamo, par une excitation indépendante temporaire de sens convenable.

On peut utiliser les trois modes suivants d'auto-excitation.

22-9. — Génératrices-série.

a) Dans ces machines, tout le courant débité sert à l'excitation ($i = I$), les spires qui produisent les ampère-tours nécessaires étant en série avec le circuit extérieur (*fig. 22-17-a*). Afin de diminuer la perte d'énergie par effet JOULE dans ces spires, où passe une intensité parfois grande, elles sont assez peu nombreuses et faites avec un gros fil de cuivre.

En circuit ouvert, la machine ne peut évidemment pas s'amorcer; il en est de même tant que la résistance R du circuit extérieur (supposé, pour fixer les idées, sans force contre-électromotrice) reste supérieure à une certaine valeur R_0, qu'on appelle la *résistance critique.*

La caractéristique externe à vitesse constante $V_1 = f(I)$ (V_1 étant la tension aux bornes de l'ensemble induit + inducteur), a la forme qu'indique la *figure 22-17-b.* Elle part pratiquement de l'origine, la tension initiale due au magnétisme rémanent étant très faible; elle peut se déduire de la caractéristique externe de la *figure 22-8* (dessinée en trait interrompu) en retranchant des ordonnées de celle-ci la chute ohmique $r\ I$ (r étant ici la somme des résistances de l'inducteur et de l'induit) et, s'il y a lieu, la réaction d'induit.

b) Si l'on joint un point A de la courbe à l'origine O, la tangente de l'angle α est égale à V/I, donc à la résistance extérieure R. Entre O et le maximum de la courbe, une faible variation de R produit un grand déplacement de A, donc une grande variation de V_1 et de I : le régime est instable. Aussi n'utilise-t-on la machine que dans la partie descendante de la caractéristique : V_1 diminue alors quand I augmente.

—o— En fermant la dynamo sur des lampes en nombre croissant, on constate que l'amorçage se produit pour une valeur déterminée de la résistance extérieure; l'éclat des lampes diminue ensuite assez vite.

—o— Si l'on fait tourner la dynamo en sens inverse, l'amorçage ne se produit pas.

On place souvent en parallèle avec l'inducteur un *rhéostat* (dit d'*excitation ou de champ*) R_E grâce auquel on peut réduire à volonté le flux inducteur, pour une valeur quelconque de I, et par suite agir sur la f.é.m. de la machine.

c) Les génératrices-série sont d'une construction simple et se prêtent à l'obtention de tensions élevées. Elles sont cependant assez peu employées, en raison du risque de désamorçage, quand la résistance extérieure est trop grande.

Leur emploi pour la charge d'une batterie d'accumulateurs est à *déconseiller*, comme nous allons le montrer. Soient U la f.é.m. de la dynamo D, U' celle de la batterie B; pendant la charge, celle-ci fonctionne comme récepteur, et l'intensité est $I = \frac{U - U'}{R}$, R étant la résistance totale du circuit. Il n'y a pas intérêt à rendre U très supérieur à U', de sorte que R n'est guère supérieur à la somme (faible) des résistances intérieures de D et de B.

Si, pour une raison quelconque, en particulier par suite d'un ralentissement temporaire du moteur entraînant la dynamo[1], U subit une diminution qui ramène I au voisinage de zéro, la dynamo se désamorce; puis, I ayant pris la valeur $-U'/R$, elle s'amorce en sens inverse de son sens de débit primitif, sa f.é.m. devenant $-U''$. Elle reste ainsi amorcée, même si le moteur d'entraînement a repris sa vitesse normale. L'intensité $-\frac{U'' + U'}{R}$ peut être considérable, puisque les deux f.é.m. s'ajoutent au lieu de se retrancher, et que R est faible : dynamo et batterie débitent presque en court-circuit, ce qui peut les détériorer gravement l'une et l'autre.

22-10. — Génératrices-shunt. Génératrices compound.

a) Dans les dynamos-shunt, l'inducteur est monté en dérivation sur le circuit extérieur (*fig. 22-18-a*); il comporte alors de nombreuses spires en fil de cuivre fin, de façon que le courant i qui le traverse ne soit, en régime normal, qu'une petite fraction du courant induit I.

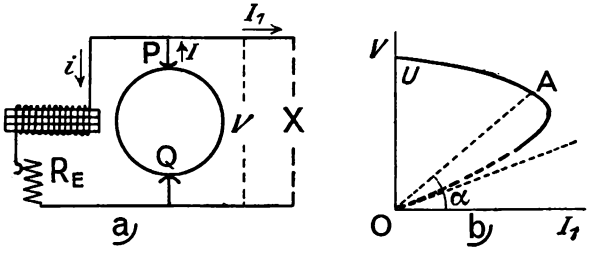


FIG. 22-18. — Génératrice-shunt : *a*) schéma de montage; *b*) caractéristique en charge.

Si le circuit extérieur est ouvert, la machine fonctionne comme une dynamo-série qui serait en court-circuit. La résistance de l'inducteur est suffisante pour que le courant i n'atteigne pas une valeur excessive, mais elle est toujours inférieure à la limite R_0 considérée au par. 22-9-a, de sorte que la machine s'amorce en circuit extérieur ouvert (si son sens de rotation est convenable).

Elle ne s'amorce pas en court-circuit, ni tant que la résistance extérieure est inférieure à une valeur r_0 (dite encore critique), au-dessous de laquelle la fraction passant dans l'inducteur du faible courant débité initialement par l'induit reste insuffisante pour permettre l'augmentation progressive de Φ.

1. Si ce moteur ne lui était plus lié, la dynamo continuerait à tourner dans le même sens, en fonctionnant comme un moteur-série (par. 22-18), et en déchargeant les accumulateurs.

b) Supposons que la machine une fois amorcée, et tournant à vitesse constante, débite sur une résistance extérieure R d'abord très grande, puis décroissante. Le point A, de coordonnées I_1, V (*fig. 22-18-b*), ($I_1 = I - i$ étant l'intensité dans le circuit extérieur) a d'abord pour coordonnées $I_1 \simeq 0$ et $V \simeq U$ (f.é.m. en circuit ouvert). La caractéristique en charge rappelle, dans sa partie initiale, celle de la *figure 22-14-b*, car l'intensité i dans l'inducteur ne diminue d'abord que lentement. Mais quand R devient assez faible, la diminution relative de V se trouve plus rapide que celle de R, et l'intensité I_1 cesse d'augmenter : la caractéristique présente un point d'abscisse maximum, au-delà duquel le fonctionnement est instable.

—o— On peut, avec des lampes en nombre variable, constater que V diminue, assez lentement, quand I_1 augmente.

—o— La machine ne s'amorce que pour un sens de rotation déterminé.

—o— Un ampèremètre et un voltmètre permettent de tracer la caractéristique externe.

L'emploi d'un rhéostat de champ R_E en série avec l'inducteur permet de régler la f.é.m. de la dynamo sans agir sur sa vitesse.

c) Les dynamos-shunt conviennent mal pour l'obtention de tensions élevées, car l'isolement de l'inducteur, qui supporte toute cette tension, devient alors difficile; mais elles ont l'avantage de s'amorcer facilement et conviennent bien pour la charge d'accumulateurs. Si, en particulier, la vitesse venant à diminuer, une batterie B, d'abord en charge, se met à débiter dans la dynamo D, le sens du courant s'inverse dans l'induit, mais non dans l'inducteur; la dynamo, continuant à tourner dans le même sens, fonctionne comme récepteur, et le courant de décharge des accumulateurs reste faible. Dès que la vitesse d'entraînement de D redevient suffisante, la charge de B reprend.

d) Les caractéristiques en charge des dynamos-série et des dynamos-shunt ayant, dans leurs parties initiales, des pentes de sens différents, on peut, en superposant les deux modes d'excitation, rendre la tension pratiquement indépendante du courant débité, entre deux valeurs limites de celui-ci. Dans une *dynamo-compound*, il y a ainsi deux enroulements inducteurs, l'un à spires peu nombreuses en gros fil, l'autre à spires nombreuses en fil fin; le premier, placé en série avec l'induit, est tel que, s'il était seul, le fonctionnement de la machine corresponde à la partie de la caractéristique qui donne un régime instable; mais dans le cas actuel, la stabilité est assurée par l'enroulement en dérivation.

On utilise ces dynamos dans les petites installations où la demande de courant subit d'importantes variations.

22-11. — Dynamos multipolaires et unipolaires.

a) Les dynamos à grande puissance ont toujours $2p$ pôles ($p > 1$), ce qui diminue leurs dimensions. Les pôles inducteurs sont alternativement nord et sud (*fig. 22-19*); les lignes d'induction parties d'un pôle N se partagent en deux moitiés qui, après avoir circulé dans le fer de l'induit, rejoignent les deux pôles S voisins et se ferment dans le fer de la carcasse des inducteurs.

Les lignes neutres sont définies par les sections de l'armature de l'induit où l'aimantation est maximum; leur nombre est égal à celui des paires de pôles. L'enroulement de l'induit peut être parallèle ou série.

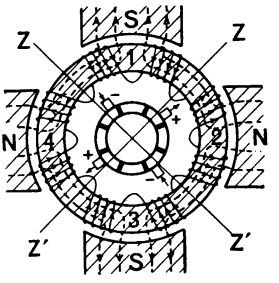


FIG. 22-19. — Schéma d'une dynamo tétrapolaire à enroulement parallèle.

b) Considérons, par exemple, une dynamo *tétrapolaire à induit en anneau et à enroulement parallèle*; ce dernier est identique à celui d'une machine bipolaire. Les 4 régions séparées par les deux lignes neutres ont alternativement des f.é.m. égales et opposées. On dispose 4 balais sur les lignes neutres; ils sont alternativement des pôles + et —. On réunit ensemble les balais positifs, ensemble les balais négatifs, et les points de jonction sont les deux pôles de la machine. De cette façon, les quatre parties de l'induit débitent en parallèle dans le circuit extérieur.

Si l'enroulement de l'induit est en tambour, il faut que les côtés longs d'une même bobine se trouvent placés sous deux pôles inducteurs voisins. Ainsi, s'il y a 4 pôles, ils seront sur des génératrices de l'induit à 90° l'une de l'autre, et non diamétralement opposées. Cela posé, l'enroulement se fait comme dans une machine bipolaire. La f.é.m. est donnée par la même formule : s'il y a 4 pôles, il y a moitié moins de spires ajoutant leurs f.é.m., mais le sens de la f.é.m. change 4 fois par tour dans chaque spire, au lieu de 2, et l'on a toujours :

$$[22,1] \qquad U = N f \Phi,$$

Φ étant le flux d'induction correspondant à un pôle inducteur.

Mais le débit maximum peut être 2 fois plus grand dans la machine tétrapolaire, puisqu'il y a 4 parties d'induit en parallèle au lieu de 2 : la puissance de la machine est doublée.

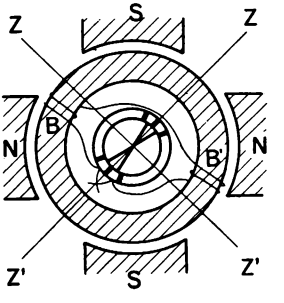


FIG. 22-20. — Schéma d'une dynamo tétrapolaire à enroulement série.

c) Dans une dynamo à enroulement *série* à 4 pôles (par exemple), et à induit à anneau, les connexions sont faites de façon à mettre en série les bobines diamétralement opposées. Supposons qu'après avoir bobiné B, on bobine B′ et qu'on revienne ensuite à la touche du collecteur voisine de celle d'où l'on était parti pour bobiner B (*fig. 22-20*) : de cette façon la moitié seulement des touches du collecteur serait utilisée quand on aurait bobiné tout l'induit; la commutation ne se ferait que pendant un demi-tour sur deux. Pour assurer la commutation pendant l'autre demi-tour, on pourrait relier deux à deux les touches du collecteur diamétralement opposées. Des connexions plus faciles à réaliser permettent d'arriver au même résultat; les 4 régions de l'induit sont toujours, à chaque instant, en série deux à deux et si l'on place les balais de façon qu'ils corres-

pondent à deux lignes neutres consécutives, les deux moitiés des bobines de l'induit sont en parallèle sur le circuit extérieur.

Si l'induit est en tambour, le principe de l'enroulement série est le même. Mais ici, au lieu de former des bobines comme dans l'enroulement parallèle, on emploie l'*enroulement ondulé* : le conducteur avance constamment dans le même sens dans l'enroulement, ses côtés consécutifs se trouvant successivement sous tous les pôles inducteurs. Les conducteurs actifs sont encore partagés en deux moitiés, qui sont en parallèle sur le circuit extérieur.

Le débit est par suite le même que si la machine était bipolaire, mais le sens de la f.é.m. dans une spire, ou un conducteur, change 4 fois par tour, au lieu de 2. On a donc :

$$U = 2\,Nf\Phi$$

et, au total, la puissance de la machine est doublée. Elle serait multipliée par p pour une machine à $2\,p$ pôles.

On emploie les dynamos multipolaires à enroulement parallèle quand on veut une grande intensité, à enroulement série quand on veut une grande f.é.m.

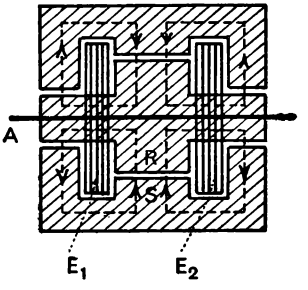


FIG. 22-21. — Principe d'une dynamo unipolaire; A, axe de rotation; E_1, E_2 enroulements inducteurs.

d) Il existe des *dynamos* qui fonctionnent suivant le principe des générateurs *unipolaires*, indiqué au par. 12-7-c, l'aimant étant remplacé par un électro-aimant, dont les lignes d'induction traversent le rotor R et le stator S, comme l'indiquent les traits interrompus de la *figure 22-21*. Les balais (non représentés) frottent sur R, qui ne porte pas d'enroulement. Ces machines, qui peuvent débiter des courants très intenses (milliers d'ampères) sous des f.é.m. faibles sont utilisées pour certaines électrolyses.

22-12. — Rendement d'une dynamo génératrice.

La puissance électrique disponible dans le circuit extérieur est inférieure à la puissance mécanique dépensée pour faire tourner la dynamo. Les pertes de puissance sont dues :

1° à l'échauffement des circuits de l'induit et des inducteurs par effet JOULE : on réduit au mieux leur résistance;

2° aux courants de FOUCAULT dans l'armature de l'induit; pour les réduire, on constitue l'armature de plaques minces de tôle à grande résistivité (voir par. 15-8), perpendiculaires à l'axe de rotation, séparées par des feuilles isolantes. Quand les conducteurs de l'induit sont très gros (machines à grand débit), il peut y avoir des courants de FOUCAULT dans leur section; on les constitue alors par plusieurs lames isolées les unes des autres;

3° à l'hystérésis du fer de l'induit; on la réduit, elle aussi, par un choix convenable du métal (par. 15-8)[1];

1. L'expérience montre, d'ailleurs, que l'hystérésis correspondant à une rotation périodique du fer dans un champ fixe B correspond à une dissipation d'énergie en chaleur (par. 15-7) notablement moindre que celle qui se produirait dans un champ alternatif de direction fixe et d'amplitude $\pm B$.

4° aux frottements divers (arbre de l'induit sur ses paliers, balais sur le collecteur, etc.).

La puissance électrique totale est $U\,I$, U étant la f.é.m., et I l'intensité totale fournie par l'induit. Si J représente la perte de puissance par effet JOULE, la puissance disponible est $U\,I - J$. D'autre part, si F représente la perte de puissance par courants de FOUCAULT, hystérésis et frottements, la puissance mécanique dépensée est $U\,I + F$.

Le rendement ρ est le rapport de la puissance électrique disponible à la puissance mécanique dépensée :

[22,2] $$\rho = \frac{U\,I - J}{U\,I + F}.$$

Ce rendement atteint, dans les machines puissantes, 85 et même 90 %.

Toute la puissance perdue est transformée en chaleur; il faut que cette chaleur puisse se dissiper, pour que la machine ne s'échauffe pas trop. Il faut donc que la surface de refroidissement soit suffisante; on dispose parfois des ventilateurs qui permettent de réduire le volume, pour la même puissance. Dans tous les cas, c'est l'échauffement de la machine qui limite sa puissance.

B. — *MOTEURS A COURANT CONTINU*

22-13. — Intervention d'écrans magnétiques dans les dynamos.

a) Nous avons indiqué (par. 22-1) que les dynamos peuvent être utilisées comme moteurs : leur construction reste la même. On peut se demander comment le rôle d'écran magnétique (par. 15-3) que joue l'armature de l'induit par rapport aux fils de cuivre logés dans ses rainures n'empêche pas l'existence d'un couple moteur.

Considérons le cas simple d'un cylindre de fer creux, suivant l'axe duquel est disposé un fil conducteur parcouru par un courant, placé dans un champ d'induction primitivement uniforme B, perpendiculaire aux génératrices. La force électro-magnétique qui agit sur ce fil, venant du champ extérieur, est notablement diminuée et peut être presque nulle. Mais le fil produit lui-même un champ magnétique qui, dans le cylindre, se superpose au champ qui existerait s'il ne passait aucun courant dans le fil; il en résulte dans l'aimantation du cylindre une dissymétrie, qui fait que son moment magnétique n'est plus dirigé suivant le champ primitif : la conséquence est que, tandis que le cylindre n'est soumis à aucune force de la part du champ extérieur quand aucun courant ne passe dans le fil, il est maintenant soumis à une force qui tend à le déplacer perpendiculairement au champ primitif.

La quantité dont la force qui s'exerce sur le fil a diminué se retrouve dans la force qui agit, dans la même direction, sur le cylindre : s'il y a une liaison rigide entre le fil et le cylindre, la force totale est la même que celle qui s'exercerait sur le fil si le cylindre n'existait pas, mais elle est appliquée presque tout entière au cylindre. Un effet de ce genre se produit dans les moteurs électriques : la force électromagnétique est appliquée presque tout entière au fer de l'armature, qui ne risque pas de se déformer comme le feraient les fils de cuivre.

b) Une explication est aussi nécessaire au sujet des dynamos génératrices : reprenons le cylindre de fer considéré ci-dessus, et supposons que le fil placé suivant un axe ne soit plus parcouru par aucun courant; si on le déplace normalement à la direction du champ d'induction primitif B, à l'intérieur du cylindre, sans déplacer celui-ci, la f.é.m. produite est à peu près nulle, car le fil, dans son mouvement, ne coupe presque aucune ligne d'induction. Mais si l'on déplace à la fois le fil et le cylindre, la f.é.m. est la même que si le cylindre de fer n'existait pas : c'est que, pendant le mouvement, les lignes d'induction, qui gardent toujours la même disposition par rapport au système, passent nécessairement d'un côté du cylindre à l'autre. Comme elles sont moins serrées à l'intérieur du cylindre, elles y passent avec une vitesse plus grande et il y a, au total, pour le flux coupé par le fil, une compensation exacte.

De même l'encastrement des fils de cuivre dans les rainures de l'armature d'une dynamo n'entraîne pas de modification de sa f.é.m.

22-14. — Sens de rotation. Force contre-électromotrice. Calage des balais.

a) Comparons le fonctionnement d'une dynamo-motrice à celui d'une génératrice. Si, dans les deux cas, le flux d'induction Φ a le même sens, ainsi que le courant I dans l'induit, celui-ci est soumis à un couple électromagnétique Γ de sens bien déterminé. Ce couple est résistant dans le cas de la génératrice G, actif dans le cas du moteur M : le sens de rotation de M est donc, avec les hypothèses admises pour Φ et I, *inverse* de celui de G, ce qui est bien conforme à la loi de LENZ (par. 12-1).

b) Quand le moteur tourne, l'induit est le siège d'une f.é.m. d'induction dont l'expression est évidemment identique à celle qui donne la f.é.m. de la génératrice :

[22,3] $$U' = Nf\Phi,$$

en prenant le cas d'une machine bipolaire. Mais puisqu'il s'agit d'un récepteur, U' est une force contre-électromotrice opposée à la différence de potentiel V qui existe entre les balais de l'induit.

Un cas fréquent, que nous aurons à considérer spécialement, est celui où l'on dispose, pour alimenter le moteur, d'une f.é.m. U pratiquement constante.

—o— Nous avons vu comment, dans le cas d'un petit moteur, on pouvait montrer l'existence de la force contre-électromotrice (par. 7-5-d).

—o— On peut répéter l'expérience dans le cas d'un moteur quelconque, alimenté par le secteur continu, en mettant un ampèremètre sur le circuit et un voltmètre entre les balais.

Quand le moteur est immobile, l'ampèremètre indique une grande intensité, qui pourrait être dangereuse si l'on n'interposait par un rhéostat dit *rhéostat de démarrage*, dont on diminue progressivement la résistance. Le voltmètre indique une tension faible. A mesure que la vitesse du moteur augmente, l'intensité diminue, tandis que la tension augmente.

c) Quand on passe de la génératrice au moteur, si Φ et I gardent mêmes valeurs et mêmes sens, on doit laisser les balais calés comme ils l'étaient : en ce qui concerne les étincelles de self-induction (par. 22-5), la f.é.m. de la bobine en court-circuit a changé de sens avec la rotation, mais il en est de même pour la f.é.m. de commutation, et la compensation subsiste. D'autre part, le flux transversal (par. 22-6) est resté le même, ainsi que le déplacement correspondant des lignes neutres.

Ainsi, le décalage des balais, lorsqu'il est nécessaire, doit se faire en sens contraire du mouvement de l'induit, donc en arrière. Mais on peut, dans certains cas, éviter ce décalage par les mêmes procédés que pour les génératrices.

22-15. — Vitesse de rotation. Couple moteur.

a) Soit V la tension aux bornes du moteur : d'après la loi d'Ohm, on a :

[22,4] $$V = U' + rI,$$

I étant le courant dans l'induit, et r la résistance intérieure comprise entre les bornes et parcourue par ce courant : c'est celle de l'induit seul pour un moteur-shunt (par. 22-16), et la somme de celles de l'induit et de l'inducteur pour un moteur-série (par. 22-17).

En tenant compte de l'expression [22,3] de la force contre-électromotrice, on en déduit :

[22,5] $$f = \frac{U'}{N\Phi} = \frac{V - rI}{N\Phi}.$$

Pour une même valeur de I (ou lorsque $r\,I$ est négligeable devant V), f augmente quand Φ — et par suite quand le courant inducteur — diminue.

b) Soit Γ le couple exercé par le moteur. Des deux expressions de sa puissance mécanique :

[22,6] $$\mathcal{P} = U'I = 2\pi f\Gamma,$$

on tire :

[22,7] $$\Gamma = \frac{N}{2\pi}\Phi I.$$

Pour une machine multipolaire à enroulement série à $2p$ pôles, il faudrait multiplier le second membre par p.

On voit qu'à excitation constante, le couple est proportionnel à I, quelle que soit la vitesse du moteur.

Exemple. — Soit $N = 100$, $f = 25$ t/s et $\Phi = 4\ 10^{-3}$ weber. La force contre-électromotrice est égale à 100 volts, comme la f.é.m. de génératrice.

Si $I = 50$ A, la puissance est $100 \times 50 = 5\,000$ watts $= 5$ kilowatts, et le couple est :

$$\Gamma = \frac{1\,000 \times 4.10^{-3} \times 50}{6{,}28} \simeq 32 \text{ N.m.}$$

22-16. — Moteurs à excitation séparée.

a) L'inducteur étant alimenté par une source indépendante et traversé par un courant i, le flux Φ varie avec i comme on l'a vu au par. 22.4. Le sens de rotation, inverse de celui du fonctionnement en génératrice, si i et I ont gardé les mêmes sens, change naturellement en même temps que le signe de l'un *ou* l'autre de ces deux courants.

b) Supposons que la *tension V aux bornes* soit *constante*, i l'étant d'autre part.

1° Au démarrage, quand on agit sur le rhéostat de démarrage, l'intensité du courant, d'abord nulle, croît progressivement. Le couple est, d'après [22,7], proportionnel à l'intensité I.

La relation [22,5] montre que la vitesse est fonction linéaire décroissante de I, et par suite du couple Γ. La courbe $f = f(\Gamma)$, appelée *caractéristique mécanique*, ou *caractéristique de vitesse*, est une droite, d'ailleurs très peu inclinée sur l'axe des abscisses, car r est faible, et $r\,I$ toujours très inférieur à V.

c) Dans ces moteurs et dans les moteurs shunt (par. 22-16), il est bon de prévoir un dispositif de sécurité, ayant pour rôle de couper le courant I si le circuit d'excitation se trouvait rompu, ce qui annulerait pratiquement Φ et par suite U' et (le rhéostat de démarrage étant court-circuité) entraînerait le passage d'un courant excessif dans l'induit.

L'emploi d'une source indépendante pour l'inducteur est exceptionnel. On s'en sert lorsqu'on doit changer souvent le sens de rotation (pour l'entraînement de laminoirs, par exemple), ce qu'on fait en inversant le courant d'excitation.

22-17. — Moteurs-shunts.

a) Leur montage est celui de la *figure 22-18-a*, mais le courant I_1 dans le circuit extérieur n'est plus la différence $I - i$, mais la somme $I + i$ et si, les connexions n'étant pas modifiées, le sens de I est maintenu le même que dans le fonctionnement en génératrice, celui de i est nécessairement inversé. En définitive, le moteur tourne donc dans le même sens que la génératrice; si l'on intervertit les connexions avec la source, les sens de I et i changent simultanément, et celui de rotation du moteur reste le même. Pour le modifier, il faut inverser seulement soit I, soit i.

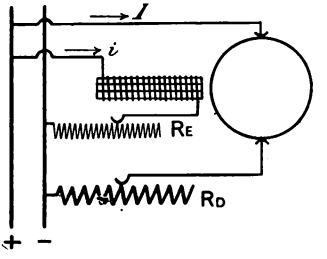


FIG. 22-22. — Moteur shunt, disposition des rhéostats d'excitation R_E et de démarrage R_D.

b) *Fonctionnement sous tension constante.* — 1° Pour le démarrage, on ne peut pas mettre le rhéostat entre une des bornes du moteur et l'un des fils du secteur : le courant passerait presque en entier dans l'induit, dont la résistance est beaucoup plus faible que celle des inducteurs et, ceux-ci n'étant pas excités, la machine ne s'amorcerait pas. On détache les inducteurs des balais et on les relie directement au secteur (*fig. 22-22*), en inter-

calant le rhéostat d'excitation R_E; le rhéostat de démarrage est intercalé dans le circuit de l'induit, en R_D. On commence par régler le courant dans les inducteurs, puis on agit sur le rhéostat de démarrage, pour augmenter progressivement l'intensité du courant qui passe dans l'induit.

2° Le moteur fonctionne alors comme un moteur à excitation séparée, le courant d'excitation étant pris au même secteur que le courant de l'induit, mais demeurant constant quand le réglage est fait. Les propriétés sont donc celles du moteur à excitation séparée. La vitesse varie très peu quand le couple varie; on la règle, au besoin, à l'aide d'un rhéostat d'excitation, en série avec l'inducteur, et dont on *augmente* la résistance pour augmenter f.

Ces moteurs, précisément à cause de la constance de leur vitesse, sont très employés pour actionner des machines-outils.

22-18. — Moteurs-série.

a) Leur montage étant celui de la *figure 22-23*, Φ et $I = i$ ont tous deux même sens ou tous deux un sens opposé à celui du fonctionnement en génératrice G, si l'on ne modifie pas les connexions : dans les deux cas, le moteur tourne en sens inverse de G. On peut donc l'alimenter en courant alternatif[1]. Pour changer le sens de rotation, il faut permuter les fils arrivant aux bornes de l'inducteur seul (ou de l'induit seul).

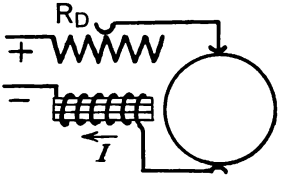


FIG. 22-23. — Alimentation d'un moteur série.

b) *Fonctionnement à tension constante.* — 1° Quand on agit sur le rhéostat de démarrage R_D, qui est intercalé simplement entre une borne du moteur et un fil de la ligne, I est d'abord petit; alors, les inducteurs étant loin de la saturation, Φ est sensiblement proportionnel à I, et la formule [22,7] montre que Γ est à peu près proportionnel à I^2. La courbe qui représente Γ en fonction de I (*fig. 22-24*) a, au début, une allure parabolique. En régime normal, au contraire, les inducteurs sont presque saturés, et Γ est à peu près constant : Γ est sensiblement proportionnel à I, et la courbe tend à devenir une ligne droite passant par l'origine.

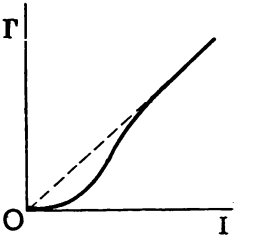


FIG. 22-24. — Moteur série : variation du couple en fonction de l'intensité.

Ces moteurs sont très employés dans la traction électrique et pour les appareils de levage.

2° Tant que Γ est assez petit, donc à peu près proportionnel à I^2, Φ étant sensiblement proportionnel à I, la formule [22,5] montre que, si V est constant et très supérieur à rI, f varie approximativement comme $1/I$, donc comme $1/\sqrt{\Gamma}$.

1. Cela est vrai pour un moteur shunt, mais son inducteur à nombreuses spires peut présenter une self-inductance gênante.

Mais quand les inducteurs se rapprochent de la saturation, Φ tend à devenir constant, et f varie beaucoup moins vite. D'où la forme de la caractéristique de vitesse (*fig. 22-25*) : on utilise le moteur dans la région MN de cette courbe. On peut d'ailleurs régler la vitesse en agissant sur un rhéostat d'excitation disposé en parallèle avec l'inducteur, comme l'indique la *figure 22-14-a* : on doit diminuer sa résistance pour augmenter f.

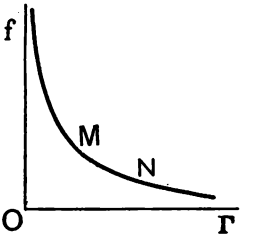


FIG. 22-25. — Moteur série : caractéristique de vitesse.

Lorsque le couple tend vers zéro, la vitesse du moteur augmenterait indéfiniment s'il n'y avait pas le couple dû aux frottements; grâce à ce dernier, le moteur tournant à vide atteint une vitesse limite; mais cette vitesse limite est très grande, le moteur s'emballe, ce qui est dangereux pour un moteur puissant. On le munit alors d'un interrupteur automatique, qui coupe le courant quand la vitesse devient trop grande.

22-19. — Rendement d'un moteur à courant continu.

a) La puissance mécanique disponible sur la poulie du moteur est inférieure à la puissance électrique qu'on lui fournit. Les pertes de puissance sont dues aux mêmes causes que dans la dynamo génératrice.

Soit U' la force contre-électromotrice du moteur, I' l'intensité dans l'induit. $U'I'$ est la puissance mécanique totale. Si F' est la perte de puissance mécanique due aux courants de FOUCAULT, à l'hystérésis et aux frottements, la puissance mécanique disponible est $U'I' - F'$; si J' est la perte d'énergie électrique par effet JOULE, l'énergie électrique fournie est $U'I' + J'$.

Le rendement ρ', rapport de la puissance mécanique disponible à la puissance electrique dépensée, est :

[22,8] $$\rho' = \frac{U'I' - F'}{U'I' + J'}.$$

b) Ce rendement a, pour les moteurs, des valeurs du même ordre que pour les génératrices, pour lesquelles on a trouvé (par. 22-12) :

$$\rho = \frac{UI - J}{UI + F}.$$

En particulier, considérons la même machine fonctionnant comme génératrice et comme moteur, avec la même vitesse et la même excitation. Alors $U' = U$ et $F' = F$. L'intensité dans l'induit est la même dans le cas de l'excitation en série et de l'excitation séparée; elle est très sensiblement la même dans le cas de l'excitation en dérivation. Pratiquement, on peut admettre $I' = I$ d'où $J' = J$. Alors, on a :

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{UI - J}{UI + F} \times \frac{UI + J}{UI - F} = \frac{(UI)^2 - J^2}{(UI)^2 - F^2}$$

Quand la puissance n'est pas trop faible, J et F sont petits devant UI; on a, par exemple :

$$\frac{J}{UI} = \frac{F}{UI} = 0{,}05.$$

On peut négliger J^2 et F^2, et admettre que $\rho/\rho' = 1$.

Le rendement d'une machine est le même quand on l'emploie comme génératrice ou comme réceptrice, dès qu'elle est un peu puissante.

On déduit de là, quand on a deux machines identiques, une méthode pour mesurer leur rendement commun. On les accouple d'une façon rigide et l'on fait fonctionner l'une comme réceptrice, l'autre comme génératrice; on mesure, à l'aide d'un ampèremètre et d'un voltmètre, la puissance électrique $\mathfrak{P}$ fournie à la première et la puissance électrique $\mathfrak{P}'$ restituée par la seconde, et l'on a : $\mathfrak{P}'/\mathfrak{P} = \rho^2$.

Pour les machines de faible puissance, le rendement est nettement meilleur quand elles fonctionnent comme moteurs.

22-20. — Transport d'énergie en courant continu.

Grâce à la réversibilité des dynamos, on peut transporter l'énergie mécanique à grande distance à l'aide d'un courant continu. Une source d'énergie S (*fig. 22-26*) (turbine à eau, machine à vapeur à cylindre ou turbine à vapeur, moteur Diesel, etc.) fournit une puissance $\mathfrak{P}$ à la génératrice G; celle-ci

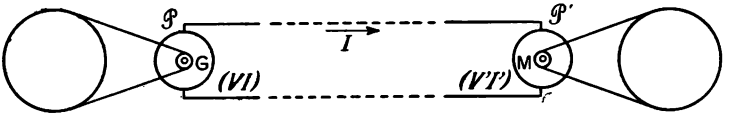


FIG. 22-26. — Principe du transport d'énergie par courant continu.

débite un courant I avec une tension V entre ses bornes : le rapport VI/G est le rendement de la génératrice. Aux bornes du moteur M, la tension est V', la puissance électrique fournie au moteur est $V'I$ et celui-ci donne, sur son arbre, une puissance mécanique $\mathfrak{P}'$: le rapport $\mathfrak{P}'/V'I$ est le rendement du moteur.

Mais V' est inférieur à V à cause de la chute de tension dans la ligne due à la loi d'OHM. Le rendement de la ligne est :

$$\rho_1 = \frac{V'I}{VI} = \frac{V'}{V}.$$

Si la résistance de la ligne est R, on a :

$$V - V' = RI.$$

Il y a donc intérêt à diminuer la résistance de la ligne et à diminuer l'intensité. On est limité dans la diminution de R par le prix excessif qu'atteindrait une ligne faite de gros conducteurs; d'autre part, la puissance VI à transporter étant imposée, l'on ne peut diminuer I qu'à la condition d'augmenter V.

Ainsi, *il faut augmenter autant que possible la tension aux bornes de la génératrice.* On est arrêté dans cette voie par les difficultés d'isolement entre les touches du collecteur, qui est l'organe délicat des machines à courant continu. Pratiquement, on réalise des tensions de 2 000 ou 3 000 volts pour la traction électrique (chemins de fer); pour cette application, les moteurs à courant continu ont des qualités qui les rendent préférables à tous les autres et les tensions utilisées sont suffisantes pour assurer sans pertes excessives le transport d'énergie à 2 ou 3 km.

Pour les distances nettement plus grandes, on a généralement recours aux courants alternatifs : nous y reviendrons au tome VII.

Légendes des figures des planches.

PLANCHE I

Fig. 2-3 *bis*. — Spectre électrique d'un modèle de condensateur plan.

Fig. 6-29. — Spectre électrique d'un conducteur de graphite, parcouru par un courant, et placé dans un milieu faiblement conducteur.

Fig. 8-9. — Spectre magnétique d'un ensemble de deux barreaux aimantés voisins (pôles de noms contraires en regard).

Fig. 8-11. — Spectre magnétique d'un ensemble de deux barreaux aimantés vus en bout (pôles de même nom voisins).

PLANCHE II

Fig. 8-10. — Spectre magnétique d'un aimant en U, à plat.

Fig. 8-16. — Spectre magnétique d'un courant circulaire (plan contenant l'axe).

PLANCHE III

Fig. 8-18. — Spectre magnétique d'un solénoïde.

Fig. 15-3. — Spectre magnétique montrant la concentration des lignes de champ au voisinage d'une pièce de fer doux.

PLANCHE IV

Fig. 16-44 *bis*. — Microphotographies électroniques (grossissement 60) d'un fil de tungstène thorié : grossissement des centres émetteurs par diffusion du thorium vers la surface, lors d'un chauffage prolongé (d'après Brüche et Johannson).

Fig. 16-44 *ter*. — Microphotographie électronique d'un réseau de ROWLAND (547 traits par mm, grossissement 8 500) (Cliché FERT, Faculté des Sciences de Toulouse).

Fig. 17-12. — Ions libérés par un pinceau de rayons X, mis en évidence par la méthode de C. T. R. WILSON.

Fig. 17-39. — Étude des rayons positifs (méthode des paraboles).

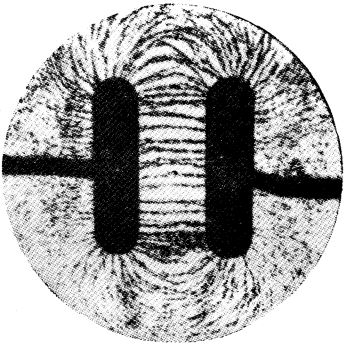


FIG. 2-3 *bis*.

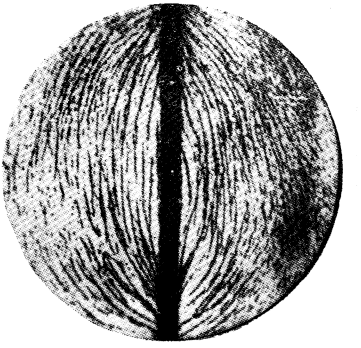


FIG. 6-29.

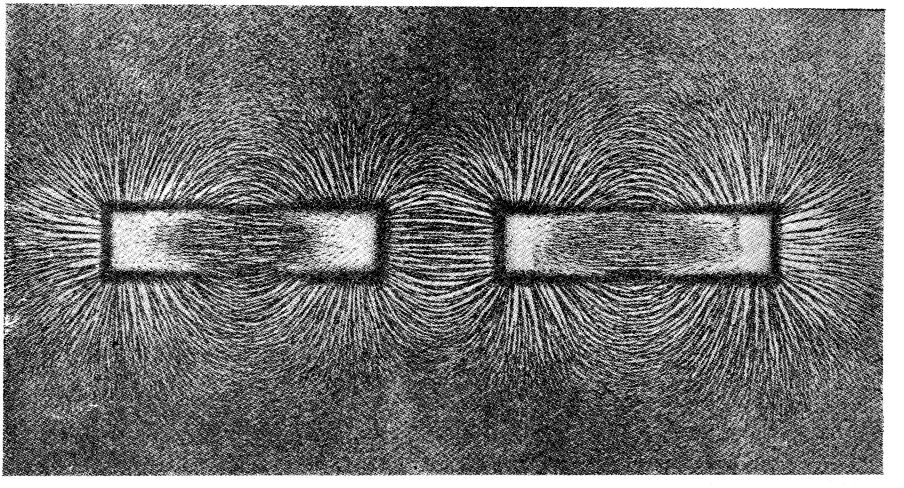


FIG. 8-9.

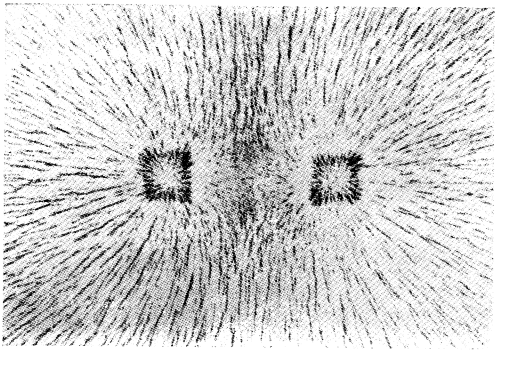


FIG. 8-11.

Voir légendes page 532.

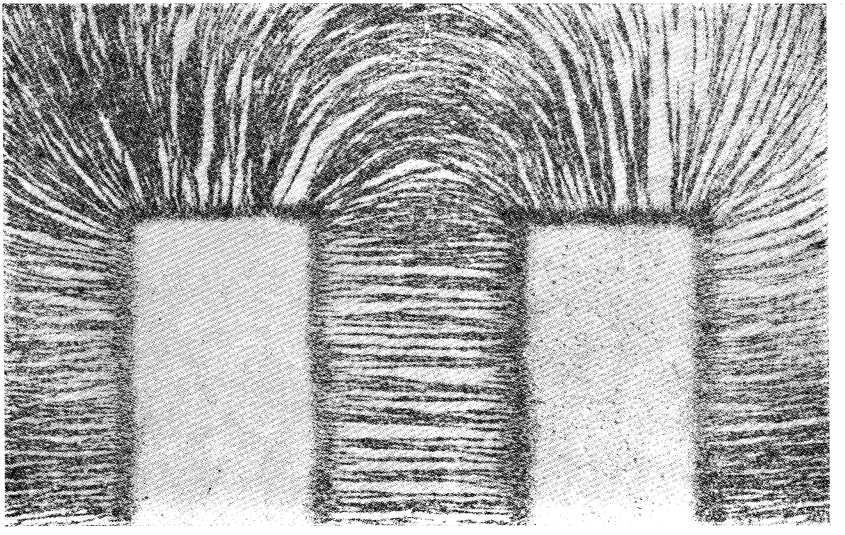


FIG. 8-10.

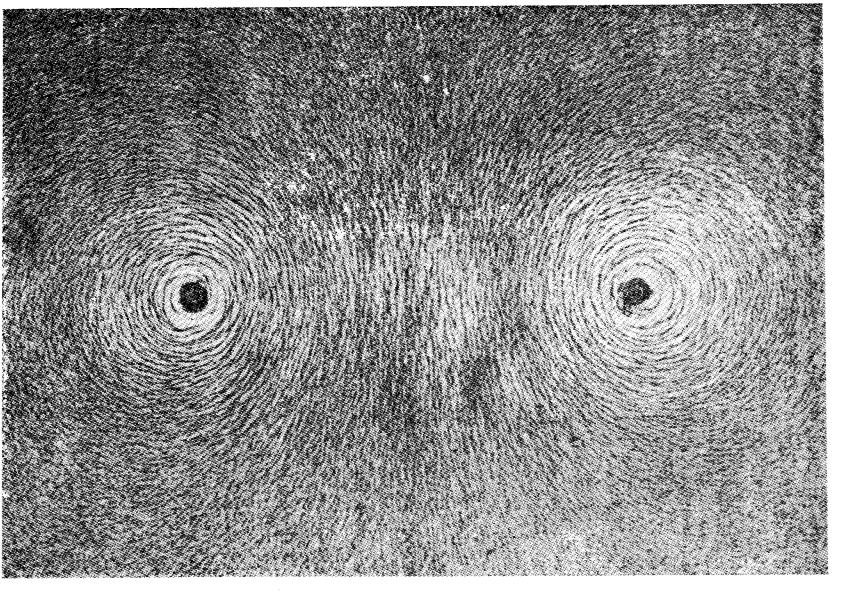


FIG. 8-16.

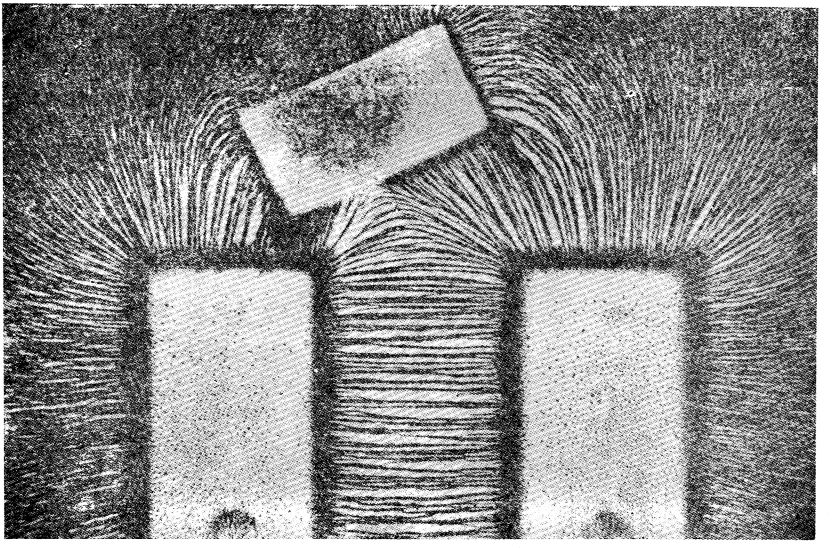


FIG. 15-3.

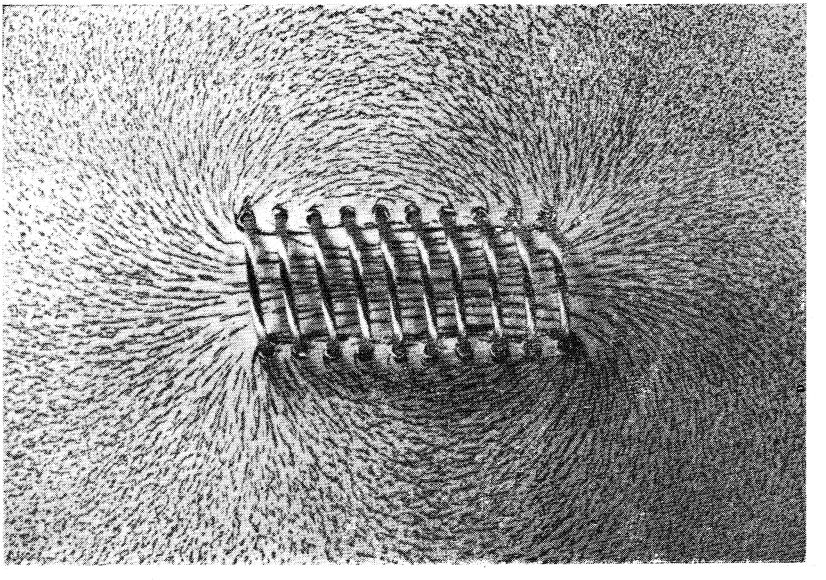


FIG. 8-18.

Voir légendes page 532.

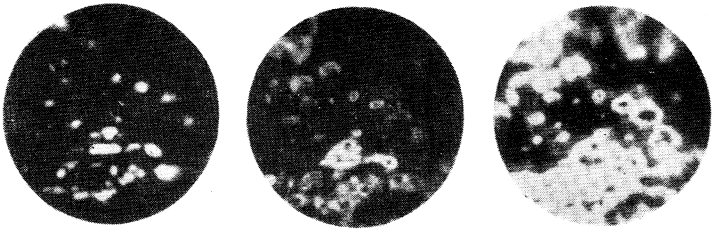


FIG. 16-11 *bis*.

FIG. 16-44 *ter*.

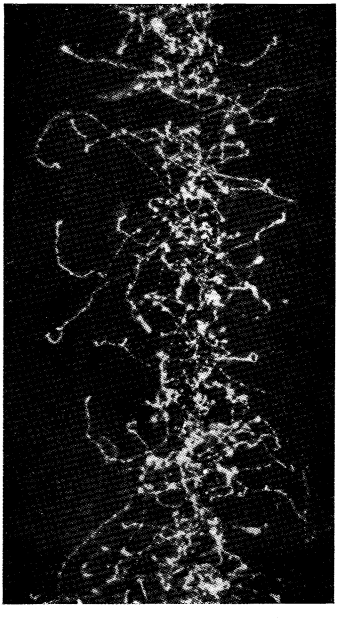


FIG. 17-12.

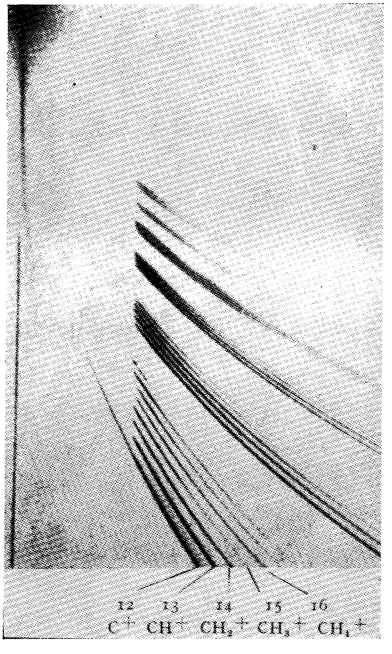


FIG. 17-39.

INDEX

N. B. — Les numéros renvoient aux chapitres et paragraphes.
Pour tous les appareils, expériences, lois ou théorèmes connus sous le nom d'un savant, chercher ce nom. Exemple : AMPÈRE (Théorème d').

A

Accumulateurs électriques. 21-10 à 21-13
Aciers spéciaux. 15-8
Actions à distance. 2-1
— d'une induction magnétique sur les électrons en mouvement 16-4
— mécaniques mutuelles de deux aimants, d'un courant et d'un aimant 14-6
— mutuelles des courants . 12-12
— produites par un courant sur son propre circuit. 12-16
— subies par une particule électrisée dans le vide . . . 16-5
Activités ioniques. 20-8
— des solutions d'électrolytes 18-13
Affinage électrolytique. . . . 18-14
Aimants. 8-1
— brisé. 8-2
— permanents. 15-8
— (Fabrication et conservation des). 15-9
Aimantation (Courbe de première). 15-5
— induite, permanente . . 8-1
— purement induite . . . 14-8
Alliages (conductivité). . . . 19-4
— heuslériens 15-1
Ampère (Définition de l'). . . 12-13
— -heure 6-3
AMPÈRE (Observateur d') . . 8-10
— (Théorème d'). 9-8
Ampèremètres 6-4
Amplification des courants photo-électriques. 16-24
— en intensité, en puissance, en tension 16-13
Analyse électrolytique 20-15
Anneau de garde 3-16
Antiferromagnétisme. 15-12
Arcs au carbone. 17-16
— entre métaux 17-17
Associations de condensateurs. 5-3
ASTON (Espace obscur d') . . 17-19
Atmosphère d'ions. 18-11
Autoexcitation 28-8
Avalanches d'ions. 17-9
Axe magnétique. 8-1

B

Balais (Calage des). . . 22-5, 22-14
Balance électromagnétique. . 12-1
Balayage (d'un écran d'oscilloscope). 16-19
BARLOW (Roue de). . . 12-5, 19-6
BARKHAUSEN (Effet). 15-11
Barreau régulièrement aimanté. 14-5
Base de temps 16-19
Batteries de condensateurs . . 5-3
BIOT et SAVART (Règle de) . . 9-3
— (Expériences de). . . . 9-2
Bobine à plongeur. 15-15
Boîte de résistances 6-15
Bolomètres. 19-2
BOLTZMANN (Loi de). 4-12
Boussole des tangentes. . . . 9-6
Bouteille de Leyde. 5-4

Branches d'un réseau 7-6
BRAUN (Tubes de). 16-19
BUSCH (Méthode de). 16-6

C

Calage des balais . . . 22-5, 22-14
Canon à électrons. 16-17
Capacité 3-13
— d'un condensateur. . . 3-15
— d'un conducteur. . . . 3-9
— d'une triode. 16-12
Caractéristiques d'une diode 16-7, 16-10
— d'une dynamo. . 22-4, 22-7
— d'un moteur. 22-16
— d'une triode . . 16-11, 16-12
Cavité (Équilibre électrostatique dans une) 3-2, 3-11, 4-8
Cathodes à oxydes. 16-9
Cellules à couche d'arrêt . . . 21-19
— à multiplicateurs d'électrons 16-25
— photoconductrices. . . 19-17
— photoélectriques 16-24, 16-26, 17-13
Chambre à condensation . . . 17-8
Champ électrique, électrostatique 2-1
— — agissant, dépolarisant, influençant 4-7
— dans une cavité 3-2, 3-11, 4-8
— — uniforme 2-3
— électromoteur. . . 6-6, 10-7
— magnétique. 8-3
— — démagnétisant . . . 15-2
— — des courants 8-6
— — d'un courant anguleux, rectiligne, circulaire 9-5, 9-6
— — d'un solénoïde . . . 9-9
— — moléculaire 15-11
— — et induction dans la matière aimantée. 14-4
Chauffage indirect (d'une cathode). 16-9
Charges électriques 1-1
— — apparentes, vraies. . 4-2
— — en mouvement . . . 9-4
— — libres, liées, mobiles. 1-3, 4-2
Charge d'espace. 16-8
Circuits électriques 6-1
— — couplés 11-6
— magnétiques 15-13
Circulation d'un vecteur, du champ électrique . . 2-4, 8-6
— du champ magnétique . 9-8
— conservatrice 2-5
CLAUSIUS-MOSSOTTI (Relation de) 4-12
Coefficient d'activité. 18-13
— d'amplification d'une triode. 16-12
— de couplage. 11-6
— de dissociation. 18-11
— d'influence 3-13
— de perte de flux 15-13
— de recombinaison des ions 17-4, 17-7
Collecteur 22-1
Colonne positive 17-19
Commutateur, Commutation 22-1, 22-5
Concentration en équivalents . 18-5
Condensateurs 5-1, 6-16
— (Charge et décharge à travers une résistance) . . 6-16
— cylindrique 5-2
— électrolytique 5-4
— plans. 3-16, 5-2
— sphérique. 5-2
— variable 5-4
Conductance 6-8
Conducteurs creux. 3-2
— de deuxième espèce. . . 18-1
— ohmiques. 6-8
Conduction dans les gaz . . . 17-1
Conductivité 6-12, 19-1
— accidentelle, intrinsèque 19-1
— des électrolytes 18-5
— lacunaire. 19-10
Conservation de l'électricité. . 1-3
Constante de temps . . 6-16, 11-4
— diélectrique. 4-1
Contacts à semi-conducteurs . 20-4
COOLIDGE (Tube de). 17-22
Corps d'essai. 2-1
— piézoélectriques 4-10
— seignetto-électriques . . 4-9
Couche double 2-18, 20-1
— de passage 19-8
Coulomb. 1-7, 10-4

COULOMB (Balance de). . . . 1-6
3-1, 4-1
— (Loi de). 1-6,
— — pour le magnétisme). 8-12
— (Théorème de). 3-7
Coulomètre. 18-15
Couple moteur 22-15
— photoélectrique 21-19
Courant alternatif. 6-2
— autonome, semi autonome, non autonome 17-2, 17-5, 17-9
— de conduction. 6-1
— continu. 6-2
— de déplacement 6-7
— induit 10-1
— moléculaire. 14-3
— permanent 6-1
— de polarisation. 6-7
— de saturation 16-7
Court-circuit 7-5
Cristaux covalents 19-11
— ioniques 19-9
— piézoélectriques 4-10
— pyroélectriques 4-9
— seignetto-électriques . . 4-12
CROOKES (Espace obscur de). 17-19
— (Tube de) . . . 17-19, 17-22
CURIE (Constante de) 14-10
— (Point de) . 14-10, 15-10, 15-11
Cycle d'hystérésis 15-6

D

DANIELL (Pile de). 21-8
Décharge autonome dans les gaz à basse pression 17-19
— auto-entretenue 17-14
— luminescente à la pression atmosphérique 17-15
— par les pointes. 17-15
— disruptive 17-1
— d'un condensateur . . . 6-16
Défauts d'électrons 19-10
DELEZENNE (Cerceau de). . . 10-1
Densité de courant. . . 6-5, 6-13
— superficielle, volumique (de charges) 2-5
— volumique d'énergie . . 5-8
Déplacement. . . . 2-2, 3-5, 4-2
Désaimantation. 15-10
— adiabatique. 14-13
Diagrammes électriques . . . 2-6
Diamagnétisme. 14-1, 14-8, 14-11
Diélectriques . . . . . 4-1 à 4-13
Différence de potentiel accélératrice. 16-3
— — de contact. 20-3
Diodes 16-2
— à pointes, à cristaux, à jonction. 20-4
Dipôle électrique 2-17
— rigide 5-10
Disjoncteurs 15-15
Dissociation électrolytique . . 18-6
Distribution des charges sur un conducteur. 3-6, 3-8
— uniforme de charges sur une droite, un plan, une surface sphérique. . . 2-15, 2-16
Divergence d'un vecteur . . . 2-12
Domaines d'aimantation spontanée 15-11
Doublet électrique. 2-17
Dynamos 22-1
— unipolaires, multipolaires 22-11

E

Écrans électriques. . . 3-3, 3-11
— électromagnétiques. . . 11-5
— magnétiques. . 15-3, 22-13
Effets chimiques des courants. 6-1
— corona 17-15
— magnétiques des courants 6-1
— photoélectrique 1-8
— photoémissif. . 16-20, 16-21
— thermique d'un courant. 6-1
— thermoélectronique . . 1-8
Effluves. 17-15
Égalité de l'action et de la réaction. 12-17
EINSTEIN (Théorie d') 16-22
Électret 4-9
Électrode au calomel, à hydrogène 20-9
— impolarisable, réversible 20-7
Électrisation par contact. . . 1-1 et chap. 20
— par influence . . . . . 1-4 et chap. 3

Électro-aimant. . 8-6, 15-15, 15-17
— polarisé 15-16
Électrocapillaires (Phénomènes) 20-15
Électrochimie 18-3 18-14
Électrocinétiques (Phénomènes) 20-14
Électrodynamomètres 12-14
Électrolyse 18-1
Électrolytes faibles, forts. . . 18-5
Électromètres 6-6
Électronique 16-1
Électroniques (Niveaux d'énergie) 19-15
Électrons 16-1
— (Théorie cinétique). . . 19-8
— (Travail d'extraction des) 19-8
— monocinétiques 16-3
Électron-volt 16-3
Électrophorèse 20-14
Électroscope 3-4, 3-14
— à feuilles 1-5
— condensateur 3-15
Électrostriction 5-10
Éléments correspondants. . . 3-10
Émission photo électronique . 16-20
Émission thermo électronique. 16-2, 19-8
Énergie du courant électrique. 7-1
— d'ionisation 17-3
— d'un condensateur. . . 5-5
— d'un diélectrique dans un champ électrostatique. . 5-7
— d'un dipôle magnétique dans un champ 14-9
— d'un système de conducteurs électrisés 5-6
— électromagnétique 13-1, 13-2
— mise en jeu par l'hystérésis 15-7
Énergie mutuelle de deux courants, des aimants et des courants 13-4
Entrefer 15-14
Équations locales 2-14
Équilibre électrostatique 3-1, 3-10
Équivalent kilogramme 18-3
Étincelles 17-15
Excitation indépendante . . . 22-8
Exposant d'hydrogène. . . . 20-12
Extra-courants 11-4

F

Faces nord et sud . . . 8-10, 12-9
Farad 3-9
FARADAY (Lois de) . . 10-3, 18-3
— (Cage de) 3-3
— (Cylindre de). 3-4, 3-11, 16-2
— (Disque de) 10-10
— (Équipage tournant de). 12-5
— (Espace obscur de). . . 17-9
FELICI (Machines de) 21-4
FERMI (Énergie de) 19-16
Ferrimagnétisme 15-12
Ferromagnétisme. . . 14-1, 14-8
— (Théorie du) 15-11
Feu de Saint-Elme 17-15
Feuillets magnétiques 14-5
FERY (Pile de) 21-7
Fluctuations des courants électroniques 16-14
Flux d'un vecteur 2-9
— conservatif 2-11
— électrique 2-9, 4-2
— énergétique 16-21
— magnétique 10-3
— maximum (Règle du). . 12-7
Focalisation des électrons. . . 16-15, 16-16
Forces agissant sur un corps aimantable 14-9
— — diélectrique 5-10
— entre conducteurs chargés 5-9
Force contre-électromotrice 7-4, 22-14
— — — de polarisation. . 18-4
Force électromotrice 7-5
— — de contact . 20-1, 20-3, 20-6
— — de la dynamo. 6-6, 22-4
— — de self-induction . . 11-4
— — de filtration, de sédimentation 20-14
— — de température. . . 21-14
— — induites. . . 10-2, 10-7
— — d'induction mutuelle. 11-6
Force magnéto-motrice . 9-8, 15-13
Force portante d'un électro-aimant 15-15
FOUCAULT (Courants de) 10-11, 13-4

Franklin 1-7
FRANKLIN (Principe de) . . . 1-3
Freinage électromagnétique . 12-5

G

Gaine cathodique 17-19
Galvanomètre 6-6
— à aimant mobile 9-6
— à cadre mobile 12-11
— balistique 1-3, 5-1
Galvanoplastie 18-14
Gauss 10-4
GAUSS (Expériences de) . . . 8-5
— (Théorème de) . . 2-10, 3-1, 4-2
GEIGER (Compteur de) 17-10
Générateurs électriques 6-1
— photovoltaïques 21-19
— thermoélectriques . . . 21-14
Génératrice (dynamo) 22-1
— compound, shunt . . . 22-10
— série 22-9
GOUY (Méthode de) 14-10
Gradient d'une quantité scalaire 2-7
GRAMME (Anneau, induit de) . 22-2
GREEN (Théorème de) 2-12
Grille 16-11
Groupements de générateurs . 7-10

H

HALL (Effet) 19-7, 19-13
HELMHOLTZ (Bobines de) . . . 9-6
Henry 11-1
HITTORF (Expérience de) . . . 17-18
HOPKINSON (Formule d') . . . 15-13
Hydratation des ions 18-10
Hystérésis 15-6, 15-8

I

Image électrique 3-8
Inductance mutuelle . . 11-1, 11-3, 12-15
Induction dans la matière aimantée 14-4
— unipolaire 10-10
Influence électrostatique 1-4, 3-10
— totale 3-11
Intensité d'aimantation . . . 14-2
— d'un courant 6-3
— d'un feuillet 14-5
Ions 1-3, 18-6
— électrolytiques 18-6
Ionisation des gaz 17-2
— par chocs 17-9

J

Jauges à résistances électriques 6-12
JOHNSEN-RAHBECK (Effet) . . 5-9
JOULE (Effet) 7-3
— (Loi de) 7-2

K

KAPITZA 15-17
KIRCHHOFF (Équations de) . . 7-6

L

Lacunes 19-10
LANGEVIN (Théorie de) . 14-11, 14-12
LANGEVIN-DEBYE (Fonction de) 4-12
LANGMUIR (Loi de) . . 16-7, 16-8
LAPLACE (Équation de) . . . 2-13
— (Loi « élémentaire » de) . 12-2
Laplacien d'un scalaire 2-13
LARMOR (Fréquence de) . . . 16-4
— (Précession de) 14-11
LECLANCHÉ (Pile de) 21-7
Lentille électronique électrostatique 16-15
— magnétique 16-16
LENZ (Loi de) 10-6
Ligne de champ 8-4
— coaxiale 11-2
— de courant 6-5, 6-13
— d'induction 15-3
— neutre 22-2, 22-6
— de vecteurs . . . 2-3, 2-6
LIPPMANN (Électromètre capillaire de) 20-15

Localisation de l'énergie électrostatique 5-8
— — électromagnétique . 13-3
LORENTZ (Force de) 12-3
Lumière positive 17-19

M

Machines électrostatiques 21-2, 21-3
Magnétos 21-1
MAGNUS (Loi de) 21-14
Magnétomètre 8-4
Mailles d'un réseau 7-6
Masses magnétiques (fictives). 8-11, 12-10
Maxwell 8-11
MAXWELL (Théorème de). . . 12-6
MAXWELL AMPÈRE (Relation de) 9-10, 12-4
Membrane semi-perméable . . 20-13
Méridien magnétique 8-3
Microscope électronique . . . 16-18
MILLIKAN (Expériences de). . 3-17
Mobilité des ions . . . 17-6, 18-8
Molécules polaires, non polaires 4-12
Moment dipolaire. 4-12
— électrique. 2-17
— magnétique ampériens . 12-9
— coulombien 8-3
— de spin. 15-11
Moteurs à courant continu 12-5, 22-1
— -série. 22-18
— -shunt 22-17
— à excitation séparée . . 22-16

N

NÉEL (Température de) . . . 15-12
NERNST (Lampe) 19-14
NEUMANN (Formule de) . . . 12-15
Neutralisation des ions. . . . 17-4
NOLLET (Expérience del'abbé). 1-5
Nombre de transport. 18-9

O

OERSTED (Expérience d'). . . 6-1, 9-1
Ohm 6-8
OHM (Première loi) 6-8
— (Deuxième loi) . . 16-12, 18-4, 18-7, 19-6
Opposition (Méthode d') . . . 7-7
Optique électronique. 16-13
Oscilloscopes électroniques . . 16-19
Osmose électrique. 20-14
OSTWALD (Loi de dilution d') . 18-11

P

Papier cherche-pôles. 18-2
Paraboles (Méthode des) . . . 17-23
Paramagnétisme . . . 14-1, 14-8, 14-12
Partage des charges 3-14
PASCHEN (Loi de). 17-18
PELTIER (Effet). 20-1, 20-3, 21-15
Pente d'une triode. 16-12
Perméabilité . . 10-3, 14-2, 15-5
— du vide. 8-8
Perméamètres. 15-13
Permittivité électrique. . . . 4-1
PERRIN (Expérience de Jean) . 17-22
pH 20-12
Phénomènes gyromagnétiques. 14-3
— lumineux de l'ionisation des gaz 17-3
— lumineux en régime semi-autonome 17-11
— photoélectroniques. . . 16-20
— thermoélectroniques . . 16-2
Photons 16-22
Photoconduction. 19-17
Photopiles 21-19
Piézoélectricité 4-10, 4-13
Piles à dépolarisant. 21-7
— à deux liquides. 21-8
— de concentration. . . . 20-11
— hydroélectriques. . . . 21-5
— (Théorie thermodynamique des). 21-9
PLANCK (Constante de) . . . 16-22
Plaque (d'une diode, d'une triode) 16-2, 16-11
Plasma 17-12
POISSON (Équation de). . . . 2-13
Polarisation diélectrique 4-3, 4-5, 4-6, 4-9, 4-12
— magnétique. . . 14-2, 14-4
Polarisabilité électrique . . . 4-12
Polarographie 20-15

Pôles de commutation 22-7
— nord, sud. 8-1
Potentiel électrique. . . 2-5, 13-14
— d'arrêt. 16-3, 16-21
— de décharge des ions . . 18-4
— explosif. 17-9
— d'ionisation. 17-3
— magnétique . . . 9-8, 14-5
— normal. 20-9
— de sortie 16-22
— vecteur de l'induction magnétique 12-4
Potentiomètre. 6-15
— magnétique. 10-9
POUILLET (Loi de). 7-5
Pouvoir inducteur spécifique . 4-1
— thermoélectrique d'un couple. 21-16
Pression électrostatique . . . 3-7
Produit mixte 8-10
— scalaire. 2-4
— vectoriel 8-10
Prospection électrique 6-14
Puissance d'un feuillet. . . . 14-5
— mise en jeu par un courant. 7-1
Pulvérisation cathodique. . . 17-22

Q

Quantité d'électricité. 1-3
— — induite . . . 10-9, 11-7
Quartz. 4-10
QUINCKE (Méthode de). . . . 14-10

R

RAOULT (Lois de). 18-12
Rapport e/m_0 (Mesure du) . . 16-6
Rationalisation. . . . (Introduct.)
Rayonnement cosmique . . . 17-1
Rayons anodiques, canaux, positifs 17-23
— cathodiques. 17-22
— X. 17-22
Réaction d'induit 22-7
— secondaires dans l'électrolyse 18-2
Récepteur de télégraphe . . . 15-15
Réciprocité (Théorème de) . . 7-8
Redresseurs à plaques 20-4
Réfraction des lignes de champ 4-6
Régime permanent . . . 6-3, 6-5
Relativité (Théorie de la). 12-8, 16-6
Réluctance magnétique. . . . 15-13
Rendement d'une dynamo génératrice. 22-12
— d'une ligne 22-20
— d'un moteur. 22-19
Réseau de conducteurs. . . . 7-6
— de distribution 6-1
— passif 7-6
Résistance 6-8, 6-14
— critique. 22-9
— d'un ensemble de conducteurs. 6-9
— équivalente. 7-6
— fer-hydrogène. 19-2
— interne d'une diode. . . 16-9
— interne d'une triode . . 16-12
— (Mesure des). 16-11
— non-ohmique 6-17
— de protection 17-13
Résistivité 6-12, 19-1
— résiduelle. 19-4
Rhéostats 6-15
— de démarrage 22-14
— d'excitation. 22-9
— liquides. 18-15
RICHARDSON (Formule de) 16-7, 19-8
Rigidité diélectrique. 4-11
Rotationnel d'un vecteur . . . 2-8
Rotor d'une dynamo. 22-1
ROWLAND (Expérience de) . . 6-1
RUBEN (Pile de) 21-7

S

SEIGNETTE *Sel* de. . . 4-9, 4-10
Self-inductance. . . . 11-1, 11-8
Semi-conducteurs. 19-1
— —' du type n, p 19-12
Sensibilité spectrale. 16-23
Sens d'un courant. 6-2
— des vecteurs axiaux . . 8-10
Séries triboélectriques. . . . 1-2
Seuil photoélectrique. 16-20, 19-16
Shunt. 6-10
Solénoïde. . . 8-7, 9-7, 11-2 14-6
Sonnerie. 15-15
Sources d'électrons 16-18
— électriques 6-1

Spectre électrique. 2-3
— magnétique . . . 8-4, 8-6
Spectrographie de masse . . . 17-23
Spinelles. 15-12
Stabilovolt. 17-21
Stator (d'une dynamo). . . . 22-1
STEINMETZ (Formule de). . . 15-7
STERN et GERLACH (Expérience de) 14-12
STOKES (Théorème de). . . . 9-10
Superposition (Théorème de) . 7-8
Supraconductivité. 19-3
Surfaces équipotentielles. . . 2-6
Susceptibilité électrique . . . 4-5
— magnétique. 14-2, 14-8, 14-10, 15-5
Symétrie du champ électrostatique 2-1
— des champs et moments magnétiques 8-9
Système de référence. 12-8

T

Tambour (Induit en). 22-1, 22-3
Tension d'amorçage. 17-21
— de décomposition d'un électrolyte. 18-4
— électrique. 6-1
— d'extinction. 17-21
— interfaciale 20-15
Thermistance. 19-14
Thermocouples 21-15
Thermodynamique (Application de la — aux thermocouples). 21-18
Thermomètres à résistance . . 19-2
THEVENIN (Théorème de) . . 7-8
THOMSON (Effet) 21-14
— (Méthode de) 16-6
Thyratron 17-12
Titanate de baryum 4-9
Tire-bouchon (Règle du) . . . 8-10
TOLMAN (Expérience de). . . 19-6
Tore 15-4
Tourmaline 4-9
Transfert de puissance. . . . 7-9
Transistors, Transistrons. . . 20-5
Transport d'énergie 22-20
Travail d'extraction d'un électron 16-21
— des forces électromagnétiques. 12-6
Triode. 16-11
— électromètre 16-13
Trous. 19-10
Tubes de courant 6-5
— luminescents 17-21
— thermoélectroniques à atmosphère gazeuse. . . . 17-12
— à vapeur de mercure . . 17-17
— de vecteurs 2-3

V

VAN DE GRAAFF (Machines de) 21-4
Vecteur axial, polaire 8-2
— libre. 8-3
— unitaire 1-6
Viscosité magnétique 15-6
Vitesse des électrons. 16-4
Volt. 2-5
VOLTA (Effet) 20-3
— (Loi de). 20-2
— (Pile de) 21-6
Voltmètre à résistance 6-10

W

Wattmètres électrodynamiques 12-14
Wéber 8-11, 10-4
WEHNELT (Électrode ou grille de) 16-17
WEISS (Loi de). . . . 14-10, 14-12
WESTON (Pile de). 21-8
WHEATSTONE (Pont de) 6-11, 7-8
WIEDEMANN et FRANZ (Loi de) 19-8, 19-16
WILSON (Chambre à détente de) 17-8
WIMSHURST (Machine de) . . 21-3

LISTE DES TABLEAUX

A. Principales grandeurs et unités géométriques et mécaniques intervenant en électromagnétisme : symboles et unités. 16

B. Unités électromagnétiques pratiques désignées par un nom simple. 17

C. Grandeurs électriques et grandeurs magnétiques : symboles et unités. 16

D. Quelques constantes importantes 18

E. Définitions et relations importantes en calcul vectoriel. 19

F. Comparaison entre diverses grandeurs vectorielles de l'électrostatique et du magnétisme. 18

4-1. Permittivité relative et rigidité diélectrique de divers isolants . . 88

4-2. Permittivité relative, polarisabilité électrique et moment dipolaire de divers gaz. 110

14-1. Susceptibilité magnétique de quelques corps 289

15-1. Caractéristiques magnétiques de quelques corps ferromagnétiques. 302

15-2. Exemples de caractéristiques magnétiques de certains aciers et alliages 302

16-1. Variation relative de la masse en fonction de la vitesse 343

16-2. Exemples de valeurs de K, R_i et S, pour diverses triodes. 353

16-3. Potentiel de sortie et seuil photoélectrique de divers métaux purs. 371

17-1. Exemples de valeurs du potentiel d'ionisation 381

17-2. Mobilité de quelques ions gazeux. 387

18-1. Résistivité de quelques liquides. 411

18-2. Exemples de valeurs de la force contre-électromotrice dans l'électrolyse. 416

18-3. Mobilité de divers ions électrolytiques. 424

19-1. Conductivité de divers solides 436

19-2. Résistivité ρ et coefficient de température $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\theta}$ de divers métaux et alliages. 437

19-3. Températures limites de supraconductivité 439

19-4. Travail d'extraction pour divers métaux. 447

19-5. Énergies de FERMI 457

20-1. Coefficient d'activité ionique moyen des solutions de HCl. 471

20-2. Potentiel normal de divers métaux 472

21-1. Caractéristiques de diverses piles 486

21-2. Coefficients du pouvoir thermoélectrique. 502

TABLE DES MATIÈRES

Préface 7
Conventions typographiques 9
Représentations conventionnelles 9
Principaux symboles 12
INTRODUCTION. Tableaux A à F 13

ÉLECTROSTATIQUE

CHAPITRE 1. — **Charges et forces électrostatiques (dans le vide).**

1-1. Électrisation. Isolants et conducteurs 23
1-2. Charges positives et négatives 25
1-3. Quantités d'électricité. Principe de conservation de l'électricité 26
1-4. Électrisation par influence 27
1-5. Électroscope à feuilles 28
1-6. Loi de COULOMB 30
1-7. Unités de quantité d'électricité. Loi de COULOMB rationalisée. 33
1-8. Dissymétrie entre les deux espèces d'électricité 34

CHAPITRE 2. — **Champ électrostatique (dans le vide). Potentiel. Flux électrique.**

2-1. Notion de champ électrique. Unités. Symétrie 36
2-2. Champ et déplacement dûs à une charge ponctuelle, dans le vide. 38
2-3. Lignes et tubes de vecteurs 39
2-4. Circulation d'un vecteur 40
2-5. Cas particulier des vecteurs à circulation conservative. Potentiel électrique 41
2-6. Surfaces équipotentielles. Diagrammes électriques 44
2-7. Relation $E = -\text{grad } V$ 46
2-8. Rotationnel d'un vecteur 47
2-9. Flux d'un vecteur. Flux électrique Ψ 48
2-10. Théorème de GAUSS 50
2-11. Vecteurs à flux conservatif 51
2-12. Divergence d'un vecteur. Théorème de GREEN 53
2-13. Laplacien d'un scalaire. Équation de POISSON 54
2-14. Résumé des propriétés des vecteurs E et D, comparées à celles de vecteurs quelconques 55

2-15. Champ et potentiel d'une distribution de charges uniforme sur une droite ou sur un plan 56
2-16. Champ et potentiel d'une distribution uniforme sur une surface sphérique 57
2-17. Dipôle électrique 58
2-18. Couche double 61

CHAPITRE 3. — **Équilibre électrostatique des conducteurs (dans le vide).**

3-1. Champ, potentiel et charges dans un conducteur homogène en équilibre 63
3-2. Potentiel et champ électrostatiques dans une enceinte conductrice fermée, sans charges intérieures 64
3-3. Application aux écrans électriques 66
3-4. Mesure des charges électriques au cylindre de FARADAY . . . 67
3-5. Mesure directe du déplacement électrique, dans le vide 67
3-6. Étude expérimentale de la distribution de l'électricité sur les conducteurs 68
3-7. Théorème de COULOMB. Pression électrostatique 68
3-8. Étude théorique de la distribution des charges sur un conducteur 71
3-9. Capacité d'un conducteur 73
3-10. Problème général de l'équilibre électrostatique (dans le vide) . . 74
3-11. Équilibre électrostatique dans une cavité à parois conductrices. Retour sur les écrans électriques et le cylindre de FARADAY . . 76
3-12. Potentiels et charges dans une enceinte conductrice 78
3-13. Capacités et coefficient d'influences dans un ensemble de conducteurs 79
3-14. Partage des charges entre deux conducteurs éloignés. Mesure des potentiels 80
3-15. Condensation de l'électricité. Capacité d'un condensateur . . 82
3-16. Condensateur plan 83
3-17. Mesure de la charge élémentaire : expériences de MILLIKAN . . 84

CHAPITRE 4. — **Diélectriques.**

4-1. Actions électriques dans un milieu diélectrique 87
4-2. Charges induites dans un diélectrique. Champ et déplacement (cas d'un condensateur plan) 89
4-3. Polarisation d'un diélectrique 92
4-4. Champ et déplacement à l'intérieur d'un diélectrique (cas général) 94
4-5. Polarisation purement induite 95
4-6. Passage d'un milieu dans un autre 97
4-7. Champ influençant, champ dépolarisant, champ agissant 99
4-8. Mesure d'un champ dans une cavité à l'intérieur d'un diélectrique 101
4-9. Électrets. Corps pyro-électriques et seignetto-électriques . . . 101
4-10. Piézo-électricité 103
4-11. Conductivité et hystérésis des diélectriques. Rigidité 105
4-12. Théorie atomique de la polarisation des diélectriques 106
4-13. Théorie atomique de la piézo-électricité 111

CHAPITRE 5. — **Condensateurs. Énergie électrostatique.**

5-1. Rappel du principe des condensateurs. Charge et décharge. . 112
5-2. Calcul de la capacité d'un condensateur dans quelques cas simples 113
5-3. Associations de condensateurs. 115
5-4. Réalisation des condensateurs. 117
5-5. Énergie d'un condensateur chargé 119
5-6. Énergie d'un système de conducteurs électrisés 121
5-7. Énergie d'un diélectrique dans un champ électrostatique . . . 122
5-8. Localisation de l'énergie électrostatique. 123
5-9. Calcul des forces et couples entre conducteurs chargés, à partir de l'expression de l'énergie électrostatique 126
5-10. Actions mécaniques subies par un volume de diélectrique dans un champ électrostatique. 128

ÉLECTROCINÉTIQUE

CHAPITRE 6. — **Courants électriques. Résistance ; lois d'OHM.**

6-1. Courants de charges électriques; leurs manifestations diverses. 135
6-2. Sens d'un courant 138
6-3. Intensité d'un courant. Ampère 140
6-4. Mesure des intensités. 142
6-5. Densité de courant. 143
6-6. Champ électromoteur. Force électromotrice 144
6-7. Courants de déplacement. Courants de polarisation. 146
6-8. Résistance électrique. Conductance. Unités. Première loi d'OHM. 148
6-9. Résistance d'un ensemble de conducteurs ohmiques en série, en parallèle. 149
6-10. Shunts d'ampèremètres. Voltmètres à résistance. 150
6-11. Mesure des résistances. Pont de WHEATSTONE. 151
6-12. Résistance d'un conducteur homogène de section constante. Deuxième loi d'OHM 152
6-13. Relation entre la densité de courant et le champ électrostatique. 155
6-14. Résistance d'un conducteur quelconque. 156
6-15. Résistances étalonnées. Rhéostats. Potentiomètres. 158
6-16. Courants de décharge ou de charge d'un condensateur à travers une résistance constante 159
6-17. Circuits contenant des résistances non ohmiques 162

CHAPITRE 7. — **Énergie du courant électrique. Réseaux de conducteurs.**

7-1. Énergie et puissance mises en jeu par un courant 163
7-2. Loi de JOULE 164
7-3. Applications de l'effet JOULE 166
7-4. Énergie fournie à un récepteur électrique; force contre-électromotrice. 167
7-5. Énergie fournie par un générateur 167
7-6. Réseaux de conducteurs. Équations de KIRCHHOFF. Résistance équivalente. 170

7-7. Mesure des forces électromotrices par la méthode d'opposition. 172
7-8. Conséquences des équations de KIRCHHOFF 174
7-9. Transfert de puissance 176
7-10. Groupements de générateurs. 177

CHAMP MAGNÉTIQUE, INDUCTION

CHAPITRE 8. — **Champs et moments magnétiques.**

8-1. Aimants 181
8-2. Différences essentielles entre l'électrostatique et le magnétisme. 183
8-3. Aimant dans un champ magnétique *H* uniforme. Moment « coulombien » *j*.. 184
8-4. Champ magnétique d'un aimant. 186
8-5. Expériences de GAUSS 187
8-6. Champ magnétique des courants. 188
8-7. Unités de champ et de moment magnétique. 190
8-8. Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit parcouru par un courant 191
8-9. Symétrie axiale des champs et des moments magnétiques . . . 192
8-10. Conventions relatives au sens des vecteurs axiaux. Produits vectoriels. 193
8-11. Masses magnétiques (fictives). Unités. 195
8-12. La loi de COULOMB pour le magnétisme. 196

CHAPITRE 9. — **Champ magnétique des courants.**

9-1. Généralité du phénomène. Sens du champ 198
9-2. Expériences de BIOT et SAVART 198
9-3. Règle « élémentaire » dite de BIOT et SAVART 199
9-4. Champ créé par des charges ponctuelles en mouvement. . . . 201
9-5. Champ d'un courant rectiligne indéfini et d'un courant anguleux 202
9-6. Champ sur l'axe d'une spire circulaire. Principe des galvanomètres à aimant mobile. Bobines de HELMHOLTZ 203
9-7. Champ d'un solénoïde 206
9-8. Circulation du champ magnétique. Théorème d'AMPÈRE. Force magnéto-motrice 207
9-9. Applications du théorème d'AMPÈRE 210
9-10. Théorème de STOKES. Relation de MAXWELL-AMPÈRE 212

CHAPITRE 10. — **Forces électromotrices et courants d'induction.**

10-1. Expériences sur les courants induits 214
10-2. Forces électromotrices induites 216
10-3. Vecteur induction. Flux magnétique. Loi de FARADAY. Perméabilité. 216
10-4. Unités 219
10-5. Conservation du flux magnétique 220
10-6. Sens des forces électromotrices induites. Loi de LENZ. 220
10-7. Champ électromoteur dans un élément de circuit en mouvement dans un champ d'induction invariable 221

10-8. Champ électromoteur dans un élément de circuit, immobile dans un champ d'induction variable 223
10-9. Quantité d'électricité induite par suite d'une variation de flux. 224
10-10. Disque de FARADAY et autres cas remarquables 226
10-11. Courants de FOUCAULT 227
10-12. Applications des phénomènes d'induction 229

CHAPITRE 11. — **Self induction. Induction mutuelle.**

11-1. Self inductance. Inductance mutuelle. Henry 230
11-2. Self inductance d'un long solénoïde, self linéaire d'une ligne coaxiale 231
11-3. Induction mutuelle de deux circuits enroulés sur un même tore. Inductances réglables 232
11-4. Forces électromotrices de self induction. Extracourants de rupture et de fermeture 233
11-5. Écrans électromagnétiques 236
11-6. Courants dans deux circuits couplés 237
11-7. Partage des quantités d'électricité entre deux branches en parallèle 239
11-8. Self d'un ensemble de deux bobines en série. Selfs réglables . . 239
11-9. Mesure des inductances 240

CHAPITRE 12. — **Action d'une induction magnétique sur un courant.**

12-1. Expériences diverses. Balance de COTTON 243
12-2. Loi « élémentaire » de LAPLACE 245
12-3. Action d'une induction magnétique sur une particule électrisée en mouvement 246
12-4. Potentiel vecteur de l'induction magnétique 248
12-5. Principe des moteurs à courant continu. Exemple de calcul d'une force de freinage électromagnétique 251
12-6. Travail des forces électromagnétiques, lors du déplacement d'un circuit : théorème de MAXWELL 253
12-7. Règle du flux maximum. Calcul des forces et des couples à partir du théorème de MAXWELL 255
12-8. Rôle du système de référence dans l'expression des phénomènes d'induction 256
12-9. Action d'un champ d'induction uniforme sur une bobine. Moments « ampériens » 256
12-10. Masses magnétiques « ampériennes » 258
12-11. Principe des galvanomètres à cadre mobile 259
12-12. Actions mutuelles de deux courants : méthodes de calcul; règle « élémentaire » 260
12-13. Cas de deux courants rectilignes parallèles indéfinis. Définition de l'ampère 261
12-14. Principe des électrodynamomètres 262
12-15. Détermination des forces et des couples par l'intermédiaire des coefficients d'inductance 263
12-16. Actions mécaniques produites par un courant sur son propre circuit 265
12-17. Le principe d'égalité de l'action et de la réaction en électromagnétisme 266

CHAPITRE 13. — **Énergie électromagnétique.**

13-1. Énergie d'un circuit doué de self inductance 268
13-2. Énergie d'un ensemble de circuits parcourus par des courants. 270
13-3. Localisation de l'énergie dans l'espace 271
13-4. Énergie mutuelle des aimants et des courants 272

AIMANTATION

CHAPITRE 14. — **Polarisation magnétique. Para et diamagnétisme.**

14-1. La matière dans le champ magnétique 275
14-2. Aimantation régulière d'un tore. Polarisation magnétique $\overset{\curvearrowright}{J}$ et aimantation $\overset{\curvearrowright}{M}$. 276
14-3. Courants moléculaires. Phénomènes gyromagnétiques. 278
14-4. Champ et induction dans la matière aimantée. 280
14-5. Équivalence entre polarisation magnétique et répartition de courants. Feuillets magnétiques:. 281
14-6. Équivalence entre polarisation magnétique et répartition de masses magnétiques (fictives) 284
14-7. Passage d'un milieu dans un autre. Champ dans une cavité . . 287
14-8. Aimantation purement induite. 288
14-9. Énergie d'un dipôle magnétique dans un champ. Forces agissant sur un corps aimantable placé dans un champ magnétique. 290
14-10. Mesure de la susceptibilité des corps para- et diamagnétiques. Résultats. 293
14-11. Théorie du diamagnétisme 296
14-12. Théorie du paramagnétisme. 298
14-13. Obtention de très basses températures par désaimantation adiabatique. 300

CHAPITRE 15. — **Ferromagnétisme.**

15-1. Généralités. 301
15-2. Champ démagnétisant 301
15-3. Déformation des lignes d'induction dans un corps ferromagnétique. Écrans magnétiques.. 304
15-4. Étude de l'aimantation des ferromagnétiques 305
15-5. Courbes de première aimantation 307
15-6. Hystérésis. 309
15-7. Transformation d'énergie en chaleur associée aux phénomènes d'hystérésis. 311
15-8. Aciers spéciaux pour électroaimants, pour machines électriques, pour aimants permanents. 312
15-9. Fabrication et conservation des aimants 314
15-10. Désaimantation à haute température ou dans un champ alternatif d'amplitude décroissante. 315
15-11. Théorie du ferromagnétisme. 316
15-12. Antiferromagnétisme. Ferrimagnétisme. 319
15-13. Circuits magnétiques. 320
15-14. Circuits magnétiques avec entrefer.. 324
15-15. Électroaimants à armature mobile. Forte portante. 325

15-16. Électroaimants polarisés 328
15-17. Électroaimants destinés à la production de champs intenses . . 329

COURANTS DANS LES DIVERS MILIEUX

CHAPITRE 16. — **Courants dans le vide.**

16-1. Généralités 332

A. — *Phénomènes thermoélectroniques.*

16-2. Émission thermoélectronique. Diodes 334
16-3. Action d'un champ électrique sur les électrons. Électron-volt. 335
16-4. Action d'une induction magnétique constante et uniforme sur des électrons en mouvement 338
16-5. Actions subies par une particule électrisée dans le vide : cas général 341
16-6. Mesure du rapport e/m 341
16-7. Courbes caractéristiques d'une diode 344
16-8. Interprétation des caractéristiques. Rôle de la charge d'espace. 345
16-9. Cathodes à oxydes. Chauffage indirect 347
16-10. Emplois d'une diode 347
16-11. Triodes 348
16-12. Coefficient d'amplification et pente d'une triode 351
16-13. Applications des tubes thermoélectroniques 355
16-14. Fluctuations des courants électroniques 357

B. — *Notions d'optique électronique.*

16-15. Focalisation des électrons par un champ électrique 358
16-16. Focalisation des électrons par une induction magnétique . . . 361
16-17. Canons à électrons 364
16-18. Microscope électronique 364
16-19. Oscilloscope électronique 366

C. — *Phénomènes photoélectroniques.*

16-20. Moyens d'étude 367
16-21. Lois de l'effet photoémissif 368
16-22. Théorie d'EINSTEIN. Photons 370
16-23. Sensibilité spectrale. Effet photoémissif sélectif 372
16-24. Cellules photoémissives à vide 373
16-25. Cellules à multiplicateurs d'électrons 374
16-26. Usages des cellules photoélectriques 375

CHAPITRE 17. — **Courants dans les gaz.**

A. — *Les ions gazeux.*

17-1. Phénomènes généraux de conduction dans les gaz 378
17-2. Ionisation des gaz 379
17-3. Énergie d'ionisation 380
17-4. Neutralisation des ions 382
17-5. Courants d'ionisation non autonomes 384
17-6. Mesure de la mobilité des ions 386
17-7. Mesure du coefficient de recombinaison des ions 387

17-8. Condensation de la vapeur d'eau sur les ions. Chambre de WILSON 388

B. — *Courants semi autonomes.*

17-9. Ionisation par choc. 389
17-10. Compteurs de GEIGER 391
17-11. Phénomènes lumineux en régime semi-autonome. 392
17-12. Tubes thermoélectroniques à atmosphère gazeuse. Thyratron. 393
17-13. Cellules photoélectriques à gaz. 393

C. — *Décharges auto-entretenues.*

17-14. Courants d'ionisation autonomes. 395
17-15. Décharges luminescentes à la pression atmosphérique. 395
17-16. Décharges en régime d'arc à la pression atmosphérique. Arcs au carbone. 397
17-17. Arcs à vapeur de mercure.. 399
17-18. Variation du potentiel explosif avec la pression : loi de PASCHEN. 400
17-19. Décharges autonomes dans les gaz à basse pression. 401
17-20. Interprétation des phénomènes de la décharge à basse pression. 403
17-21. Usages des tubes luminescents. 404
17-22. Les rayons cathodiques. 406
17-23. Les rayons positifs. 408

CHAPITRE 18. — **Courants dans les électrolytes.**

18-1. Courants dans les liquides. Électrolyse 411
18-2. Lois qualitatives de l'électrolyse. 412
18-3. Lois quantitatives de FARADAY 414
18-4. Lois d'OHM en électrolyse. Tension de décomposition. 415
18-5. Valeurs de la conductivité des électrolytes. 418
18-6. Ions électrolytiques 421
18-7. Interprétation de la loi d'OHM dans la théorie des ions. Mobilité des ions. 423
18-8. Mesure directe des mobilités. 424
18-9. Changements de concentration au voisinage des électrodes. Nombres de transport 424
18-10. Forces de frottement sur les ions. Hydratation des ions. . . . 426
18-11. Équilibre dans les structures et conductivité des solutions d'électrolytes 427
18-12. Application des lois de RAOULT aux électrolytes 430
18-13. Activité des solutions électrolytiques. 431
18-14. Électrochimie. 432
18-15. Autres applications de l'électrolyse. 434

CHAPITRE 19. — **Courants dans les solides.**

19-1. Relations entre la conductivité et la structure des solides. . . 436

A. — *Conduction métallique.*

19-2. Conductivité intrinsèque des métaux. Sa variation thermique. 438
19-3. Supraconduction 439
19-4. Influence des impuretés et des alliages sur la conductivité métallique. 440

19-5. Influence d'un champ magnétique sur la conductivité des métaux 441
19-6. Conduction électronique dans les métaux 442
19-7. Effet HALL 443
19-8. Théorie cinétique des électrons dans les métaux 445

B. — *Conducteurs ioniques et semi-conducteurs.*

19-9. Conduction intrinsèque des cristaux ioniques 449
19-10. Semi-conduction (accidentelle) des cristaux ioniques 449
19-11. Semi-conduction intrinsèque des cristaux covalents 450
19-12. Semi-conduction accidentelle des cristaux covalents 451
19-13. Action d'un champ magnétique sur les semi-conducteurs. Effet HALL 452
19-14. Applications des semi-conducteurs 453

C. — *Interprétations théoriques modernes.*

19-15. Énergie des électrons dans les cristaux. Théorie des bandes . . 454
19-16. Énergie de FERMI. Travail d'extraction 456
19-17. Photoconduction 458

CHAPITRE 20. — **Différences de potentiel de contact.**

A. — *Métaux et semi-conducteurs.*

20-1. Métaux au contact : effet PELTIER 459
20-2. Chaînes métalliques isothermes : loi de VOLTA 461
20-3. Métaux très voisins : effet VOLTA 462
20-4. Contacts à semi-conducteurs 464
20-5. Transistrons 465

B. — *Electrolytes.*

20-6. Contacts métal-électrolyte 466
20-7. Électrodes réversibles 468
20-8. Détermination des activités ioniques 470
20-9. Potentiels normaux. Polarographie 471
20-10. Différence de potentiel au contact de deux solutions d'électrolytes 472
20-11. Piles de concentration 474
20-12. Mesure de la concentration des ions H^+. Le pH 474
20-13. Différence de potentiel au contact d'une membrane semi-perméable 476
20-14. Phénomènes électrocinétiques 477
20-15. Phénomènes électrocapillaires 478

CHAPITRE 21. — **Générateurs électriques divers.**

21-1. Généralités 481

A. — *Machines électrostatiques.*

21-2. Machines à frottement 482
21-3. Machines à influence 483
21-4. Machine de VAN DE GRAAFF 484

B. — *Générateurs électrochimiques.*

21-5. Piles hydroélectriques 485
21-6. Pile de VOLTA. Polarisation 486
21-7. Piles à dépolarisant 488
21-8. Piles à deux liquides 490
21-9. Notions sur la théorie thermodynamique des piles hydroélectriques 490
21-10. Principe des accumulateurs électriques 492
21-11. Accumulateurs au plomb 494
21-12. Accumulateurs au nickel 495
21-13. Accumulateurs à l'argent 496

C. — *Générateurs thermoélectriques et photovoltaïques.*

21-14. F.é.m. de température (effet THOMSON). Loi de MAGNUS 496
21-15. Thermocouples 498
21-16. Variations de la f.é.m. d'un thermocouple en fonction des températures 501
21-17. Usages des thermocouples 502
21-18. Application de la Thermodynamique aux thermocouples . . . 505
21-19. Photopiles 506

CHAPITRE 22. — **Dynamos génératrices et motrices.**

22-1. Principe des magnétos et des dynamos. Réversibilité 508

A. — *Génératrices.*

22-2. Description d'une dynamo bipolaire à anneau GRAMME 509
22-3. Induit en tambour 511
22-4. Calcul de la force électromotrice 513
22-5. Commutation. Calage des balais 515
22-6. Déplacement de la ligne neutre 516
22-7. Réaction d'induit 517
22-8. Excitation indépendante et auto-excitation 518
22-9. Génératrices-série 519
22-10. Génératrices-shunt. Génératrices compound 520
22-11. Dynamos multipolaires et unipolaires 521
22-12. Rendement d'une dynamo génératrice 523

B. — *Moteurs à courant continu.*

22-13. Intervention d'écrans magnétiques dans les dynamos 524
22-14. Sens de rotation. Force contre-électromotrice. Calage des balais. 525
22-15. Vitesse de rotation. Couple moteur 526
22-16. Moteurs à excitation séparée 527
22-17. Moteurs-shunt 527
22-18. Moteurs-série 528
22-19. Rendement d'un moteur continu 529
22-20. Transport d'énergie en courant continu 530

Planches I à IV 532
Index alphabétique 533
Liste des tableaux 541

Imprimé en France par **Brodard-Taupin**, Imprimeur-Relieur, Coulommiers-Paris.
N° de l'Éditeur : 844. — Dépôt légal : 4e trimestre 1957. — 51574-10-1957.